

عنوان درس: آشنایی با احتمال و آمار فازی

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- فرض کنید $A = \{1, 3, 5, 7\}$ و $B = \{2, 3, 4\}$ دو پیشامد از فضای نمونه $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ باشند. در این صورت مقدار $I_{A \cup B}(2)$ و $I_{A \cap B}(2)$ به ترتیب برابر با کدام گزینه است؟

۱. 1 و 1 ۲. 1 و 0 ۳. 0 و 1 ۴. 0 و 0

۲- برای دو تابع نشانگر $I_A(x)$ و $I_B(x)$ کدام گزینه برقرار است؟

۱. $I_{A \cap B}^{(x)} = \max\{1 - I_A^{(x)}, I_B^{(x)}\}$ ۲. $I_{A \cup B}^{(x)} = \max\{1 - I_A^{(x)}, I_B^{(x)}\}$

۳. $I_{A \cup B}^{(x)} = \max\{I_A^{(x)}, I_B^{(x)}\}$ ۴. $I_{A \cap B}^{(x)} = \max\{I_A^{(x)}, I_B^{(x)}\}$

۳- برای دو مجموعه فازی A و B با تابع عضویت $x \in X$ ، ضرب فازی دو مجموعه برابر با کدام گزینه است؟

۱. $(A.B)(x) = A(x)B(x)$ ۲. $(A.B)(x) = A(x) \cap B(x)$

۳. $(A.B)(x) = \min[A(x), B(x)]$ ۴. $(A.B)(x) = \max[A(x), B(x)]$

۴- برای پارامتر θ تقریباً $\frac{1}{2}$ ، مجموعه فازی A به صورت $A(\theta) = \begin{cases} 2\theta & 0 \leq \theta < \frac{1}{2} \\ 2(1-\theta) & \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. آنگاه کدام

یک از مجموعه ها داده شده ی زیر می تواند بیانگر مدل سازی تابع عضویت مفهوم فازی θ بسیار نزدیک $\frac{1}{2}$ باشد؟

۱. $A^2(\theta)$ ۲. $\frac{1}{2}A(\theta)$ ۳. $2A(\theta)$ ۴. $A^{\frac{1}{2}}(\theta)$

۵- عملگر تمرکز $CON(A)$ و اتساع $DIL(A)$ به ترتیب روی مجموعه فازی A معادل کدام گزینه است؟

۱. $DIL(A) = A^2$ و $CON(A) = A^{0/5}$ ۲. $DIL(A) = A^{0/5}$ و $CON(A) = A^2$

۳. $DIL(A) = \frac{1}{3}A$ و $CON(A) = \frac{1}{2}A$ ۴. $DIL(A) = \frac{1}{2}A$ و $CON(A) = \frac{1}{3}A$

۶- فرض کنید مجموعه مقادیر ممکن پارامتر θ در یک توزیع دوجمله‌ای روی $[0, 1]$ باشد. اگر

$$A(\theta) = \begin{cases} 2\theta & 0 \leq \theta < \frac{1}{2} \\ 2(1-\theta) & \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$$

برش‌های آن کدام گزینه است؟

$$\bigcup_{\alpha} \{\theta \mid 0 \leq \theta \leq 1\} \quad .2$$

$$\bigcup_{\alpha} \left\{ \theta \mid \frac{\alpha}{4} \leq \theta \leq \frac{1-\alpha}{4} \right\} \quad .1$$

$$\bigcup_{\alpha} \left\{ \theta \mid \frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq \frac{1-\alpha}{2} \right\} \quad .4$$

$$\bigcup_{\alpha} \{\theta \mid \alpha \leq \theta \leq 1-\alpha\} \quad .3$$

۷- فرض کنید $f(x) = x^2$ و مجموعه فازی A از مجموعه اعداد حقیقی به صورت $A(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & 1 \leq x < 3 \\ 4-x & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$ تعریف شده

باشد. در این صورت $\sup_{x, y=f(x)} A(x)$ برابر کدام گزینه است؟

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{y}-1}{2} & 1 \leq y < 9 \\ \sqrt{4-y} & 9 \leq y \leq 16 \end{cases} \quad .2$$

$$\begin{cases} \frac{1-\sqrt{y}}{2} & 1 \leq y < 9 \\ \sqrt{y}-4 & 9 \leq y \leq 16 \end{cases} \quad .1$$

$$\begin{cases} \sqrt{y}-2 & 1 \leq y < 9 \\ 4-\sqrt{y} & 9 \leq y \leq 16 \end{cases} \quad .4$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{y}-1}{2} & 1 \leq y < 9 \\ 4-\sqrt{y} & 9 \leq y \leq 16 \end{cases} \quad .3$$

۸- تحت کدام گزینه، خانواده $\{A_{\alpha} \mid \alpha \in [0, 1]\}$ ، یکنوا است؟

$$0 < \alpha \leq \beta \leq 1 \Rightarrow A_{\alpha} \subseteq A_{\beta} \quad .2$$

$$0 < \alpha \leq \beta \leq 1 \Rightarrow A_{\beta} \subseteq A_{\alpha} \quad .1$$

$$0 < \alpha \leq \beta \leq 1 \Rightarrow A_{\alpha} \leq A_{\beta} \quad .4$$

$$0 < \alpha \leq \beta \leq 1 \Rightarrow A_{\beta} \leq A_{\alpha} \quad .3$$

۹- فرض کنید A_1 به صورت $A_1 = \left\{ \frac{0/6}{5}, \frac{1}{6}, \frac{0/6}{7} \right\}$ یک مجموعه فازی تقریباً 5 و A_2 به صورت

$$A_2 = \left\{ \frac{0/3}{3}, \frac{0/7}{4}, \frac{1}{5}, \frac{0/7}{6}, \frac{0/3}{7} \right\}$$

یک مجموعه فازی تقریباً 6 باشند. در این صورت براساس اصل توسیع، مقدار $(A_1 \oplus A_2)(8)$ کدام گزینه است؟

$$0/5 \quad .4$$

$$0/4 \quad .3$$

$$0/3 \quad .2$$

$$0/2 \quad .1$$

۱۰- فرض کنید $M = (5, 2, 3)_{LR}$ و $L(x) = \frac{1}{1+x^2}$ و $R(x) = \frac{1}{1+2x}$ باشد. در این صورت برای $x > 5$ مقدار

$R\left(\frac{x-5}{3}\right)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{1+\left(\frac{5-x}{2}\right)^2}$ ۲. $\frac{1}{\left(\frac{5-x}{2}\right)^2}$ ۳. $\frac{3}{2(x-5)}$ ۴. $\frac{1}{1+\frac{2(x-5)}{3}}$

۱۱- فرض کنید $N = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ و $L = R$ باشد. در این صورت N ، با کدام گزینه یک عدد فازی سهموی نامیده می‌شود؟

۱. $L(x) = e^{-x^2}$ ۲. $L(x) = \max\{0, 1 - |x|\}$ ۳. $L(x) = \max\{0, 1 - x^2\}$ ۴. $L(x) = \max\{0, 1 - e^{-x^2}\}$

۱۲- فرض کنید $f(x) = \lambda x$ و $\lambda \in R - \{0\}$ باشد، آنگاه ضرب اسکالر عدد حقیقی λ در عدد فازی M برابر کدام گزینه است؟

۱. $M(\lambda x)$ ۲. $M\left(\frac{x}{\lambda}\right)$ ۳. $M(x^\lambda)$ ۴. $M(\lambda^x)$

۱۳- فرض کنید $M = (5, 3, 2)_{LR}$ و $N = (3, 2, 1)_{LR}$ باشد. آنگاه مقدار تقریبی $M \otimes N$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $(15, 16, 11)_{LR}$ ۲. $(15, 6, 2)_{LR}$ ۳. $(8, 21, 8)_{LR}$ ۴. $(8, 5, 2)_{LR}$

۱۴- اگر $M = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ و $\lambda \in R$ باشد. آنگاه کدام عبارت زیر نادرست است؟

۱. $\lambda \otimes (m, \alpha, \beta)_{LR} = (\lambda m, \lambda \alpha, \lambda \beta)_{LR}$ ۲. $\lambda \otimes (m, \alpha, \beta)_{LR} = (\lambda m, -\lambda \beta, -\lambda \alpha)_{RL}$ ۳. $\oplus M = (m, \beta, \alpha)_{LR}$ ۴. $\ominus M = (-m, \beta, \alpha)_{RL}$

۱۵- فرض کنید $M = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ و $N = (n, \delta, \gamma)_{LR}$ دو عدد فازی باشند. آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱. $M \oplus N = (m+n, \alpha+\delta, \beta+\gamma)_{LR}$ ۲. $M \ominus N = (m-n, \alpha-\delta, \beta-\gamma)_{LR}$ ۳. $\ominus M = (-m, \beta, \alpha)_{RL}$ ۴. $M^{-1} = (m^{-1}, \beta m^{-2}, \alpha m^{-2})_{RL}$

۱۶- فرض کنید $M = (5, 3, 2)_T$ و $N = (3, 2, 1)_T$ باشد. آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱. $M \oplus N = (8, 5, 3)_T$ ۲. $M \ominus N = (2, 4, 4)_T$

۳. $M \otimes N \cong (16, 42, 38)_T$ ۴. $M^{-1} \cong \left(\frac{1}{5}, \frac{9}{25}, \frac{4}{25} \right)_{LR}$

۱۷- در یک پرتاب تاس سالم فرض کنید پیشامد $\tilde{A}$ عدد رو شده کوچک و $\tilde{B}$ عدد رو شده تقریباً 5 و داشته باشیم:

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{0/7}{2}, \frac{0/4}{3}, \frac{0/1}{4} \right\} \text{ و } \tilde{B} = \left\{ \frac{0/2}{3}, \frac{0/6}{4}, \frac{1}{5}, \frac{0/6}{6} \right\}$$

در این صورت مقدار $P(\tilde{A}|\tilde{B})$ برابر کدام گزینه است؟

۱. 0/05 ۲. 0/10 ۳. 0/20 ۴. 0/25

۱۸- در یک پرتاب تاس سالم فرض کنید پیشامد $\tilde{A}$ عدد رو شده کوچک و $\tilde{B}$ عدد رو شده تقریباً 5 و داشته باشیم:

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{0/7}{2}, \frac{0/4}{3}, \frac{0/1}{4} \right\} \text{ و } \tilde{B} = \left\{ \frac{0/2}{3}, \frac{0/6}{4}, \frac{1}{5}, \frac{0/6}{6} \right\}$$

در این صورت مقدار $P(\tilde{A} + \tilde{B})$ برابر کدام گزینه است؟

۱. 0/25 ۲. 0/50 ۳. 0/75 ۴. 0/90

۱۹- فرض کنید $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ یک مجموعه مرجع و مجموعه فازی $\tilde{E}$ با «اعداد حول و حوش 5» به صورت مجموعه

$$\tilde{E} = \left\{ \frac{0/2}{2}, \frac{0/6}{3}, \frac{0/8}{4}, \frac{1}{5}, \frac{0/8}{6}, \frac{0/6}{7}, \frac{0/2}{8} \right\}$$

باشد. در این صورت مقدار تابع امکان متناظر Π برای مجموعه $A = \{2, 3, 4\}$ برابر کدام گزینه است؟

۱. 0/60 ۲. 0/70 ۳. 0/80 ۴. 0/90

۲۰- فرض کنید تابع مجموعه $Bel: B \rightarrow [0, 1]$ یک اندازه باور و $Pl(.)$ یک اندازه موجه نمائی مرتبط باشد. آنگاه برای هر

مجموعه A از B کدام رابطه برقرار نیست؟

۱. $Bel(A) + Bel(A^c) \leq 1$ ۲. $Pl(A) = 1 - Bel(A^c)$

۳. $Bel(A) = 1 - Pl(A^c)$ ۴. $Pl(A) + Pl(A^c) \leq 1$

۲۱- فرض کنید $Bel(\cdot)$ ، $Pl(\cdot)$ و $m(\cdot)$ به ترتیب یک اندازه باور، یک اندازه موائی و تابع تخصیص پایه‌ای بر (X, B) باشند. آنگاه برای هر مجموعه‌ای مانند A از B کدام رابطه برقرار نیست؟

$$\sum_{A \in B} m(A) = 1 \quad ۱. \quad Pl(A) = 1 - Bel(A) \quad ۲. \quad Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad ۳. \quad Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad ۴.$$

۲۲- از دیدگاه نظریه اطلاع، بیانگر درجه‌ی گواهی اطلاعات موجود بر عضویت آن شی در مجموعه A و یا هر زیرمجموعه از A است.

$$m(A) \quad ۱. \quad Pl(A) \quad ۲. \quad Bel(A) \quad ۳. \quad A(\cdot) \quad ۴.$$

۲۳- فرض کنید توابع مجموعه‌ای $N(\cdot)$ یک اندازه لزوم (حتمیت) و $\Pi(\cdot)$ یک اندازه امکان دوگان آن بر (X, B) باشند، به طوری که $\Pi, N : B \rightarrow [0, 1]$ باشند. آنگاه بین $N(\cdot)$ و $\Pi(\cdot)$ برای هر مجموعه A از B کدام گزینه برقرار نیست؟

$$N(A) > 0 \Rightarrow \Pi(A) = 1 \quad ۱. \quad \Pi(A) < 1 \Rightarrow N(A) = 0 \quad ۲. \quad \Pi(A) = 1 - N(A^c) \quad ۳. \quad \Pi(A) \leq N(A) \quad ۴.$$

۲۴- اگر برای هر $A, B \in B$ ، باشد آنگاه تابع مجموعه‌ای $\Pi : B \rightarrow [0, 1]$ را یک اندازه امکان بر (X, B) می‌نامند.

$$\Pi(A \cap B) = \min[\Pi(A), \Pi(B)] \quad ۱. \quad \Pi(A \cup B) = \max[\Pi(A), \Pi(B)] \quad ۲. \quad \Pi(A \cap B) = \max[\Pi(A), \Pi(B)] \quad ۳. \quad \Pi(A \cup B) = \min[\Pi(A), \Pi(B)] \quad ۴.$$

۲۵- فرض کنید $\tilde{\mu}$ و $\tilde{\sigma}^2$ به ترتیب میانگین و واریانس توزیع دوجمله‌ای فازی باشند. در این صورت کدام رابطه برقرار نیست؟

$$\tilde{\sigma}^2 \geq n\tilde{p}\tilde{q} \quad ۱. \quad \tilde{\mu} \geq n\tilde{p} \quad ۲. \quad \tilde{\sigma}^2 \leq n\tilde{p}\tilde{q} \quad ۳. \quad \tilde{\mu} = n\tilde{p} \quad ۴. \quad \tilde{\sigma}^2 = n\tilde{p}\tilde{q}$$

سوالات تشریحی

۱- مجموعه فازی A با تابع عضویت $A(x) = e^{-x}$ ، $x \in \mathbb{R}$ را در نظر بگیرید. α -برش‌های A را محاسبه و اصل تجزیه را برای A مورد بررسی قرار دهید.

۲- عدد فازی تقریباً 10 با تابع عضویت زیرا در نظر بگیرید:

$$M(x) = \begin{cases} \frac{x}{10} & 1 \leq x < 10 \\ \frac{20-x}{10} & 10 \leq x \leq 20 \end{cases}$$

در این صورت تابع عضویت قرینه‌ی M ، $3M$ و معکوس M را به دست آورید.

۳- فرض کنید طول عمر یک لامپ الکتریکی (بر حسب ساعت)، یک متغیر تصادفی با تابع چگالی

$$f(x) = \frac{1}{10} e^{-\frac{x}{10}}, \quad x > 0$$

باشد. همچنین فرض کنید پیشامد فازی $\tilde{E}$ به صورت «طول عمر حدوداً 15

ساعت» با تابع عضویت زیر تعریف شود:

$$\tilde{E}(x) = \begin{cases} \frac{x-12}{3} & 12 \leq x < 15 \\ \frac{18-x}{3} & 15 \leq x < 18 \end{cases}$$

اگر 10 لامپ مورد استفاده قرار بگیرند احتمال اینکه حداقل 3 تای آنها، حدوداً 15 ساعت عمر کنند چقدر است؟

۴- وجوه اشتراک بین اندازه‌های امکان و احتمال را به طور خلاصه بیان کنید.

۵- فرض کنید فضای نمونه $X = \{0,1\}$ دارای توزیع احتمال گسسته فازی زیر باشند.

$$\tilde{\alpha}_1 = \tilde{P}(\{1\}) = (0/4, 0/1, 0/1)_T \quad \text{و} \quad \tilde{\alpha}_2 = \tilde{P}(\{0\}) = (0/6, 0/1, 0/1)_T$$

در این صورت α - برش‌های میانگین و واریانس فازی $\tilde{P}$ برای $\alpha = 0/2$ را به دست آورید.

نمبر رد سوال	ياسخ صحيح
1	ب
2	ج
3	الف
4	د
5	ب
6	د
7	ج
8	الف
9	ب
10	د
11	ج
12	ب
13	الف
14	ج
15	ب
16	د
17	الف
18	ج
19	ج
20	د
21	ب
22	ج
23	د
24	ب
25	ب

۱- متمم $A(x)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $A(1-x)$ ۲. $1-A(x)$ ۳. $-A(x)$ ۴. $A(-x)$

۲- جمع احتمالی دو مجموعه فازی A و B برابر با کدام گزینه است؟

۱. $(A+B)(x) = \max(A(x), B(x))$ ۲. $(A+B)(x) = \min(A(x), B(x))$

۳. $(A+B)(x) = A(x) + B(x) - A(x).B(x)$ ۴. $(A+B)(x) = A(x) + B(x)$

۳- مجموعه‌ی فازی $A(\theta) = \begin{cases} 2\theta & 0 \leq \theta < \frac{1}{2} \\ 2(1-\theta) & \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$ در نظر بگیرید. کدام گزینه برابر با $\frac{1}{3}A$ است؟

۱. $\begin{cases} \frac{2}{3}\theta & 0 \leq \theta < \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3}(1-\theta) & \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$ ۲. $\begin{cases} \frac{2}{3}\theta & 0 \leq \theta < \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3}(1-\theta) & \frac{3}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$ ۳. $\begin{cases} 3\theta & 0 \leq \theta < \frac{1}{3} \\ 3(1-\theta) & \frac{1}{3} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$ ۴. $\begin{cases} \frac{1}{3}\theta & 0 \leq \theta < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3}(1-\theta) & \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$

۴- قضیه‌ی اتحاد تجزیه، هر مجموعه فازی را به کدام گزینه تجزیه می‌کند؟

۱. مجموعه‌های فازی مجزا ۲. مجموعه‌های فازی α -برش

۳. مجموعه‌های معمولی α -برش ۴. مجموعه‌های معمولی مجزا

۵- فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ یک تابع و A یک مجموعه از مجموعه فازی X باشد. در این صورت $B = f(A)$ به صورت یک مجموعه‌ی فازی از Y ، تحت کدام تابع عضویت تعریف می‌شود؟

۱. $B(y) = \begin{cases} \sup_{x \in X} A(x) & f^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(\{y\}) = \emptyset \end{cases}$ ۲. $B(y) = \begin{cases} \sup_{x \in X} A(x) & f^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(\{y\}) = \emptyset \end{cases}$

۳. $B(y) = \begin{cases} \sup_{x \in X} A(x) & f(x) \neq \emptyset \\ 0 & f(x) = \emptyset \end{cases}$ ۴. $B(y) = \begin{cases} \sup_{x \in X} A(x) & f(x) \neq \emptyset \\ 0 & f(x) = \emptyset \end{cases}$

فرض کنید $f(x) = x^2$ و مجموعه‌ی فازی $A(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & 1 \leq x < 3 \\ 4-x & 3 \leq x < 4 \end{cases}$ از مجموعه اعداد حقیقی توصیف کننده تقریباً 3

است. اگر $B = f(A)$ باشد آنگاه مقدار $B(2/25)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. 0/25 ۲. 0/5 ۳. صفر ۴. 0/75

۷- اگر Λ مجموعه فازی از R باشد، آنگاه مفهوم Λ نرمال و تک نمایی، معادل کدام گزینه است؟

۱. یک و دقیقاً یک $x_0 \in R$ وجود داشته باشد که $A(x_0) = 1$

۲. یک و دقیقاً یک $x_0 \in A$ وجود داشته باشد که $A(x_0) = 1$

۳. $-\alpha$ برش‌های Λ ، به‌ازای هر $\alpha \in [0, 1]$ ، به صورت بازه‌های بسته باشند.

۴. Λ یک عدد فازی باشد و به‌ازای هر $x_0 \in A$ داریم $A(x_0) = 1$

۸- عدد فازی N را مثبت گوییم اگر برای هر

۱. $x \leq 0$ ، داریم $N(x) = 0$ ۲. $x < 0$ ، داریم $N(x) = 0$

۳. $x \leq 0$ ، داریم $N(x) = 1$ ۴. $x < 0$ ، داریم $N(x) = 1$

۹- در نمایش عدد فازی $N = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ ، عدد β چه نامیده می‌شود؟

۱. میانه ۲. پهنای راست ۳. پهنای چپ ۴. نما

۱۰- فرض کنید $N = (0, 1, 1)_{LR}$ و $L = R$ و $L(x) = \max(0, 1 - x^2)$ آنگاه نمایش دیگر N معادل کدام گزینه است؟

۱. $(0, 1, 1)_P$ ۲. $(0, 1, 1)_T$ ۳. $(0, 1, 1)_N$ ۴. $(0, 1, 1)_L$

۱۱- عدد فازی $M(x) = \exp(-x^2)$ ، $x \in R$ معادل کدام نمایش است؟

۱. $(1, 1)_N$ ۲. $(1, 1)_T$ ۳. $(0, 1)_N$ ۴. $(1, 0)_N$

۱۲- اگر $M = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ و $N = (n, \gamma, \delta)_{LR}$ ، آنگاه $M \ominus N$ یک عدد فازی LR به صورت کدام گزینه است؟

۱. $(m - n, \alpha - \delta, \beta - \gamma)_{LR}$ ۲. $(m - n, \alpha + \delta, \beta + \gamma)_{LR}$

۳. $(m - n, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR}$ ۴. $(m - n, \alpha - \gamma, \beta - \delta)_{LR}$

۱۳- اگر $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و مدل احتمال روی آن یک مدل یکنواخت باشد، آنگاه احتمال پیشامد فازی

$$\bar{A} = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{0/7}{2}, \frac{0/4}{3}, \frac{0/1}{4} \right\} \text{ چقدر است؟}$$

۱. 0/1 ۲. $\frac{4}{6}$ ۳. 1 ۴. 0/37

۱۴- کدام گزینه درست است؟

۱. $P(\bar{A}) \geq 0$ ۲. $P(\bar{A}^c) \geq 1 - P(\bar{A})$
 ۳. $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B})$ ۴. $\bar{A} \subseteq \bar{B} \Rightarrow P(\bar{A}) < P(\bar{B})$

۱۵- اگر $X \sim U(0,1)$ و $\tilde{A}(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 2-2x & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$ آنگاه $P(X \in \tilde{A})$ برابر کدام گزینه است؟

۱. 1 ۲. $\frac{3}{4}$ ۳. $\frac{1}{4}$ ۴. $\frac{1}{2}$

۱۶- اگر A_i ها دنباله‌ای از اعضای $\mathcal{F}$ باشند، کدام گزینه شرط آن است که Π یک اندازه امکان باشد؟

۱. $\Pi\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \inf_i (\Pi A_i)$ ۲. $\Pi\left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sup_i (\Pi A_i)$
 ۳. $\Pi\left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \inf_i (\Pi A_i)$ ۴. $\Pi\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sup_i (\Pi A_i)$

۱۷- اگر $\Pi(A) = \frac{1}{3}$ باشد، آنگاه $\Pi(A^c)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{2}{3}$ ۲. $\frac{1}{3}$ ۳. 1 ۴. $\frac{1}{9}$

۱۸- کدام گزینه مفهوم احتمال به معنای رایج آن، یعنی بر پایه‌ی مفهوم فراوانی نسبی است؟

۱. عینی ۲. ذهنی ۳. سازگاری ۴. تصادف

۱۹- اگر A و B دو مجموعه فازی از X باشند و g یک اندازه فازی بر (X, B) ، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱. $g(A \cap B) \leq \min(g(A), g(B))$

۲. $g(A \cup B) \geq \max(g(A), g(B))$

۳. $A \subset B \Rightarrow g(A) \leq g(B)$

۴. $g(A \cup B) = g(A) + g(B) - g(A).g(B)$

۲۰- اگر برای تابع مجموعه‌ای $Bel: B \rightarrow [0,1]$ یک اندازه باور (اندازه اعتقاد) بر (X, B) باشد، کدام گزینه نادرست است؟

۱. $Bel(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B)$

۲. $Bel(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B) - Bel(A \cap B)$

۳. $Bel(A) + Bel(A^c) \leq 1$

۴. $Bel(A \cup B) + Bel(A \cap B) \geq Bel(A) + Bel(B)$

۲۱- هر مجموعه $A \in B$ را یک عنصر کانونی m گویند هرگاه:

۱. $m(A) = 1$

۲. $m(A) > 0$

۳. $m(A) = 0$

۴. $m(A)$ بزرگترین مقدار باشد.

۲۲- قضیه وارون موبیوس، رابطه‌ی بین کدام گزینه است؟

۱. باور - تخصیص

۲. باور - احتمال

۳. تخصیص - احتمال

۴. احتمال - اندازه

۲۳- کدام گزینه برای تخصیص‌های پایه، اندازه باور و اندازه‌ی موجه‌نمایی بر (X, B) ، برقرار نیست؟

۱. $Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$

۲. $Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B)$

۳. $\sum_{A \in B} m(A) = 1$

۴. $Bel(A) + Pl(A) = 1$

۲۴- برای $A \cap B = \emptyset$ ، کدام رابطه نادرست است؟

۱. $Bel(A \cup B) = Bel(A) + Bel(B)$

۲. $Bel(A \cup B) = 2 - Pl(A^c) - Pl(B^c)$

۳. $Bel(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B)$

۴. $Bel(A \cup B) = P(A \cup B)$

۲۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱. $\min(N(A), N(A^c)) = 0$

۲. $\max(\Pi(A), \Pi(A^c)) = 1$

۳. $N(A) > 0 \Rightarrow \Pi(A) = 1$

۴. $\Pi(A) < 1 \Rightarrow N(A) = 1$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- فرض کنید $X = \{0, 1, 2, \dots\}$ مجموعه مقادیر یک متغیر تصادفی پواسون و $A = \left\{ \frac{1}{0}, \frac{0/8}{1}, \frac{0/6}{2}, \frac{0/4}{3}, \frac{0/2}{4} \right\}$ باشند. به ازای هر $\alpha \in (0, 1)$ ، مجموعه A_α را به دست آورید.

۱.۲۰ نمره

۲- عدد فازی مثلثی را تعریف کنید و مثالی بیاورید.

۱.۲۰ نمره

۳- پیشامد فازی را تعریف کنید و چهار ویژگی تابع احتمال روی پیشامدهای فازی را بنویسید.

۱.۲۰ نمره

۴- زمان کارکرد یک ترانزیستور دارای توزیع نمایی با میانگین یک است. احتمال این که ترانزیستور حدوداً ۲ ساعت کار کند $(A = (2, 1, 1)_T)$ چقدر است؟

۱.۲۰ نمره

۵- فرض کنید $\Omega = \{0, 1, \dots, 10\}$ و مجموعه فازی $\tilde{E} = \left\{ \frac{0/2}{2}, \frac{0/6}{3}, \frac{0/8}{4}, \frac{1}{5}, \frac{0/8}{6}, \frac{0/6}{7}, \frac{0/2}{8} \right\}$ را در نظر بگیرید. در این صورت تابع امکان زیر برای متغیر X القا می‌کند.

$$\Pi_X(x) = \begin{cases} 0/2 & x = 2, 8 \\ 0/6 & x = 3, 7 \\ 0/8 & x = 4, 6 \\ 1 & x = 5 \end{cases}$$

مقدار امکان $B = \{2, 3, 4\}$ را به دست آورید.

نمبر سوال	يـاـسـخـ صـحـيـح
١	الف
٢	ج
٣	الف
٤	ج
٥	الف
٦	ب
٧	الف
٨	الف
٩	ب
١٠	الف
١١	ج
١٢	ب
١٣	د
١٤	الف
١٥	د
١٦	د
١٧	ج
١٨	الف
١٩	د
٢٠	الف
٢١	ب
٢٢	الف
٢٣	د
٢٤	ج
٢٥	د