

## عنوان درس: آشنایی با نظریه اطلاع

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- تحت کدام شرط، پیشامدهای  $E_1$  و  $E_2$  را ناسازگار می نامند؟

۱.  $P(E_1 \cap E_2) = 0$

۲.  $P(E_1 \cap E_2) = 1$

۳.  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2)$

۴.  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

۲- در یک نمونه  $n$  تایی، احتمال انتخاب نمونه به حجم  $r$  در نمونه گیری با جایگذاری کدام است؟

۱.  $\frac{1}{\binom{n}{r}}$

۲.  $\frac{1}{n}$

۳.  $\frac{1}{n-r}$

۴.  $\frac{1}{n^r}$

۳- فرض کنید  $E_1, \dots, E_n$  پیشامدهای از دستگاه  $S$  باشند. اگر  $P(E_k) = p_k$ ، در این صورت اطلاع موضعی  $E_k$  کدام است؟  
( $I(E_k)$ )

۱.  $\log p_k$

۲.  $-\log p_k$

۳.  $-\frac{1}{\log p_k}$

۴.  $\frac{1}{\log p_k}$

۴- اندازه اطلاع در انتخاب تصادفی یکی از حروف الفبای انگلیسی کدام است؟

۱.  $0/7$  بیت

۲.  $4$  بیت

۳.  $4/7$  بیت

۴.  $3$  بیت

۵- با افزایش عدم حتمیت، چه تغییری در اطلاع موضعی یک پیشامد ایجاد می شود؟

۱. ممکن است افزایش یا کاهش یابد.

۲. کاهش می یابد.

۳. افزایش می یابد.

۴. تغییری نمی کند.

۶- هنگامی که پیشامدها به طور یکسان غیر حتمی باشند، مقدار آنتروپی  $S$  کدام است؟

۱. ماکسیمم است.

۲. مینیمم است.

۳. صفر است.

۴. یک است.

۷- آنتروپی مشترک  $H(S_1 \cap S_2)$  با پیشامدهای  $E_1, \dots, E_n$  از دستگاه  $S_1$  و پیشامدهای  $F_1, \dots, F_n$  از دستگاه  $S_2$  کدام است؟

۱.  $H(S_1|S_2) + H(S_2)$

۲.  $H(S_2|S_1) + H(S_2)$

۳.  $H(S_1|S_2) + H(S_1)$

۴.  $H(S_1|S_2)$

۸- افزایش تعداد پردازشگرها چه تغییری در اطلاع متقابل بین ورودی و خروجی ایجاد می کند؟

۱. باعث افزایش اطلاع می شود.

۲. باعث کاهش اطلاع می شود.

۳. تغییری ایجاد نمی کند.

۴. بستگی به شرایط دارد.

۹- پیام های هم احتمال های  $M_1 = 00$  ,  $M_2 = 01$  ,  $M_3 = 10$  ,  $M_4 = 11$  در ورودی را می توان روی یک کانال متقارن دودویی با احتمال عبور  $\varepsilon$  ارسال کرد. اطلاع متقابل بین  $M_1$  و اولین رفرم خروجی(.) کدام است؟

۱.  $2 - \log(1 - \varepsilon)$  . ۲.  $\log(1 - \varepsilon)$  . ۳.  $1 - \log(1 - \varepsilon)$  . ۴.  $1 + \log(1 - \varepsilon)$

۱۰- با استفاده از کدام قضیه نتیجه می شود که اگر الفبای کدی دودویی و مبنای لگاریتم ۲ باشد متوسط طول کدواژه ها نمی تواند از آنتروپی منبع کمتر باشد؟

۱. قضیه یکتایی . ۲. قضیه پردازش داده ها . ۳. قضیه کدگذاری با طول متغیر . ۴. قضیه تحدب

۱۱- اگر الفبای منبع  $a_1, \dots, a_N$  باشد و دنباله های  $n$  حرفی منبع را در نظر بگیریم. چند دنباله منبع به طول  $n$  در کدگذاری با طول ثابت وجود دارد؟

۱.  $N$  . ۲.  $n$  . ۳.  $n^N$  . ۴.  $N^n$

۱۲- فرض کنید برای ۵ حرف منبع، احتمالات به صورت جدول زیر باشند. در این صورت متوسط طول یک کدواژه کدام است؟

حرف	a1	a2	a3	a4	a5
احتمالها	0/3	0/25	0/25	0/1	0/1

۱.  $2/2$  . ۲.  $0/2$  . ۳.  $3/2$  . ۴.  $0/3$

۱۳- فرض کنید ۵ حرف منبعی به ترتیب دارای احتمالات  $0/3$  و  $0/25$  و  $0/25$  و  $0/1$  و  $0/1$  باشند. در صورتیکه به روش کدگذاری هافمن برای ۵ حرف این منبع به ترتیب نتایج  $00$  و  $01$  و  $10$  و  $110$  و  $111$  بدست آمده است. متوسط طول کدواژه کدام است؟

۱.  $2/2$  . ۲.  $22$  . ۳.  $2$  . ۴.  $0/2$

۱۴- اگر هر حرف یک منبع ۱۷ حرفی دارای احتمالات برابر بوده و با یک کد هافمن دودویی بهینه کدگذاری شده باشند. متوسط طول کدواژه کدام است؟

۱.  $4/28$  . ۲.  $4/82$  . ۳.  $8/42$  . ۴.  $2/84$

۱۵- فرض کنید الفبای ورودی کانالی از دو حرف  $a_1 = 0$  و  $a_2 = 1$  تشکیل شده و خروجی دارای سه حرف  $b_1 = 0$  و  $b_2 = 1$  و  $b_3 = 2$  می باشد. اگر  $p_1 = p_2 = 0$  و  $P(1|0) = P(1|1) = \varepsilon$  ,  $P(0|0) = P(2|1) = 1 - \varepsilon$  باشد. ظرفیت کانال کدام است؟  $(0 < \varepsilon < 1)$

۱.  $\log(\varepsilon)$  بیت . ۲.  $\log(1 - \varepsilon)$  بیت . ۳.  $\varepsilon$  بیت . ۴.  $1 - \varepsilon$  بیت

۱۶- تحت کدام شرط زیر، حرف  $a_j$  گذرا است؟

۱.  $f_j = 1$     ۲.  $f_j = 0/5$     ۳.  $f_j < 1$     ۴.  $0/5 < f_j < 1$

۱۷- فرض کنید دنباله های دورقمی به سه بلوک به صورت زیر تقسیم شوند. اگر  $u_1 = 00$  ,  $u_2 = 10$  ,  $u_3 = 11$  باشند، کران بالای  $P_c$  کدام است؟

$B_1$	$B_2$	$B_3$
00	10	11
01		

۱.  $1 - p^3$     ۲.  $1 - p^2$     ۳.  $\frac{p}{1 - p}$     ۴. وجود ندارد.

۱۸- در سوال ۱۷ مقدار  $P(a_1|u_1)$  به ازای  $p = \frac{1}{3}$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{3}$     ۲.  $\frac{2}{3}$     ۳.  $\frac{1}{9}$     ۴. نامشخص

۱۹- اگر دنباله ها به وسیله قاعده  $00 \rightarrow 00000$  ,  $01 \rightarrow 01101$  ,  $10 \rightarrow 10111$  ,  $11 \rightarrow 11010$  تبدیل شوند. ماتریس مولد (  $G$  ) کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$     ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$     ۳.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$     ۴.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲۰- در سوال ۱۹، احتمال وقوع یک دنباله خطا که در جدول کد گشا نیست و کانال نیز متقارن و با احتمال تعویض  $p$  باشد، کدام است؟

۱.  $(1 - p)^5 + 5p(1 - p)^4 + 2p^2(1 - p)^3$     ۲.  $1 - (1 - p)^5 + 5p(1 - p)^4$     ۳.  $1 - (1 - p)^5 - 5p(1 - p)^4 - 2p^2(1 - p)^3$     ۴.  $(1 - p)^5 + 5p(1 - p)^4$

۲۱- آنتروپی شرطی  $H(X|Y)$  برای دو متغیر تصادفی پیوسته  $X$  و  $Y$ ، کدام است؟

۱.  $H(X|Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log[f_{X,Y}(x, y)] dx dy$

۲.  $H(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log[f_{X,Y}(x, y)] dx dy$

۳.  $H(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log\left[\frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)}\right] dx dy$

۴.  $H(X|Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log\left[\frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)}\right] dx dy$

۲۲- آنتروپی توزیع گاوسی کدام است؟

۱.  $\log(\sigma\sqrt{2\pi e})$

۲.  $\sigma\sqrt{2\pi e}$

۳.  $2\pi\sigma e \log(\sigma\sqrt{2\pi e})$

۴.  $2\pi\sigma e$

۲۳- آنتروپی  $Z = X + Y$ ، برای دو متغیر تصادفی پیوسته مستقل و گاوسی  $X$  و  $Y$ ، کدام است؟

۱.  $H(X) - H(X|Z)$

۲.  $H(X) + H(Y) - H(X|Z)$

۳.  $H(Y) - H(X|Z)$

۴.  $H(X) + H(Y) + H(X|Z)$

۲۴- اطلاع متقابل  $I(X, Z)$ ، برای دو متغیر تصادفی پیوسته مستقل و گاوسی  $X$  و  $Y$ ، کدام است؟

۱.  $I(X, Z) = H(Z)$

۲.  $I(X, Z) = H(X)$

۳.  $I(X, Z) = H(Z) + H(Y)$

۴.  $I(X, Z) = H(Z) - H(Y)$

۲۵- مقدار  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) F(x) dx$  باتابع توزیع پیوسته  $F(.)$  کدام است؟

۱. صفر

۲. 0/25

۳. 0/5

۴. یک



## سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- برای دستگاه S با n پیشامد ثابت کنید:  $H(S) \leq \log(n)$ .

۱.۲۰ نمره

۲- قضیه کدگذاری با طول متغیر را بیان و اثبات کنید.

۱.۲۰ نمره

۳- ثابت کنید حرف  $a_j$  گذرا است، اگر و تنها اگر  $\sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)} < \infty$ .

۱.۲۰ نمره

۴- دنباله های سه رقمی در سه بلوک به صورت زیر تقسیم می شوند. با استفاده از کران بالا برای ورودیهای هم احتمال، نشان دهید:  $P_e \leq (1-p)^2(1+2p)$ .

$B_1$	$B_2$	$B_3$
000	001	111
010	011	110
100	101	

۱.۲۰ نمره

۵- توزیعهای زیر را در نظر بگیرید. مقادیر  $H(Y)$  و  $H(Y|X)$  را بدست آورید.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$f_X(y|x=x_0) = \frac{1}{\tau\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-x_0)^2}{2\tau^2}\right)$$

ياشيخ صحيح  
سواء

1	الف
2	د
3	ب
4	ج
5	ج
6	الف
7	ب
8	ب
9	د
10	ج
11	د
12	الف
13	الف
14	ب
15	د
16	ج
17	ب
18	ب
19	الف
20	ج
21	د
22	الف
23	ب
24	د
25	ج

۱- در نمونه گیری با جایگزاری؛ احتمال انتخاب یک گروه به حجم  $r$  در یک نمونه  $n$  تایی کدام است؟

۱.  $n^r$       ۲.  $\frac{1}{n^r}$       ۳.  $nr$       ۴.  $n+r$

۲- یک جعبه شامل 80 لامپ است که 20 تای آن معیوب است، لامپی که به تصادف انتخاب کرده ایم معیوب از کار درآمده است. احتمال معیوب بودن دومین لامپی که به تصادف انتخاب می کنیم چقدر است؟

۱.  $\frac{19}{79}$       ۲.  $\frac{19}{99}$       ۳.  $\frac{19}{316}$       ۴.  $\frac{20}{316}$

۳- اگر در یک دنباله نامتناهی از ارقام در پایه 2 احتمال ظاهر شدن 0 در هر یک از مکانها  $p$  باشد، اولین  $n$  رقم، هنگامی که  $n \rightarrow \infty$  است شامل چند صفر خواهد بود؟

۱.  $np$       ۲.  $2n$       ۳.  $n$       ۴.  $p$

۴- در اطلاع پیشامد موضعی پیشامد  $E_k$  برابر است با:

۱.  $\log p_k$       ۲.  $-\log p_k$       ۳.  $1-p_k$       ۴.  $1+p_k$

۵- یکی از حروف الفبای انگلیسی را به تصادف برگزیده ایم. اندازه اطلاع در این انتخاب ----- بیت است.

۱. 12.26      ۲. 4.7      ۳. 3.97      ۴. 4.93

۶- مقدار آنتروپی  $S$  هنگامی که پیشامدها به طور یکسان غیر حتمی باشند کدام است؟

۱. مینیمم است      ۲. ماکسیمم است      ۳. صفر است      ۴. یک است

۷- در مبحث اطلاع مقابل نمادهای 0 و 1 در یک کانال انتقال می یابند. احتمال اینکه نمادی که در ابتدا 0 است در پایان هم 0 باشد عبارت است از:

۱.  $1+\epsilon$       ۲.  $1-2\epsilon$       ۳.  $1+2\epsilon$       ۴.  $1-\epsilon$

۸- افزایش تعداد پردازشگرها چه تغییری در اطلاع متقابل بین ورودی و خروجی ایجاد می کند؟

۱. باعث کاهش اطلاع می شود.      ۲. باعث افزایش اطلاع می شود  
۳. تغییری ایجاد نمی کند      ۴. باعث انتقال اطلاع می شود

۹- اگر یک جفت تاس را پرتاب کنیم مقدار ---- بیت اطلاع در مجموع 7 آمدن آنها وجود دارد.

۱. 2.6      ۲. 1      ۳. 5.2      ۴. 5

۱۰- هر حرف الفبای انگلیسی با کد گذاری با طول ثابت به یک نمایش دودویی تبدیل شده است. حداقل طول یک کد واژه چقدر است؟

۴ . 4

۳ . 5

۲ . 28

۱ . 27

۱۱- در قضیه افراز دنباله داریم:

$$|\frac{1}{n} \log P(u) - 2H(U)| < \delta \quad .۲$$

$$|\frac{n+1}{n} \log P(u) + H(U)| < \delta \quad .۱$$

$$|\frac{1}{n} \log P(u) + H(U)| < \delta \quad .۴$$

$$|\frac{1}{n} \log P(u) - 2H(U)| < \delta \quad .۳$$

۱۲- یک کد با شرط پیشوندی، کدی است که در آن -----.

۱. هر کد واژه، پیشوند کدواژه دیگری است.

۲. هر کد واژه، کدواژه ایی برای بعدی است

۳. هیچ کدواژه ای، پیشوند هیچ کدواژه دیگر نباشد

۴. می توان آن را به یک کد دیگر برگرداند

۱۳- با استفاده از کدام قضیه نتیجه می شود که اگر الفبای کدی دودویی و مبنای لگاریتم 2 باشد متوسط طول کد واژه ها نمی تواند از آنتروپی منبع کمتر باشد؟

۲. قضیه تحدب

۱. قضیه یکتایی

۴. قضیه کدگذاری با طول متغیر

۳. قضیه پردازش داده ها

۱۴- اگر  $a_j$  گذرا باشد آنگاه همواره:

$$f_j \rightarrow \infty \quad .۴$$

$$f_j = 1 \quad .۳$$

$$f_j < 1 \quad .۲$$

$$f_j > 1 \quad .۱$$

۱۵- احتمال اینکه حروف گذرا هرگز ظاهر نشوند چقدر است؟

۴ . 0

۳ . 0.5

۲ . 0.25

۱ . 1

۱۶- نرخ انتقال اطلاعات کدام یک از گزینه های زیر میتواند باشد؟

$$\frac{1}{n} \log N \quad .۴$$

$$\frac{n-1}{n+1} \log N \quad .۳$$

$$\frac{n-1}{n} \log N \quad .۲$$

$$\frac{n+1}{n} \log N \quad .۱$$

۱۷- وقتی که کد واژه  $u_i$  ارسال می شود احتمال اینکه درست کد گشایی شود برابر است با:

$$1 - \sum_{y \in B_i} P(y | u_i) \quad .۲$$

$$\sum_{y \in B_i} P(y | u_i) \quad .۱$$

$$1 + \frac{1}{2} \sum_{y \in B_i} P(y | u_i) \quad .۴$$

$$1 - \frac{1}{2} \sum_{y \in B_i} P(y | u_i) \quad .۳$$

۱۸- اگر هر حرف یک منبع 17 حرفی دارای احتمال های برابر باشد و با یک کد هافمنی دودویی بهینه کد گذاری شده باشند. متوسط طول واژه کدام است؟

۱. 4.28      ۲. 4.82      ۳. 8.42      ۴. 2.48

۱۹- در دنباله های خطا-----

۱. هرچه وزن یک دنباله خطا کمتر باشد تعداد خطاهای مرتکب شده بیشتر است
۲. هرچه وزن یک دنباله خطا بیشتر باشد تعداد خطاهای مرتکب شده بیشتر است
۳. تعداد خطاهای مرتکب شده نامتناهی است
۴. تعداد خطاهای مرتکب شده وابسته به وزن هیچ دنباله ای از خطاها نمی باشد.

۲۰- حاصل انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du$  کدام است؟

۱. 1      ۲.  $\pi$       ۳.  $\sqrt{\pi}$       ۴. 0

۲۱- اطلاع متقابل  $I(X, Z)$  برای دو متغیر تصادفی مستقل و گاوسی  $X, Y$ ، کدام است؟

۱.  $H(Z)$       ۲.  $H(X)$       ۳.  $H(Z) - H(X)$       ۴.  $H(Z) - H(Y)$

۲۲- واحد پهنای باند چیست؟

۱. هرتز      ۲. کیلومتر      ۳. سانتی متر      ۴. متر

۲۳- اگر  $g(t)$  دارای پهنای باند متناهی باشد، آنگاه :

۱.  $g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{k}{2w}\right) \frac{\sin \pi(2wt - k)}{\pi(2wt - k)}$
۲.  $g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{k}{2w}\right) \frac{\sin \pi(2wt + k)}{\pi(2wt - k)}$
۳.  $g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{k}{2w}\right) \frac{\sin \pi(2wt - k)}{\pi(2wt - k)}$
۴.  $g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{k}{2w}\right) \frac{\sin \pi(2wt + k)}{\pi(2wt + k)}$

۲۴- هر سیگنال عملی بادقت زیادی به وسیله مقادیرش در  $2WT$  نقطه نمونه گیری مشخص می شود به شرط اینکه :

۱.  $WT \gg 1$       ۲.  $3WT \gg 1$       ۳.  $3WT \gg 5$       ۴.  $2WT \gg 1$

۲۵- هرتوزیع گاوسی دارای میانگین ---- است؟

۱. 1      ۲. 0      ۳.  $\pi$       ۴.  $\sqrt{\pi}$



۱- تحت کدام شرط، پیشامدهای  $E_1$  و  $E_2$  را ناسازگار می نامند؟

۱.  $P(E_1 \cap E_2) = 1$       ۲.  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2)$

۳.  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) + P(E_2)$       ۴.  $P(E_1 \cap E_2) = 0$

۲- در نمونه گیری با جایگذاری، احتمال انتخاب یک گروه به حجم  $r$  در یک نمونه  $n$  تایی کدام است؟

۱.  $\frac{1}{\binom{n}{r}}$       ۲.  $\frac{1}{n^r}$       ۳.  $\frac{1}{n-r}$       ۴.  $\frac{1}{n}$

۳- اگر در یک دنباله نامتناهی از ارقام در پایه 2، احتمال ظاهر شدن صفر در هر یک از مکانها  $p$  باشد، اولین  $n$  رقم، هنگامی که  $n \rightarrow \infty$  است شامل چند صفر خواهد بود؟

۱.  $np$       ۲.  $2n$       ۳.  $n^2$       ۴.  $p$

۴- یکی از حروف الفبای انگلیسی را به تصادف انتخاب کرده ایم. اندازه اطلاع در این انتخاب کدام است؟

۱.  $0/7$  بیت      ۲.  $4$  بیت      ۳.  $4/7$  بیت      ۴.  $3$  بیت

۵- اطلاع موضعی یک پیشامد با افزایش عدم حتمیت آن چه تغییری می کند؟

۱. افزایش می یابد.      ۲. کاهش می یابد.      ۳. تغییری نمی کند.      ۴. ممکن است افزایش یا کاهش یابد.

۶- مقدار آنتروپی  $S$ ، هنگامی که پیشامدها به طور یکسان غیر حتمی باشند کدام است؟

۱. مینیمم است.      ۲. ماکسیمم است.      ۳. صفر است.      ۴. یک است.

۷- آنتروپی مشترک  $H(S_1 \cap S_2)$  با پیشامدهای  $E_1, \dots, E_n$  از دستگاه  $S_1$  و پیشامدهای  $F_1, \dots, F_n$  از دستگاه  $S_2$  کدام است؟

۱.  $H(S_1|S_2) + H(S_2)$       ۲.  $H(S_1|S_2) + H(S_1)$       ۳.  $H(S_1|S_2)$       ۴.  $H(S_2|S_1) + H(S_2)$

۸- افزایش تعداد پردازشگرها چه تغییری در اطلاع متقابل بین ورودی و خروجی ایجاد می کند؟

۱. باعث کاهش اطلاع می شود.      ۲. باعث افزایش اطلاع می شود.      ۳. تغییری ایجاد نمی کند.      ۴. هیچکدام

۹- پیام های هم احتمال های  $M_1 = 00$  ,  $M_2 = 01$  ,  $M_3 = 10$  ,  $M_4 = 11$  در ورودی را می توان روی یک کانال متقارن دودویی با احتمال عبور  $\varepsilon$  ارسال کرد. اطلاع متقابل بین  $M_1$  و اولین رقم خروجی (.) کدام است؟

۱.  $2 - \log(1 - \varepsilon)$  . ۲.  $\log(1 - \varepsilon)$  . ۳.  $1 - \log(1 - \varepsilon)$  . ۴.  $1 + \log(1 - \varepsilon)$

۱۰- با استفاده از کدام قضیه نتیجه می شود که اگر الفبای کدی دودویی و مبنای لگاریتم 2 باشد متوسط طول کدواژه ها نمی تواند از آنتروپی منبع کمتر باشد؟

۱. قضیه یکتایی . ۲. قضیه تحدب . ۳. قضیه پردازش داده ها . ۴. قضیه کدگذاری با طول متغیر

۱۱- اگر الفبای یک منبع  $a_N, \dots, a_1$  باشد و دنباله های  $n$  حرفی منبع را در نظر بگیریم، چند دنباله به طول  $n$  در کدگذاری با طول ثابت وجود دارد؟

۱.  $n$  . ۲.  $N$  . ۳.  $N^n$  . ۴.  $n^N$

۱۲- فرض کنید برای 5 حرف یک منبع، احتمالات به صورت جدول زیر باشند. در این صورت متوسط طول یک کدواژه کدام است؟

حرف	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$p(a_k)$	3/0	25/0	25/0	1/0	1/0

۱. 0/2 . ۲. 2/2 . ۳. 0/3 . ۴. 3/2

۱۳- فرض کنید 5 حرف منبعی به ترتیب دارای احتمالات  $0/3$  ,  $0/25$  ,  $0/25$  ,  $0/1$  و  $0/1$  باشند. در صورتیکه به روش کدگذاری هافمن برای 5 حرف این منبع به ترتیب نتایج 00 و 01 و 10 و 110 و 111 بدست آمده باشد. متوسط طول کدواژه کدام است؟

۱. 0/22 . ۲. 1/5 . ۳. 2/2 . ۴. 22

۱۴- اگر هر حرف یک منبع 17 حرفی دارای احتمالات برابر باشد و با یک کد هافمن دودویی بهینه کدگذاری شده باشند. متوسط طول کدواژه کدام است؟

۱. 4/28 . ۲. 4/82 . ۳. 8/42 . ۴. 2/84

۱۵- فرض کنید الفبای ورودی کانالی از دو حرف  $a_1 = 0$  و  $a_2 = 1$  تشکیل شده و خروجی دارای سه حرف  $b_1 = 0$  و  $b_2 = 1$  و  $b_3 = 2$  می باشد. اگر  $p_1 = p_2 = 0$  و  $P(1|0) = P(1|1) = \varepsilon$  ,  $P(0|0) = P(2|1) = 1 - \varepsilon$  باشد. ظرفیت کانال کدام است؟ ( $0 < \varepsilon < 1$ )

۱. بیت  $1 - \varepsilon$  . ۲. بیت  $\varepsilon$  . ۳. بیت  $\log(1 - \varepsilon)$  . ۴. بیت  $\log(\varepsilon)$

۱۶- تحت کدام شرط زیر، حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم؟

۱.  $f_j < 1$       ۲.  $f_j = 1$       ۳.  $f_j = 0/5$       ۴.  $0/5 < f_j < 1$

۱۷- فرض کنید دنباله های دورقمی به سه بلوک تقسیم شوند. اگر

$01, B_1 = 00, B_2 = 10, B_3 = 11, u_1 = 00, u_2 = 10, u_3 = 11$  باشد، کران بالای  $P_c$  کدام است؟

۱.  $\frac{p}{1-p}$       ۲.  $1-p^3$       ۳.  $1-p^2$       ۴. وجود ندارد

۱۸- فرض کنید دنباله های دورقمی به سه بلوک تقسیم شوند. اگر

$01, B_1 = 00, B_2 = 10, B_3 = 11, u_1 = 00, u_2 = 10, u_3 = 11$  باشد، مقدار  $P(a_1|u_1)$  به ازای  $p = \frac{1}{3}$  کدام

است؟

۱.  $\frac{1}{3}$       ۲.  $\frac{2}{3}$       ۳.  $\frac{1}{9}$       ۴. نامشخص

۱۹- اگر دنباله ها به وسیله قاعده  $11 \rightarrow 11010, 10 \rightarrow 10111, 01 \rightarrow 01101, 00 \rightarrow 00000$  تبدیل شوند. ماتریس مولد  $G$  ( کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۲۰- اگر دنباله ها به وسیله قاعده  $11 \rightarrow 11010, 10 \rightarrow 10111, 01 \rightarrow 01101, 00 \rightarrow 00000$  تبدیل شوند. در این صورت احتمال وقوع یک دنباله خطا را که در جدول کد گشا نیست هنگامی که کانال متقارن و با احتمال تعویض  $P$  باشد، کدام است؟

۱.  $(1-p)^5 + 5p(1-p)^4 + 2p^2(1-p)^3$       ۲.  $1 - (1-p)^5 - 5p(1-p)^4 - 2p^2(1-p)^3$   
۳.  $1 - (1-p)^5 + 5p(1-p)^4$       ۴.  $(1-p)^5 + 5p(1-p)^4$

۲۱- آنتروپی شرطی  $H(X|Y)$  برای دو متغیر تصادفی پیوسته  $X$  و  $Y$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} & - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log[f_{X,Y}(x,y)] dx dy \quad .1 \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log[f_{X,Y}(x,y)] dx dy \quad .2 \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log\left[\frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)}\right] dx dy \quad .3 \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log\left[\frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)}\right] dx dy \quad .4 \end{aligned}$$

۲۲- آنتروپی توزیع گاوسی کدام است؟

$$\begin{aligned} & \log(\sigma\sqrt{2\pi e}) \quad .1 \\ & \sigma\sqrt{2\pi e} \quad .2 \\ & 2\pi\sigma e \quad .3 \\ & 2\pi\sigma e \log(\sigma\sqrt{2\pi e}) \quad .4 \end{aligned}$$

۲۳- آنتروپی  $Z = X + Y$  برای دو متغیر تصادفی پیوسته مستقل و گاوسی  $X$  و  $Y$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} & H(X) - H(X|Z) \quad .1 \\ & H(Y) - H(X|Z) \quad .2 \\ & H(X) + H(Y) + H(X|Z) \quad .3 \\ & H(X) + H(Y) - H(X|Z) \quad .4 \end{aligned}$$

۲۴- اطلاع متقابل  $I(X,Z)$ ، برای دو متغیر تصادفی پیوسته مستقل و گاوسی  $X$  و  $Y$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} & H(Z) \quad .1 \\ & H(X) \quad .2 \\ & H(Z) - H(Y) \quad .3 \\ & H(Z) + H(Y) \quad .4 \end{aligned}$$

۲۵- برای تابع توزیع پیوسته  $F(\cdot)$ ، مقدار  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)F(x)dx$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & 0 \quad .1 \\ & 0/25 \quad .2 \\ & 0/50 \quad .3 \\ & 1 \quad .4 \end{aligned}$$

### سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- برای دستگاه  $S$  با  $n$  پیشامد ثابت کنید  $H(S) \leq \log(n)$ .

۱.۲۰ نمره

۲- قضیه کدگذاری با طول متغیر را بیان و اثبات کنید.

۱.۲۰ نمره

۳- ثابت کنید حرف  $a_j$  گذرا است اگر و تنها اگر  $\sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)} < \infty$ .

۱.۲۰ نمره

۴- دنباله های سه رقمی در سه بلوک تقسیم می شوند. با استفاده از کران بالا برای ورودیهای هم احتمال نشان

$$P_e \leq (1-p)^2(1+2p) \text{ دهید}$$

۵- برای توزیع های زیر، مقادیر  $H(Y)$  و  $H(Y|X)$  را بدست آورید.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$f_X(y|x=x_0) = \frac{1}{\tau\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-x_0)^2}{2\tau^2}\right)$$



نمبر رد سوال	ياسخ صحيح
1	د
2	ب
3	الف
4	ج
5	الف
6	ب
7	د
8	الف
9	د
10	د
11	ج
12	ب
13	ج
14	ب
15	الف
16	الف
17	ج
18	ب
19	د
20	ب
21	ج
22	الف
23	د
24	ج
25	ج

۱- واحد پهنای باند چیست؟

۱. دسی متر      ۲. بیت بر ثانیه      ۳. مگا هرتز      ۴. هرتز

۲- در یک بسط دهنده متناهی، ظاهر شدن 5 را پیروزی و ظاهر شدن بقیه ارقام را شکست می گیریم. اگر ظهور همه ارقام دارای احتمال برابر باشند آنگاه طبق قانون اعداد بزرگ هنگامی که  $n \rightarrow \infty$  تعداد 5ها به احتمال زیاد

۱.  $\frac{n}{10}$       ۲.  $\frac{n}{5}$       ۳.  $\frac{n}{5}$       ۴.  $\frac{n}{15}$

۳- در اطلاع موضوعی  $I(E_k)$  برابر است با:

۱.  $-\log P_k$       ۲.  $\log P_k$       ۳.  $P_k$       ۴.  $-P_k$

۴- کدام گزاره صحیح است؟

۱.  $H(S) \leq e^{-n}$       ۲.  $H(S) \leq \log n$       ۳.  $H(S) = \log n$       ۴.  $H(S) = -\log n$

۵- آنتروپی مشترک دو دستگاه به طور آماری مستقل، برابر با ..... آنهاست.

۱. معدل اطلاع متقابل بین دو پیشامد آنهاست.  
۲. معدل آنتروپیهای مجزای آنهاست.  
۳. مجموع آنتروپیهای مجزای آنهاست.  
۴. مجموع اطلاع متقابل بین دو پیشامد آنهاست.

۶- اگر یک جفت سکه را پرتاب کنیم چقدر اطلاع در مجموعه 2 آمدن آنها وجود دارد؟

۱. 2      ۲.  $2/5$       ۳.  $5/2$       ۴.  $3/4$

۷- در یک کانال متقارن دودویی با احتمال 0.01 اطلاع متقابل بین  $S_1, S_2$  چند بیت است؟

۱. 0.92      ۲. 0.25      ۳. 0.75      ۴. 0.66

۸- هر حرف الفبای انگلیسی با کدگذاری با طول ثابت به یک نمایش دودویی تبدیل شده است. حداقل طول یک کد واژه چقدر است؟

۱. 2      ۲. 3      ۳. 4      ۴. 5

۹- ماکسیمم آنتروپی به ازای هر کدواژه، ----- است.

۱.  $m \log M$       ۲.  $m^2 \log M$       ۳.  $m^2 \log(M+1)$       ۴.  $m^2 \log(M-1)$

۱۰- تعداد حروف یک کد واژه متناظر با  $a_k$  در کدهای با طول متغیر را با نماد ---- نمایش می دهیم.

۱.  $t_k$       ۲.  $I_k$       ۳.  $l_k$       ۴.  $\lambda_k$

۱۱- دنباله 11010011010 در کد (c) را می توان به صورت..... تفکیک و به صورت ..... کد گشایی کرد؟

۱. 110 و 10 و 0 و 110 و 10 تفکیک و به صورت  $a_2a_2a_2a_1a_3$  کد گشایی کرد.

۲. 110 و 1 و 0 و 10 و 110 تفکیک و به صورت  $a_2a_2a_2a_1a_3$  کد گشایی کرد.

۳. 110 و 10 و 0 و 110 و 10 تفکیک و به صورت  $a_3a_2a_1a_3a_2$  کد گشایی کرد.

۴. 10110 و 0 و 110 و 1 تفکیک و به صورت  $a_2a_2a_2a_1a_3$  کد گشایی کرد.

۱۲- برای یک منبع مفروض یک کد دودویی بهینه وجود دارد که در آن نامحتملترین واژه ها  $X_N, X_{N-1}$  دارای طول ---- اند. و فقط آخرین رقم آنها متفاوت است، به طوری که  $X_{N-1}$  به ---- و  $X_N$  به ..... ختم می شود؟

۱. متمایز، صفر، یک      ۲. مساوی، یک، دو      ۳. مساوی، صفر، یک      ۴. متمایز، یک، دو

۱۳- در مبحث کانالها اگر به هر حرف a از ورودی کانال یک ---- از خروجی آن متناظر باشد گوییم کانال ..... است.

۱. حرف یکتای ط، بدون حافظه      ۲. حرف یکتای ط، با حافظه

۳. حرف یکتای ط، نوفه دار      ۴. حرف یکتای ط، بدون نوفه

۱۴- اطلاع متقابل، تابعی ---- از احتمال ---- است.

۱. محدب، خروجی      ۲. مقعر، ورودی      ۳. محدب، ورودی      ۴. مقعر، خروجی

۱۵- احتمال ---- متناظر با ظرفیت کانال، ---- هستند.

۱. ورودی، متمایز      ۲. خروجی متمایز      ۳. خروجی، یکتا      ۴. ورودی، یکتا

۱۶- در قضیه اول شانون کمیت ایهام ----.

۱. به دلخواه بزرگ است.      ۲. منفی است.

۳. برابر عدد یک است.      ۴. به دلخواه کوچک است.

۱۷- در کانالهای متوالی ظرفیت کل از ورودی A به خروجی، به وسیله احتمال های تغییر وضعیت که عناصر ماتریس حاصل ضربی ---- است تعیین می شود؟

۱.  $P(c|b)P(b|a)$       ۲.  $P(c|a)P(a|b)$       ۳.  $P(c|a)P(a)$       ۴.  $P(c|a)P(b)$

۱۸- حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم اگر.....

۱.  $f_j < 1$       ۲.  $f_j = 1$       ۳.  $f_j > 1$       ۴.  $f_j = 2$

۱۹- یک حرف ماندگار است اگر و تنها اگر  $\sum_{m=1}^{\infty} P_{jj}^{(m)}$  ----- باشد.

۱. واگرا      ۲. همگرا      ۳. همگرای مشروط      ۴. برابر یک

۲۰- نمادهای ورودی و خروجی یک کانال عبارت اند از 3,2,1,0 نماد ورودی i با احتمال برابر به i, i+1 تبدیل می شود ظرفیت کانال چقدر است؟

۱.  $\log 2$       ۲.  $\log 3$       ۳. 1      ۴. 0

۲۱- در قضیه نرخ اطلاع در یک کانال بی حافظه  $T_0, n$  مفروض داریم

۱.  $\bar{P}_{ev} \leq e^{n\{\rho - E(\rho)\}}$       ۲.  $\bar{P}_{ev} \geq e^{n\{\rho - E(\rho)\}}$       ۳.  $\bar{P}_{ev} \geq e^{n\{\rho T_0 - E(\rho)\}}$       ۴.  $\bar{P}_{ev} \leq e^{n\{\rho T_0 - E(\rho)\}}$

۲۲- ماتریس F مربوط به کدهای همینگ برای  $n=7, r=4$  برابر کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$   
۳.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲۳- آنتروپی توزیع گاوسی چیست؟

۱.  $\log(\sigma\sqrt{2\pi e})$       ۲.  $\log(\sqrt{\sigma 2\pi e})$       ۳.  $\log(\sqrt{\sigma\pi e})$       ۴.  $\log(2\sqrt{\sigma e})$

۲۴- مجموع دو متغیر گاوسی به طور مستقل، ----- است.

۱. نرمال      ۲. پواسون      ۳. گاوسی      ۴. کای دو

۲۵- برای یک توزیع پیوسته حاصل  $\int_{-\infty}^{\infty} F(x)f_X(x)dx$  برابر است با:

۱.  $\frac{1}{3}$       ۲.  $\frac{1}{2}$       ۳.  $\frac{3}{2}$       ۴.  $\frac{2}{3}$

## سوالات تشریحی

نمر ۱.۶۴

۱- بسط مک لوان  $\sin x$  را بیابید.

نمر ۱.۶۴

۲- مفاهیم زیر را تعریف کنید؟

الف) قابلیت کد گشایی

ب) اصلاع موضعی شرطی و آنتروپی شرطی

ج)  $H_r(U), H_\infty(U)$

نمر ۰.۵۵

۳- نشان دهید بین اطلاع متقابل و آنتروپی مشترک  $S_1, S_2$  تساوی زیر برقرار است؟

$$I(S_1, S_2) = H(S_2) + H(S_2) - H(S_1 \cap S_2)$$

نمر ۰.۵۵

۴- یک منبع دارای شش حرف با احتمال های وقوع  $0/3$  و  $0/2$  و  $0/15$  و  $0/15$  و  $0/1$  و  $0/1$  است. یک کد هافمن

دودویی بهینه بسازید و طول متوسط یک کدواژه را بیابید؟

نمر ۱.۶۲

۵- حرف  $a_j$  گذراست اگر و تنها اگر  $\sum_{m=1}^{\infty} p_{ij}^{(m)} < \infty$ ، و احتمال اینکه  $a_j$  مجددا در خروجی حداقل یک کانال ظاهر

شود برابر است با  $1 - \frac{1}{\sum_{m=1}^{\infty} p_{ij}^{(m)}}$

لزوما به ازای هر  $i$  داریم  $\sum_{m=1}^{\infty} p_{ji}^{(m)} < \infty$ .



شماره سوال	پاسخ صحیح
1	د
2	الف
3	الف
4	ب
5	ج
6	ب
7	الف
8	د
9	الف
10	ج
11	ج
12	ج
13	د
14	ج
15	ج
16	د
17	الف
18	الف
19	الف
20	الف
21	د
22	الف
23	الف
24	ج
25	ب

۱- به شما گفته اند یک جفت تاس را انداخته ایم که مجموع آنها 7 بوده است. در این پیام چند بیت اطلاع وجود دارد؟

۱.  $\log_2 \frac{1}{6}$       ۲.  $\log_2 6$       ۳.  $\log_2 \frac{1}{36}$       ۴.  $-\log_2 36$

۲- کدام یک از گزینه های زیر درباره آنتروپی صحیح نمی باشد؟

۱. آنتروپی صفر می شود اگر تنها اگر حتمیت کامل وجود داشته باشد.  
۲. آنتروپی همواره مثبت است.

۳.  $H(S) \leq \log(n)$

۴. آنتروپی را می توان به عنوان اندازه ای برای عدم حتمیت تلقی کرد.

۳- هر حرف الفبای انگلیسی با کدگذاری با طول ثابت به یک نمایش دودویی تبدیل شده است. حداقل طول یک کد واژه چند حرف است؟

۱. 3      ۲. 5      ۳. 1      ۴. 4

۴- در قضیه افراز دنباله منبع کدام یک از نامساوی های زیر صحیح است؟

۱.  $\left| \frac{\log P(u)}{n} + H(u) \right| < \delta$       ۲.  $\left| \frac{\log P(u)}{n} - H(u) \right| < \delta$       ۳.  $\left| \frac{\log P(u)}{n} - H(u) \right| \geq \delta$       ۴.  $\left| \frac{\log P(u)}{n} + H(u) \right| \geq \delta$

۵- یک کد با شرط پیشوندی،

۱. کدی است که در آن هر کد واژه ای، پیشوند کد واژه دیگری است.  
۲. کدی است که در آن هیچ کد واژه ای، پیشوند هیچ کد واژه دیگر نباشد.  
۳. تنها کدی است که فقط پیشوند یک کد واژه می باشد  
۴. تنها کدی است که پیشوند تمام کدهای دیگر است.

۶- در قضیه کرافت، کمیت های ..... در حالت کلی نقش عمده به عهده دارند.

۱.  $M^{lk}$       ۲.  $M^{lk+1}$       ۳.  $\frac{1}{M^{lk+1}}$       ۴.  $\frac{1}{M^{lk}}$

۷-  $H_r(u)$ ، یعنی آنتروپی به ازای هر حرف در یک دنباله r حرفی، با ----- تعریف می شود.

۱.  $H_r(u) = H(u_1 \cap u_2 \cap, \dots \cap u_r)$       ۲.  $H_r(u) = rH(u_1 \cap u_2 \cap, \dots \cap u_r)$   
۳.  $H_r(u) = \frac{1}{r}H(u_1 \cap u_2 \cap, \dots \cap u_r)$       ۴.  $H_r(u) = \frac{r}{r+1}H(u_1 \cap u_2 \cap, \dots \cap u_r)$

۸- یک منبع دارای شش حرف با احتمال های وقوع 0.1, 0.1, 0.15, 0.15, 0.2, 0.3 است طول متوسط یک کدواژه آن برابر است با:

۱. 0      ۲. 1      ۳. 2.5      ۴. 3.5

۹- در ظرفیت یک کانال بی حافظه اطلاع متقابل بین ورودی و خروجی کانال عبارت است از:

$$I(A, B) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^r P(a_k) \log \frac{P(b_s | a_k)}{P(b_s)} \quad ۲. \quad I(A, B) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^r P(b_s) \log \frac{P(b_s | a_k)}{P(b_s)} \quad ۱.$$

$$I(A, B) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^r \log \frac{P(b_s | a_k)}{P(b_s)} \quad ۴. \quad I(A, B) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^r P(b_s \cap a_k) \log \frac{P(b_s | a_k)}{P(b_s)} \quad ۳.$$

۱۰- اطلاع متقابل -----

۱. تابعی مقعر از احتمال ورودی است.
۲. تابعی محدب از احتمال ورودی است.
۳. تابعی از احتمال ورودی است ولی نه مقعر و نه محدب است.
۴. تابعی محدب است ولی تابعی از احتمال های ورودی نمی باشد.

۱۱- در کانال های متوالی

ظرفیت کل از ورودی A به خروجی، به وسیله احتمال های تغییر وضعیت که عناصر ماتریس حاصل ضربی ..... تعیین می شود.

$$P(a|b)P(b) \quad ۴. \quad P(c|b)P(b) \quad ۳. \quad P(c|b)P(b|a) \quad ۲. \quad P(c|b)P(b|a)P(a) \quad ۱.$$

۱۲- حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم اگر:

$$f_j > 1 \quad ۱. \quad f_j = 1 \quad ۲. \quad f_j = 0 \quad ۳. \quad f_j < 1 \quad ۴.$$

۱۳- اگر یک حرف ماندگار باشد آنگاه:

$$f_j < 1 \quad ۱. \quad \sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)} \quad \text{همگراست.} \quad f_j = 1 \quad ۲. \quad \sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)} \quad \text{همگراست.}$$

$$f_j = 1 \quad ۳. \quad \sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)} \quad \text{واگراست}$$

$$f_j < 1 \quad ۴. \quad \sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)} \quad \text{واگراست.}$$

۱۴- در بحث کانال های موازی برای تغییرات مربوط به  $p_k^{(2)}$  داریم:

$$\begin{array}{ll} ۱. & c_2 = \log e + \log p_2 + \frac{1}{p_2} \\ ۲. & c_2 = \log e + \lambda_2 \log p_2 + \frac{1}{p_2} \\ ۳. & c_2 = \log e + \log p_2 + \frac{\lambda_2}{p_2} \\ ۴. & c_2 = \lambda_2 \log e + \log p_2 + \frac{\lambda_2}{p_2} \end{array}$$

۱۵- اگر 0 و 1 هم ورودی و هم خروجی یک کانال باشند، احتمال های تغییر وضعیت از 0 به 0 و 1، به ترتیب عبارتند از:

$$\begin{array}{llll} ۱. & \varepsilon, 1-\varepsilon & ۲. & \varepsilon, 1+\varepsilon \\ ۳. & 1+\varepsilon, \varepsilon & ۴. & 1-\varepsilon, \varepsilon \end{array}$$

۱۶- اگر منبع ورودی با حروف  $a_1, \dots, a_N$  باشد و این حروف به وسیله دنباله های دودویی دارای n رقم کدگذاری شوند؛ آنگاه نرخ انتقال اطلاعات کدام گزینه است؟ (کدواژه ها از طریق کانالی ارسال می شوند که می تواند در هر ثانیه یک بیت را انتقال دهند).

$$\begin{array}{llll} ۱. & \log N & ۲. & \frac{\log n}{N} \\ ۳. & \log n & ۴. & \frac{\log N}{n} \end{array}$$

۱۷- نرخ انتقال اطلاعات برابر است با:

$$\begin{array}{llll} ۱. & n \log N & ۲. & n + \log N \\ ۳. & \frac{n}{\log N} & ۴. & \frac{\log N}{n} \end{array}$$

۱۸- برای کانال دودویی متقارن فرض کنید  $q(1) = q(0) = \frac{1}{2}$  در اینصورت:

$$\begin{array}{ll} ۱. & \bar{P}_{e1} \leq \left[ \frac{1}{2} \left\{ (1-\varepsilon)^{\frac{1}{2}} + \varepsilon^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \right]^n \\ ۲. & \bar{P}_{e1} = \left[ \frac{1}{2} \left\{ (1+\varepsilon)^{\frac{1}{2}} + \varepsilon^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \right]^n \\ ۳. & \bar{P}_{e1} > \left[ \frac{1}{2} \left\{ (1+\varepsilon)^{\frac{1}{2}} + \varepsilon^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \right] \\ ۴. & \bar{P}_{e1} = \left[ \frac{1}{2} \left\{ (1+\varepsilon)^{\frac{1}{2}} + \varepsilon^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \right] \end{array}$$

۱۹- در کدهای تصحیح کننده خطا

اگر  $Fx = 0$  آنگاه x یک کدواژه با ----- رقم کنترل است.

$$\begin{array}{llll} ۱. & n+r & ۲. & n-r \\ ۳. & n-r+1 & ۴. & n-r-1 \end{array}$$

۲۰- با دنباله های خطا مفهومی به نام عارضه  $s$  خروجی همراه است که به صورت  $s = Fy$  تعریف می شود. این عارضه یک بردار سطری است که دارای ---- مولفه است.

۱.  $n-r$       ۲.  $n-r-1$       ۳.  $n+r-1$       ۴.  $nr-1$

۲۱- در کدهای همینگ برای حالت  $n=7, r=4$  ماتریس  $F$  برابر است با:

$$\begin{array}{ll} ۱. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & ۲. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ ۳. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & ۴. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

۲۲- چگالی احتمالی که بزرگترین آنتروپی را با توجه به قید  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \sigma^2$  می دهد؟

۱. توزیع گاوسی با میانگین 1 و واریانس 1 است.  
۲. توزیع گاوسی با میانگین 0 و واریانس 1 است.  
۳. توزیع گاوسی با میانگین 0 و واریانس  $\sigma^2$  است.  
۴. توزیع گاوسی با میانگین 1 و واریانس  $\sigma^2$  است.

۲۳- ظرفیت یک مدار گفتاری تقریباً ----- برابر ظرفیت یک کانال تله تایپ است.

۱. 50      ۲. 100      ۳. 1000      ۴. 500

۲۴- متغیرهای  $x, y$  به طور آماری مستقل و هم توزیع اند یعنی به ازای  $a > 0$ ، هرگاه  $x > 0$ ،  $f_X(x) = ae^{-ax}$  و برای  $x < 0$ ،

$$f_X(x) = 0 \text{ در این صورت برای } 0 < x < z$$

$$۱. f_X(x | x+y=z) = z \quad ۲. f_X(x | x+y=z) = \frac{z}{xy}$$

$$۳. f_X(x | x+y=z) = \frac{y}{zx} \quad ۴. f_X(x | x+y=z) = \frac{1}{z}$$



۲۵- به وسیله قاعده زیر، دنباله های دو رقمی به کدواژه های سه رقمی تبدیل می شوند:

$$00 \rightarrow 0000 \quad 01 \rightarrow 0111 \quad 10 \rightarrow 1010 \quad 11 \rightarrow 1101$$

احتمال وقوع یک دنباله خطا که در جدول کد گشاییست برای یک کانال دودویی متقارن معین چه مقداری می تواند باشد؟

$$P1 - (1-p)^4 - 3P \quad .۲$$

$$P1 - (1-p)^4 \quad .۱$$

$$P1 - (1-p)^4 - 3P(1-P)^3 \quad .۴$$

$$P1 - (1-p)^4 - 3P(1-P) \quad .۳$$

### سوالات تشریحی

۱.۵۰ نمره

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید؟

الف) آنروپی  $S$

ب) قابلیت کدگشایی یک کد

ج) منابع ارگودیک

د) اطلاع متقابل برای پیشامدها

۱.۵۰ نمره

۲- نشان دهید  $I(S_1, S_2) = H(S_1) + H(S_2) - H(S_1 \cap S_2)$

۱.۵۰ نمره

۳- ثابت کنید احتمال های خروجی متناظر با ظرفیت کانال یکسان هستند؟

۰.۷۵ نمره

۴- قضیه زیر را ثابت کنید

همه حروف نمی توانند گذرا باشند. اگر  $a_j$  ماندگار باشد آنگاه  $\mu_j < \infty$ .

۰.۷۵ نمره

۵- آنروپی توزیع گاوسی را بدست آورید؟

نمبر سوال	ياسخ صحيح
۱	ب
۲	ب
۳	ب
۴	الف
۵	ب
۶	د
۷	ج
۸	ج
۹	ج
۱۰	ب
۱۱	ب
۱۲	د
۱۳	ج
۱۴	ج
۱۵	الف
۱۶	د
۱۷	د
۱۸	الف
۱۹	ب
۲۰	الف
۲۱	الف
۲۲	ج
۲۳	ج
۲۴	د
۲۵	د

۱- حرف  $a_j$  گذراست اگر و تنها اگر،  $\sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)} < \infty$  و احتمال اینکه  $a_j$  مجدداً در خروجی حداقل یک کانال ظاهر شود برابر است با:

۱.  $1 - \frac{1}{\sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)}}$

۲.  $\frac{1}{\sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)}}$

۳.  $1 + \frac{1}{\sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)}}$

۴.  $\frac{1}{2 \sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)}}$

۲- اندازه اطلاع در انتخاب تصادفی یکی از حروف الفبای انگلیسی چیست؟

۱. 3

۲. 4.7

۳. 3.7

۴. 2

۳- پیام های هم احتمال زیر را می توان روی یک کانال متقارن دودویی با احتمال عبور  $\varepsilon$  ارسال کرد:

$$M_1 = 00, M_2 = 01, M_3 = 10, M_4 = 11$$

احتمال اینکه ورودی  $M_1$  اولین رقم خروجی 0 باشد چقدر است؟

۱.  $1 - \varepsilon$

۲.  $\frac{3(1-\varepsilon)}{4}$

۳.  $\frac{(1-\varepsilon)}{4}$

۴.  $\frac{\varepsilon}{4}$

۴- پیام های هم احتمال زیر را می توان روی یک کانال متقارن دودویی با احتمال عبور  $\varepsilon$  ارسال کرد:

$$M_1 = 00, M_2 = 01, M_3 = 10, M_4 = 11$$

در صورتی که اولین رقم خروجی صفر باشد چه اطلاع متقابل اضافی در آگاهی از اینکه دومین رقم خروجی نیز صفر باشد وجود دارد؟

۱. 1

۲.  $\text{Log}(1 - \varepsilon)$

۳.  $1 - \text{Log}(1 - \varepsilon)$

۴.  $1 + \text{Log}(1 - \varepsilon)$

۵- اگر یک جفت تاس را پرتاب کنیم چقدر اطلاع در مجموع 2 آمدن آنها وجود دارد؟

۱. 5/2

۲. 2/6

۳. 2

۴. 1/26

۶- تعریف اطلاع متقابل بین  $E_j, F_k$ ، به شرط  $G_l$ ، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} ۱. \frac{P(E_j \cap F_k | G_l)}{P(E_j | G_l)P(F_k | G_l)} & ۲. \log \frac{P(E_j \cap F_k | G_l)}{P(E_j | G_l)P(F_k | G_l)} \\ ۳. \log \frac{P(E_j \cap F_k | G_l)}{P(F_k | G_l)} & ۴. \log \frac{P(E_j \cap F_k | G_l)}{P(E_j | G_l)} \end{array}$$

۷- کدهای همینگ کدهایی هستند که برای آنها  $n$  برابر است با :

$$۱. 2^{n-r} - 1 \quad ۲. 2^{n-r} + 1 \quad ۳. 2^{n-r} \quad ۴. 2^{n+r}$$

۸- هر حرف الفبای انگلیسی با کدگذاری به طول ثابت به یک نمایش دودویی تبدیل شده است. حداقل طول یک کده واژه چقدر است؟

$$۱. 2 \quad ۲. 3 \quad ۳. 6 \quad ۴. 5$$

۹- در قضیه کدگذاری با طول متغیر به ازای هر کد یکتا \_ کد گشودنی داریم:

$$\begin{array}{ll} ۱. \bar{l} \geq \frac{H(U)}{\log M} & ۲. \bar{l} > \frac{H(U)}{\log M} + 1 \\ ۳. \bar{l} \leq 1 & ۴. \bar{l} \leq \frac{1}{2} \log M \end{array}$$

۱۰- از قضیه کدگذاری با طول متغیر این نتیجه به دست می آید که متوسط طول کدواژه ها نمیتواند از آنتروپی منبع ----- بوده و ممکن است حداکثر به اندازه ---- رقم از آن بیشتر باشد؟

$$۱. کمتر-1 \quad ۲. کمتر-2 \quad ۳. بیشتر-1 \quad ۴. بیشتر-2$$

۱۱- برای یک منبع مفروض یک کد دودویی (یکتا\_ کد گشودنی) بهینه وجود دارد که در آن نامحتملترین واژه ها  $X_{N-1}, X_N$  دارای طول یکسان اند. و فقط آخرین رقم آنها --- است. به طوری که  $X_{N-1}$  به عدد-- و  $X_N$  به عدد-- ختم می شود.

$$۱. یکسان_صفر_یک \quad ۲. متفاوت_صفر_صفر \quad ۳. متفاوت_یک_صفر \quad ۴. متفاوت_صفر_یک$$

۱۲-  $H_r(u)$  یعنی آنتروپی به ازای هر حرف در یک دنباله منبع  $r$  حرفی ، با-----تعریف می شود.

$$\begin{array}{ll} ۱. H_r(u) = H(U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_r) & ۲. H_r(u) = \frac{1}{r} H(U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_r) \\ ۳. H_r(u) = \frac{1}{r-1} H(U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_r) & ۴. H_r(u) = \frac{r}{r-1} H(U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_r) \end{array}$$

۱۳- از بین  $N$  اسکه می دانیم  $N - 1$  تا دارای وزن برابرند در حالیکه سکه  $N$ ام ممکن است سبکتر یا سنگینتر باشد. ترازویی داریم که با آن می توان وزن دو گروه از سکه ها را مقایسه کرد. بیشترین مقدار  $N$  که به ازای آن می توان با  $m$  بار توزین، سکه ناهمگون را یافت و مشخص کرد که سنگین تر از دیگران است یا سبکتر برابر است با:

۱.  $2^m$       ۲.  $2^{m-1}$       ۳.  $3^{m-1}$       ۴.  $3^m$

۱۴- در قضیه شانون\_مک میلان از کدام دنباله زیر استفاده می شود؟

۱.  $\log\left(\frac{P}{n}\right) + H_\infty$       ۲.  $\log\left(\frac{P}{n-1}\right) + H_\infty$       ۳.  $\frac{1}{n}\log\left(\frac{P}{n-1}\right) + H_\infty$       ۴.  $\frac{1}{n}\log P + H_\infty$

۱۵- اگر  $I(P)$  برای نشان دادن اطلاع متقابل به ازای احتمال ورودی  $P$  باشد و  $I(P)$  ماکسیمم باشد به ازای هر  $k$  که  $p_k \neq 0$

۱.  $\frac{\partial}{\partial p_k} I(p) = \lambda$       ۲.  $\frac{\partial}{\partial p_k} I(p) \leq \lambda$       ۳.  $\frac{\partial}{\partial p_k} I(p) \geq \lambda$       ۴.  $\frac{\partial}{\partial p_k} I(p) \geq \lambda^{-1}$

۱۶- کدام عبارت قضیه اول شانون است؟

۱. اگر  $H(A) = 2C$  آن گاه کدی وجود دارد که ارسال آن از طریق کانال با تعداد به اندازه دلخواه کوچک خطاها امکان پذیر است. یعنی ابهام به دلخواه کوچک است.

۲. اگر  $H(A) \leq C$  آن گاه کدی وجود دارد که ارسال آن از طریق کانال با تعداد به اندازه دلخواه کوچک خطاها امکان پذیر است. یعنی ابهام به دلخواه کوچک است.

۳. اگر  $H(A) \leq C$  آن گاه کدی وجود دارد که ارسال آن از طریق کانال با تعداد به اندازه دلخواه بزرگ خطاها امکان پذیر است. یعنی ابهام به دلخواه بزرگ است.

۴. اگر  $H(A) = 2C$  آن گاه کدی وجود دارد که ارسال آن از طریق کانال با تعداد به اندازه دلخواه بزرگ خطاها امکان پذیر است. یعنی ابهام به دلخواه کوچک است.

۱۷- اگر  $F(.)$  یک تابع توزیع پیوسته باشد آن گاه مقدار  $\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) f_X(x) dx$  چقدر است؟

۱. 0.25      ۲. 0      ۳. 1      ۴. 0.5

۱۸- کدام فرمول مختص به قاعده پیدا کردن ظرفیت های کانالهای موازی می باشد؟

۱.  $2^C = 2^{C_1+C_2}$       ۲.  $2^C = 2^{C_1-C_2}$       ۳.  $2^C = 2^{C_1} + 2^{C_2}$       ۴.  $2^C = 2^{C_1} - 2^{C_2}$



۱۹- وقتی که کدواژه ها از طریق کانالی ارسال شوند که می تواند در هر ثانیه یک بیت را انتقال دهد برای ارسال یک حرف ورودی  $n$  ثانیه لازم است. اگر حرف ورودی هم احتمال باشد در این حالت ---- را می توان نرخ انتقال اطلاعات نامید.

$$\begin{array}{llll} ۱. \log N & ۲. n \log N & ۳. n^2 \log N & ۴. \frac{\log N}{n} \end{array}$$

۲۰- در کدهای تصحیح کننده خطا اگر  $x$  یک کد واژه با  $n-r$  رقم کنترل باشد آنگاه:

$$\begin{array}{llll} ۱. FX = 0 & ۲. FX \neq 0 & ۳. F = 0 & ۴. X = 0 \end{array}$$

۲۱- در دنباله های خطا عارضه  $s = Fy$  یک بردار سطری است که دارای ----- مولفه است.

$$\begin{array}{llll} ۱. nr & ۲. n-r & ۳. \frac{n}{r} & ۴. \frac{n}{r+1} \end{array}$$

۲۲- آنتروپی توزیع گوسی چیست؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \log(\sigma\sqrt{2\pi e}) & ۲. \log(\sqrt{2\pi e}) & ۳. \log(\sqrt{2\sigma\pi e}) & ۴. \log(\sqrt{\sigma\pi e}) \end{array}$$

۲۳- چگالی احتمالی که بزرگترین آنتروپی را با توجه به قید  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \sigma^2$  می دهد توزیع گاوسی با میانگین ---- و واریانس --- است.

$$\begin{array}{llll} ۱. \sigma و 0 & ۲. \sigma^2 و 0 & ۳. \sigma^2 و 1 & ۴. \sigma و 1 \end{array}$$

۲۴- حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم هرگاه :

$$\begin{array}{llll} ۱. f_j = 1 & ۲. f_j > 1 & ۳. f_j < 1 & ۴. 0.5 < f_j < 1 \end{array}$$

۲۵- کدام گزاره درباره اطلاع متقابل درست است؟

$$\begin{array}{ll} ۱. I(E_j, F_k) = \text{Log} \frac{p_{jk}}{q_k} & ۲. I(E_j, F_K) = \text{Log} \frac{p_{jk}}{p_j q_k} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} ۳. I(E_j, F_K) = \frac{p_{jk}}{p_j} & ۴. I(E_j, F_k) = \frac{p_{jk}}{q_k} \end{array}$$

## سوالات تشریحی

۳،۰۰ نمره

۱- نشان دهید در آنتروپی  $H(S) \leq \log n$  و برابری وقتی رخ می دهد که:

$$p_1 = p_2 = \dots = p_n = \frac{1}{n}$$

۱،۰۰ نمره

۲- مفاهیم زیر را تعریف کنید؟

الف) اطلاع مقابل برای پیشامدها

ب) اطلاع موضعی

ج) منبع ارگودیک

۱،۰۰ نمره

۳- قضیه کرافت را بیان و اثبات کنید؟

۱،۰۰ نمره

۴- ثابت کنید یک حرف ماندگار است اگر و تنها اگر  $\sum_{m=1}^{\infty} p_{jj}^{(m)}$  واگرا باشد؟

۱،۰۰ نمره

۵- آنتروپی توزیع گاوسی را بدست آورید؟

سوال	نمبر	پاسخ صحیح
۱	الف	
۲	ب	
۳	ج	
۴	د	
۵	الف	
۶	ب	
۷	الف	
۸	د	
۹	الف	
۱۰	الف	
۱۱	د	
۱۲	ب	
۱۳	ج	
۱۴	د	
۱۵	الف	
۱۶	ب	
۱۷	د	
۱۸	ج	
۱۹	د	
۲۰	الف	
۲۱	ب	
۲۲	الف	
۲۳	ب	
۲۴	ج	
۲۵	ب	

۱- اگر یک جفت تاس را پرتاب کنیم چقدر اطلاع در مجموع ۷ آمدن آنها وجود دارد؟

۱. ۵/۲ بیت      ۲. ۲/۶ بیت      ۳. ۲ بیت      ۴. ۵ بیت

۲- اگر برای پنج حرف یک منبع به روش هافمن، کد زیر حاصل شده باشد. متوسط طول کدواژه چیست؟

۱. ۳      ۲. ۰/۲۲      ۳. ۲/۳      ۴. ۲۲

۳- فرض کنید دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم می شوند. اگر  $u_1 = 00, u_2 = 10, u_3 = 11$  و بلوکها را به صورت زیر تعریف کنیم. احتمال خروجی  $a_1$  بشرط  $u_1$  چیست؟

$$B_1 = 00, 01, B_2 = 10, B_3 = 11$$

۱.  $(1-p)^2 + p(1-p)$       ۲.  $p(1-p)$       ۳.  $(1-p)$       ۴.  $(1-p)^2$

۴- فرض کنید ماتریس زیر ماتریس بررسی توازن سیستماتیک باشد بازای خروجی  $y^T = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0)$ ، عارضه کدام است؟

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱.  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

۵- ماتریس F مربوط به کدهای همینگ برای  $n=7$  و  $r=4$  برابر کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

۳.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$       ۴. وجود ندارد

۶- اطلاع موضعی یک پیشامد با افزایش عدم حتمیت آن چه رابطه ای دارد؟

۱. گاهی کاهش و گاهی افزایش می یابد.      ۲. رابطه ای ندارد.

۳. کاهش می یابد.      ۴. افزایش می یابد.

۷- اگر  $S$  دستگاهی از پیشامدهای  $E_1$  و ... و  $E_n$  باشد کران بالای  $H(S)$  چیست؟

۱.  $\log 10$
۲. وجود ندارد
۳.  $\frac{1}{10}$
۴.  $\frac{1}{5}$

۸- کدام مورد در باره آنتروپی درست است؟

۱. هیچگاه منفی نمی شود.
۲. هیچگاه مثبت نمی شود.
۳. ممکن است صفر باشد.
۴. موارد ۱ و ۳

۹- اگر  $S_1$  و  $S_2$  به طور آماری مستقل باشند آنگاه کدام مورد درست است؟

۱.  $H(S_1 | S_2) < H(S_1)$
۲.  $H(S_1 | S_2) > H(S_1)$
۳.  $H(S_1 | S_2) = H(S_1)$
۴. موارد ۱ و ۳

۱۰- در نامساوی  $I(S_1, S_2 | S_3) \geq 0$  برابری وقتی رخ می دهد که:

۱.  $S_1$  و  $S_2$  به شرط  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند.
۲.  $S_1$  و  $S_2$  به شرط  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند.
۳.  $S_1$  و  $S_2$  به شرط  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند.
۴.  $S_1$  و  $S_2$  و  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند.

۱۱- کدام مورد زیر بیانگر قضیه تحدب است؟

۱. اگر  $S_1$  و  $S_2$  و  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند آنگاه  $I(S_1, S_2) \geq I(S_1, S_2 | S_3)$ .
۲. اگر  $S_1$  و  $S_2$  به شرط  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند آنگاه  $I(S_1, S_2) \leq I(S_1, S_2 | S_3)$ .
۳. اگر  $S_1$  و  $S_2$  به شرط  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند آنگاه  $I(S_1, S_2) \leq I(S_1, S_2 | S_3)$ .
۴. اگر  $S_1$  و  $S_2$  به شرط  $S_3$  به طور آماری مستقل باشند آنگاه  $I(S_1, S_2) \geq I(S_1, S_2 | S_3)$ .

۱۲- احتمال یک سانحه اتومبیل در سال برای حقوقدانی برابر با  $p_1$  و احتمال یک سانحه اتومبیل در سال برای یک کارگر معدن  $p_2$  است. اگر تعداد کارگران معدن ۵ برابر تعداد حقوقدانان باشد و فردی به تصادف از بین ترکیب دو گروه انتخاب شود احتمال اینکه در سال دوم دچار سانحه شود با فرض اینکه در سال اول دچار سانحه شده باشد چقدر است؟

۱.  $\frac{p_1^2 + \frac{5}{6} p_2^2}{p_1 + \frac{5}{6} p_2}$
۲.  $\frac{1}{6} p_1 + \frac{5}{6} p_2$
۳.  $p_1^2 + 5 p_2^2$
۴.  $\frac{p_1^2 + 5 p_2^2}{p_1 + 5 p_2}$



۱۳- قضیه پردازش داده ها بیانگر کدام مورد زیر است؟

۱. اطلاع متقابل بین ورودی و خروجی هیچگاه نمی تواند از اطلاع متقابل بین خروجی و واسطه باشد.
۲. اطلاع متقابل بین ورودی و خروجی هیچگاه نمی تواند از اطلاع متقابل بین ورودی و واسطه باشد.
۳. پردازش داده ها نمی تواند میزان اطلاع موجود در داده ها را افزایش دهد.
۴. هر سه مورد

۱۴- اگر  $S_1$  و  $S_2$  به شرط  $S_2$  به طور آماری مستقل باشند و داشته باشیم  $I(S_2, S_2) \geq I(S_2, S_2 | S_1)$  بیانگر چه قضیه ای است؟

۱. قضیه پردازش داده ها
۲. قضیه تحدب
۳. قضیه یکتایی
۴. موارد ۱ و ۲

۱۵- فرض کنید تعداد الفبای یک منبع  $N$  و تعداد حروف موجود در الفبای  $M$  باشد آنگاه کدام مورد زیر درست است؟

۱. تعداد دنباله های  $n$  حرفی  $n^N$  است.
۲. تعداد کدواژه های  $m$  حرفی  $m^M$  است.
۳. حداقل طول یک کدواژه  $n \log N / \log M$  است.
۴. هر سه مورد

۱۶- جدول زیر چهار روش کدگذاری دودویی یک منبع چهار حرفی را نشان می دهد. کد به طور یکتا کد گشودنی کدام است؟

حرف	$P(a_k)$	کد A	کد B	کد C	کد D
$a_1$	۰/۵	۰	۰	۰	۰
$a_2$	۰/۲۵	۰	۱	۱۰	۰۱
$a_3$	۰/۱۲۵	۱	۰۰	۱۱۰	۰۱۱
$a_4$	۰/۱۲۵	۱۰	۱۱	۱۱۱	۰۱۱۱

۱. کد A
۲. کد B
۳. کد D
۴. هر سه مورد

۱۷- اگر  $a_1, a_2, \dots, a_5$  پنج حرف یک منبع با احتمالهای به ترتیب ۰.۱، ۰.۲۵، ۰.۲۵، ۰.۳، ۰ باشند متوسط طول کدواژه چقدر است؟

۱. ۵
۲. ۲
۳. ۱/۲
۴. ۲/۲

۱۸- اگر هر حرف از یک منبع  $4^8$  حرفی با احتمال برابر رخ دهد و با یک کد هافمن دودویی بهینه کدگذاری شده باشد. طول متوسط کدواژه چقدر است؟

۱.  $5/67$  ۲.  $2/54$  ۳.  $1/78$  ۴.  $6/75$

۱۹- با توجه به ماتریس زیر که مربوط به احتمالات تغییر وضعیت  $p_{ik}$  ی یک توالی نامتناهی می باشد. حروف ماندگار و گذرا کدامند؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

۱. همه حروف ماندگارند. ۲. همه حروف گذرايند.  
۳. دو حرف گذرا و یک حرف ماندگار است. ۴. دو حرف ماندگار و یک حرف گذرا است.

۲۰- اگر تعداد حروف یک منبع ۷ بوده و بوسیله دنباله های دودویی ۵ رقمی کدگذاری شوند. مقدار تباهیدگی چیست؟

۱.  $5/47$  ۲.  $7/54$  ۳.  $4/57$  ۴.  $2/87$

۲۱- فرض کنید تعداد حروف یک منبع ورودی  $N$  تا باشد. اگر حروف ورودی هم احتمال و برای ارسال یک حرف ورودی  $n$  ثانیه لازم باشد آنگاه نرخ انتقال اطلاعات چقدر است؟

۱.  $\frac{N}{n}$  ۲.  $\frac{\log N}{n}$  ۳.  $\frac{n}{N}$  ۴.  $\frac{\log n}{N}$

۲۲- فرض کنید دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم می شوند. کران بالای  $P_c$  چیست؟

۱.  $1 - p^2$  ۲.  $(1 - p)^2$  ۳.  $1 - p$  ۴.  $p^2$

۲۳- دو کدواژه اولیه دارای دو نماد را در نظر بگیرید که به هر کدام یک رقم کنترل به وسیله قاعده  $x_r = u_1 \oplus u_r$  اضافه شده است. ماتریس  $F$  کدام است؟

۱.  $F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  ۲.  $F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  ۳.  $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۴.  $F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

۲۴- کد بررسی توازن سیستماتیک کدواژه ۰۱۱ چیست؟

۱.  $011011$  ۲.  $010101$  ۳.  $100011$  ۴.  $101101$

۲۵- ماتریس مولد مربوط به کدهای بررسی توازن سیستماتیک با کدواژه های اولیه زیر چیست؟

۱۱۱ ۱۱۰ ۱۰۱ ۱۰۰ ۰۱۰ ۰۱۱

۴. وجود ندارد

$$\begin{matrix}
 ۱. \begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix} \\
 ۲. \begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix} \\
 ۳. \begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix}
 \end{matrix}$$

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید.

$$I(S_1, S_2) = H(S_1) + H(S_2) - H(S_1 \cap S_2)$$

۲- در یک کانال متقارن دودویی با  $\epsilon \neq ۰.۵$  و با فرض  $a_1 = ۰, a_2 = ۱$  و  $b_1 = ۰, b_2 = ۱$  ظرفیت کانال را بدست آورید.

۳- در کانالی با فرض احتمالات زیر، ظرفیت آن را به دست آورید.

$$\begin{aligned}
 P(b_1 = ۰ | a_1 = ۰) &= P(b_2 = ۲ | a_1 = ۰) = ۱ - \epsilon \\
 P(b_2 = ۱ | a_1 = ۰) &= P(b_1 = ۱ | a_2 = ۱) = \epsilon
 \end{aligned}$$

۴- اگر دنباله ها بوسیله قاعده زیر تبدیل شوند مولد و ماتریسهای بررسی توازن را تعیین کرده و با یافتن یک جدول کدگشا  $P_e$  را به دست آورید.

۵- آنتروپی توزیع گاوسی با میانگین  $\mu$  و با واریانس  $\sigma^2$  را به دست آورید.

۱- اندازه اطلاع در انتخاب تصادفی یکی از حروف الفبای انگلیسی چیست؟

۱.  $4/7$  بیت      ۲. ۲ بیت      ۳. ۱ بیت      ۴. ۶ بیت

۲- کدام جمله زیر نادرست است؟

۱. آنتروپی مثبت یا صفر است.
۲. اطلاع متقابل دو دستگاه از مجموع آنتروپیهای جداگانه آنها بیشتر است.
۳. در رابطه  $H(S_1 | S_2) \leq H(S_1)$  تساوی هنگامی برقرار است که  $S_1$  و  $S_2$  به طور آماری مستقل باشند.
۴. آنتروپی مشترک دو دستگاه به طور آماری مستقل، برابر مجموع آنتروپیهای مجزای آنها است.

۳- پیامهای زیر که در ورودی هم احتمالند از یک کانال دودویی متقارن با احتمال  $\epsilon$  عبور می کنند. اطلاع متقابل بین  $M_1$  و اینکه اولین خروجی صفر باشد چند بیت است؟

۱.  $\log(1 + \epsilon)$       ۲.  $\log(1 - \epsilon)$       ۳.  $1 - \log(1 - \epsilon)$       ۴.  $1 + \log(1 - \epsilon)$

۴- اگر یک جفت تاس را پرتاب کنیم چقدر اطلاع در مجموع  $Y$  آمدن آنها وجود دارد؟

۱.  $5/2$  بیت      ۲.  $2/6$  بیت      ۳. ۲ بیت      ۴. ۵ بیت

۵- هر حرف الفبای انگلیسی با کد گذاری با طول ثابت به یک نمایش دودویی تبدیل شده است. حداقل طول یک کد واژه چقدر است؟

۱. ۲      ۲. ۳      ۳. ۴      ۴. ۵

۶- کدام مورد زیر درست است؟

۱. یک کد به طور یکتا قابلیت کد گشایی دارد.
۲. هر کد یکتا - کد گشودنی یک کد دارای شرط پیشوند است.
۳. یک کد با شرط پیشوندی، کدی است که در آن هیچ کد واژه ای پیشوند هیچ کد واژه دیگر نباشد.
۴. موارد ۱ و ۳ درست است.

۷- اگر برای پنج حرف یک منبع به روش هافمن، کد زیر حاصل شده باشد. متوسط طول کد واژه چیست؟

۱. ۳      ۲.  $0.22$       ۳.  $2/3$       ۴. ۲۲

۸- هر حرف از یک منبع  $N$  حرفی با احتمال برابر رخ می دهد و با یک کد هافمن دودویی بهینه کدگذاری شده است. طول متوسط کد واژه ها را در حالت  $N=32$  چیست؟

۱. ۵      ۲. ۴      ۳. ۳      ۴. ۲

۹- در سوال ۸ اگر  $N=65$  باشد. آنگاه متوسط طول کد واژه چیست؟

۱. ۲/۵      ۲. ۶      ۳. ۵      ۴. ۶/۰۳

۱۰- در سوال ۸ اگر  $N=24$  باشد آنگاه متوسط طول واژه چیست؟

۱. ۶/۴۷      ۲. ۴/۶۷      ۳. ۷/۶۴      ۴. ۱/۵

۱۱- کدام مورد درست است؟

۱. در یک کانال آنتروپی ورودی می تواند به بزرگی یک بیت باشد.

۲. ورودیهایی وجود دارند که آنتروپی آنها از ظرفیت کانال بیشتر است.

۳. اطلاع متقابل، تابعی محدب از احتمال ورودی است.

۴. هر سه مورد

۱۲- نمادهای ورودی و خروجی یک کانال عبارت اند از:  $0: 1: 2: 3$ . نماد ورودی  $i$  با احتمال برابر به  $i$  و  $i+1$  تبدیل می شود. در این صورت ظرفیت کانال چیست؟

۱.  $\log(1+\epsilon)$       ۲.  $\log 2$       ۳.  $1-\log(1+\epsilon)$       ۴. ۲

۱۳- فرض کنید دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم می شوند. اگر  $u_1=00, u_2=10, u_3=11$  و بلوکها را به صورت زیر تعریف کنیم. احتمال خروجی  $a_1$  بشرط  $u_1$  چیست؟

$$B_1 = 00, 01, B_2 = 10, B_3 = 11$$

۱.  $(1-p)^2 + p(1-p)$       ۲.  $p(1-p)$       ۳.  $(1-p)$       ۴.  $(1-p)^2$



۱۴- فرض کنید ماتریس زیر ماتریس بررسی توازن سیستماتیک باشد بازای خروجی  $y^T = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0)$ ، عارضه کدام است؟

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱.  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

۱۵- ماتریس F مربوط به کدهای همینگ برای n=7 و r=4 برابر کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

۴. وجود ندارد

۳.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

۱۶- مقدار انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du$  چیست؟

۱. ۰ ۲.  $\pi$  ۳. ۲ ۴.  $\sqrt{\pi}$

۱۷- آنتروپی توزیع گاوسی چیست؟

۱.  $\log \sqrt{2\pi e}$  ۲.  $\log \sigma \sqrt{2\pi e}$  ۳.  $\log \sqrt{2\pi e} \sigma$  ۴. وجود ندارد

۱۸- با توجه به سوال ۱۷ کدام مورد درست نیست؟

۱. آنتروپی وابسته به  $\mu$  نیست.
۲. افزایش  $\sigma$  آنتروپی را بزرگتر می کند.
۳. هرچه پراکندگی بیشتر باشد عدم حتمیت کمتر می شود.
۴. موارد ۱ و ۲ درست است.

۱۹- کدام مورد درست است؟

۱. مجموع دو متغیر گاوسی به طوری مستقل ، نمایی است.
۲. مجموع دو متغیر گاوسی به طوری مستقل ، هندسی است.
۳. مجموع دو متغیر گاوسی به طوری مستقل ، گاوسی است.
۴. مجموع دو متغیر گاوسی به طوری مستقل ، نامشخص است.

۲۰- واحد پهنای باند چیست؟

۱. سانتی متر
۲. متر
۳. هرتز
۴. کیلومتر

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- اگر  $S_1$  و  $S_2$  دو دستگاه آماری باشند ثابت کنید  $H(S_1 | S_2) \leq H(S_1)$ .

۱.۴۰ نمره

۲- قضیه کد گذاری با طول متغیر را بیان و آن را ثابت کنید.

۱.۴۰ نمره

۳- در کانال متقارن دو دویی فرض کنید  $a_1 = 0, a_2 = 1, b_1 = 0, b_2 = 1$  باشد. ظرفیت کانال را به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۴- اگر دنباله های سه رقمی به سه بلوک تقسیم می شوند و بلوکها به صورت زیر باشد. ثابت کنید

$$P_c = (1-p)^2 \left(1 + \frac{5}{3}p\right)$$

$$B_1 = 000, 010, 100 \quad B_2 = 001, 011, 101 \quad B_3 = 111, 110$$

$$u_1 = 000, u_2 = 001, u_3 = 111$$

۱.۴۰ نمره

۵- اگر  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی باشند و داشته باشیم .

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}x^2}$$

$$f_Y(y | x = x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^2}} e^{-\frac{1}{2\tau^2}(y-x_0)^2}$$

آنگاه  $H(Y)$  را به دست آورید.

پاسخ صحیح

شماره  
سوال

الف	۱
ب	۲
د	۳
ب	۴
د	۵
د	۶
ج	۷
الف	۸
د	۹
ب	۱۰
د	۱۱
ب	۱۲
الف	۱۳
الف	۱۴
الف	۱۵
د	۱۶
ب	۱۷
ج	۱۸
ج	۱۹
ج	۲۰

۱- اگر در یک دنباله نامتناهی از ارقام در پایه ۲، احتمال ظاهر شدن صفر در هریک از مکانها  $p$  باشد. اولین  $n$  رقم، وقتی که  $n \rightarrow \infty$ ، شامل چند صفر خواهد بود؟

۱.  $np$       ۲.  $2n$       ۳.  $n^2$       ۴.  $p$

۲- اگر احتمال پسر بودن نوزادی  $0/5$  و احتمال داشتن درست  $k$  فرزند در خانواده ای،  $0 < p < 1, k \geq 1, P_k = ap^k$  که  $a$  یک عدد مثبت است باشد. احتمال آنکه خانواده ای دارای  $m$  پسر باشد چیست؟ ( $m \geq 1$ )

۱.  $\frac{2p^m}{(2-p)^{m+1}}$       ۲.  $\frac{2ap^m}{(2-p)^{m-1}}$       ۳.  $\frac{2ap}{(2-p)^{m-1}}$       ۴.  $\frac{2ap}{(2+p)^{m+1}}$

۳- اگر احتمال پسر بودن نوزادی  $0/5$  و احتمال داشتن درست  $k$  فرزند در خانواده ای،  $0 < p < 1, k \geq 1, P_k = ap^k$  که  $a$  یک عدد مثبت است باشد اگر بدانیم خانواده ای حداقل یک پسر دارد. احتمال داشتن حداقل دو پسر چقدر است؟

۱.  $0/5$       ۲.  $\frac{p^2}{2-p}$       ۳.  $\frac{1}{2-p}$       ۴.  $\frac{p}{2-p}$

۴- یکی از حروف الفبای انگلیسی را به تصادف برگزیده ایم. اندازه اطلاع در این انتخاب چیست؟

۱.  $0/7$  بیت      ۲.  $4$  بیت      ۳.  $4/7$  بیت      ۴.  $3$  بیت

۵- کدام مورد در باره آنتروپی درست است؟

۱. آنتروپی هیچگاه نمی تواند منفی باشد ولی ممکن است صفر باشد.  
۲. اگر حتمیت کامل وجود داشته باشد آنگاه آنتروپی صفر است.  
۳. آنتروپی کراندار است.  
۴. هر سه مورد

۶- کدام مورد صحیح نیست؟

۱. اطلاع متقابل دو دستگاه نمی تواند از مجموع آنتروپیهای جداگانه بیشتر باشد.  
۲.  $I(S_1, S_2) = 0$  هرگاه  $S_1$  و  $S_2$  به طور آماری مستقل باشند.  
۳. پردازش داده ها می تواند میزان اطلاعات موجود در داده ها را افزایش دهد.  
۴. افزایش تعداد پردازشگرها باعث کاهش یافتن اطلاع متقابل بین ورودی و خروجی می شود.

۷- پیامهای هم احتماله‌های زیر در ورودی را می‌توان روی یک کانال متقارن دودویی با احتمال عبور  $\varepsilon$  ارسال کرد. اطلاع متقابل بین  $M_1$  و اولین رقم خروجی (۰) چیست؟

$$M_1 = 00, M_2 = 01, M_3 = 10, M_4 = 11$$

۱.  $2 - \log(1 - \varepsilon)$     ۲.  $\log(1 - \varepsilon)$     ۳.  $1 - \log(1 - \varepsilon)$     ۴.  $1 + \log(1 - \varepsilon)$

۸- پیامهای هم احتماله‌های زیر در ورودی را می‌توان روی یک کانال متقارن دودویی با احتمال عبور  $\varepsilon$  ارسال کرد. در صورتی که اولین رقم خروجی (۰) باشد چه اطلاع متقابل اضافی در آگاهی از اینکه دومین رقم خروجی نیز ۰ (صفر) باشد وجود دارد؟

$$M_1 = 00, M_2 = 01, M_3 = 10, M_4 = 11$$

۱.  $2 + 2\log(1 - \varepsilon)$     ۲.  $1 + \log(1 - \varepsilon)$     ۳.  $2 - 2\log(1 - \varepsilon)$     ۴.  $1 - \log(1 - \varepsilon)$

۹- هر حرف الفبای انگلیسی با کد گذاری با طول ثابت به یک نمایش دودویی تبدیل شده است. حداقل طول یک کدواژه چقدر است؟

۱. ۲    ۲. ۳    ۳. ۵    ۴. ۴

۱۰- اگر الفبای کدی دودویی و مبنای لگاریتم ۲ باشد به کمک کدام مورد زیر نتیجه می‌گیریم که متوسط طول کدواژه‌ها نمی‌تواند از آنتروپی منبع کمتر باشد؟

۱. قضیه یکتایی    ۲. قضیه تحدب  
۳. قضیه پردازش داده‌ها    ۴. قضیه کد گذاری با طول متغیر

۱۱- فرض کنید پنج حرف منبعی به ترتیب دارای احتماله‌های  $0/3$  و  $0/25$  و  $0/1$  و  $0/1$  و  $0/1$  باشند. در صورتیکه به روش کد گذاری هافمن برای پنج حرف این منبع به ترتیب نتایج  $00$  و  $01$  و  $10$  و  $110$  و  $111$  حاصل شده باشد. متوسط طول کدواژه چیست؟

۱.  $2/2$     ۲.  $22$     ۳.  $0/22$     ۴.  $1/5$

۱۲- اگر هر حرف یک منبع ۴۸ حرفی دارای احتماله‌های برابر بوده و با یک کد هافمن دودویی بهینه کد گذاری شده باشد. متوسط طول کدواژه چیست؟

۱.  $5/67$     ۲.  $6/57$     ۳.  $7/56$     ۴. ۴



۱۳- اگر هر حرف یک منبع ۱۷ حرفی دارای احتمالاتی برابر بوده و با یک کد هافمن دودویی بهینه کد گذاری شده باشد. متوسط طول کدواژه چیست؟

۱. ۴/۲۸      ۲. ۴/۸۲      ۳. ۸/۴۲      ۴. ۲/۸۴

۱۴- فرض کنید الفبای ورودی کانالی از دو حرف  $a_1 = 0, a_2 = 1$  تشکیل شده و خروجی دارای سه حرف  $b_1 = 0, b_2 = 1, b_3 = 2$  است. با فرض  $p_1 = p_2 = 1/2$  و احتمالاتی تغییر وضعیت زیر ظرفیت کانال چیست؟ ( $0 < \varepsilon < 1$ )

$$P(0|0) = P(2|1) = 1 - \varepsilon, P(1|0) = P(1|1) = \varepsilon$$

۱.  $\log \varepsilon$       ۲. بیت  $\log(1 - \varepsilon)$       ۳. بیت  $\varepsilon$       ۴. بیت  $1 - \varepsilon$

۱۵- حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم اگر:

۱.  $f_j = 1$       ۲.  $f_j < 1$       ۳.  $f_j = 0.5$       ۴.  $0.5 < f_j < 1$

۱۶- فرض کنید دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم شوند. با فرض  $u_1 = 00, u_2 = 10, u_3 = 11$  و  $B_1 = 00, 01, B_2 = 10, B_3 = 11$  کران بالای  $P_c$  چیست؟

۱.  $1 - p^2$       ۲.  $1 - p^3$       ۳.  $\frac{p}{1 - p}$       ۴. وجود ندارد

۱۷- فرض کنید دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم شوند. با فرض  $u_1 = 00, u_2 = 10, u_3 = 11$  و  $B_1 = 00, 01, B_2 = 10, B_3 = 11$  مقدار  $P(a_1 | u_1)$  چیست؟ فرض  $p = \frac{1}{3}$

۱. نامشخص      ۲.  $\frac{1}{3}$       ۳.  $\frac{2}{3}$       ۴.  $\frac{1}{9}$

۱۸- فرض کنید دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم شوند. با فرض  $u_1 = 00, u_2 = 10, u_3 = 11$  و  $B_1 = 00, 01, B_2 = 10, B_3 = 11$  مقدار  $P_c$  چیست؟ فرض  $p = \frac{1}{9}$

۱.  $\frac{2}{9}$       ۲.  $\frac{200}{243}$       ۳.  $\frac{43}{243}$       ۴.  $\frac{7}{9}$

۱۹- آنتروپی توزیع گاوسی چیست؟

۱.  $\log(\sigma\sqrt{2\pi e})$       ۲.  $\sigma\sqrt{2\pi e}$       ۳.  $\log(\sqrt{2\pi e}\sigma) - 2\pi e\sigma$       ۴.  $2\pi e\sigma$

۲۰- اگر  $F(\cdot)$  یک تابع توزیع پیوسته باشد آنگاه مقدار  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)F(x)dx$  چیست؟

۰/۵ . ۴

۱ . ۳

۰ . ۲

۰/۲۵ . ۱

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- اگر  $S$  از  $n$  پیشامد تشکیل شده باشد. ثابت کنید  $H(S) \leq \log(n)$ .

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید  $S_1$  از پیشامد های  $E_n, \dots, E_1$  و  $(j \neq n)P(E_j) = p_j$  و  $P(E_n) = \alpha$  که  $0 < \alpha < 1$  و  $S_2$  از پیشامد های  $E_{n-1}, \dots, E_1$  تشکیل شده است به طوریکه  $(j = 1, \dots, n-1)P(E_j) = p_j(1-\alpha)^{-1}$  ثابت کنید .

$$H(S_1) = \alpha \log(1/\alpha) - (1-\alpha) \log(1-\alpha) + (1-\alpha)H(S_2)$$

$$H(S_1) \leq \alpha \log(1/\alpha) - (1-\alpha) \log(1-\alpha) + (1-\alpha) \log(n-1)$$

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه کدگذاری با طول متغیر را بیان و ثابت نمایید.

۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید چگالی احتمالی که بزرگترین آنتروپی را با توجه به قید  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx = \sigma^2$  می دهد توزیع گاوسی با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  است.

۱.۴۰ نمره

۵- توزیعهای زیر را در نظر بگیرید  $H(Y)$  و  $H(Y|X)$  را به دست آورید.

$$f_X(x) = \frac{1}{(\pi)^{\frac{1}{p}} \sigma} e^{-\frac{1}{p} x^p / \sigma^p}$$

$$f_Y(y|x=x_0) = \frac{1}{(\pi)^{\frac{1}{p}} \tau} e^{-\frac{1}{p} (y-x_0)^p / \tau^p}$$

نمبر سوال	جواب صحيح
١	الف
٢	ب
٣	د
٤	ج
٥	د
٦	ج
٧	د
٨	ب
٩	ج
١٠	د
١١	الف
١٢	الف
١٣	ب
١٤	د
١٥	ب
١٦	الف
١٧	ج
١٨	ب
١٩	الف
٢٠	د

۱- اگر  $E_1$  و  $E_2$  و  $E_3$  سه پیشامد باشند؛ کدام یک از گزینه های زیر درباره آنها صحیح است؟

$$\begin{array}{ll} ۱. \quad P(E_1|E_2 \cap E_3) = \frac{P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)}{P(E_1 \cap E_2)} & ۲. \quad P(E_1|E_2 \cap E_3) = \frac{P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)}{P(E_2|E_3)P(E_3)} \\ ۳. \quad P(E_1|E_2 \cap E_3) = \frac{P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)}{P(E_2|E_3)} & ۴. \quad P(E_1|E_2 \cap E_3) = \frac{P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)}{P(E_1)} \end{array}$$

۲- سه تاس را انداخته ایم. اگر عدد روی هیچ کدام از تاس ها با دیگری برابر نباشد؛ احتمال اینکه یکی از آنها ۳ باشد چقدر است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \quad \frac{1}{2} & ۲. \quad \frac{1}{6} & ۳. \quad \frac{1}{3} & ۴. \quad \frac{2}{3} \end{array}$$

۳- اگر یکی از حروف الفبای انگلیسی را به تصادف انتخاب کنیم. اندازه اطلاع در این انتخاب چند بیت است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \quad -\log_2 \frac{1}{32} & ۲. \quad \log_2 \frac{1}{26} & ۳. \quad -\log_2 \frac{3}{26} & ۴. \quad -\log_2 \frac{1}{26} \end{array}$$

۴- کدام یک از گزینه های زیر درباره آنتروپی صحیح است؟

۱. آنتروپی هیچ گاه نمی تواند منفی باشد ولی ممکن است صفر باشد.
۲. آنتروپی هیچ گاه نمی تواند مثبت باشد ولی ممکن است صفر باشد.
۳. آنتروپی می تواند مثبت یا منفی باشد.
۴. آنتروپی همواره صفر است.

۵- اگر  $E_j$  و  $F_k$  دو پیشامد باشند. کدام یک از گزینه های زیر برابر با اطلاع متقابل آنها می باشد؟

۱. اطلاع متقابل عبارت است از اطلاع موضعی  $E_j$  منهای اطلاع موضعی شرطی به شرط اینکه  $E_j$  رخ داده باشد.
۲. اطلاع متقابل عبارت است از اطلاع موضعی  $E_j$  منهای اطلاع موضعی شرطی به شرط اینکه  $F_k$  رخ داده باشد.
۳. اطلاع متقابل عبارت است از اطلاع موضعی شرطی به شرط اینکه  $E_j$  رخ داده باشد.
۴. اطلاع متقابل عبارت است از اطلاع موضعی شرطی به شرط اینکه  $F_k$  رخ داده باشد.

۶- آنتروپی مشترک دو دستگاه به طور آماری مستقل:

۱. برابر با مجموع آنتروپی های مجزای آنها است.
۲. بزرگتر از مجموع آنتروپی های مجزای آنها است.
۳. کوچکتر از مجموع آنتروپی های مجزای آنها است.
۴. هیچکدام

۷- اگر  $S_1$  دستگاهی با پیشامدهای  $E_1, \dots, E_n$  و  $S_2$  دستگاهی باشد با پیشامدهای  $F_1, \dots, F_m$  باشد؛ در رابطه  $I(S_1, S_2) \geq 0$  برابری چه وقتی ظاهر می شود؟

۱. برابری فقط وقتی برقرار می شود که  $S_1$  و  $S_2$  به طور آماری مستقل نباشند.

۲. برابری فقط وقتی برقرار می شود که  $S_1$  و  $S_2$  به طور آماری مستقل باشند.

۳. برابری فقط وقتی برقرار می شود که  $S_1$  و  $S_2$  ناسازگار باشند.

۴. هیچکدام

۸- اگر  $S_1$  و  $S_2$  و  $S_3$  سه دستگاه باشند؛ به طوری که پیشامدهای متناظر آنها  $E_j$  و  $F_k$  و  $G_l$  باشد. اطلاع متقابل بین  $E_j$  و  $F_k$  به شرط  $G_l$  چگونه تعریف می شود؟

$$I(E_j, F_k | G_l) = \log \frac{P(E_j \cap F_k | G_l)}{P(F_k | G_l)} \quad .۲$$

$$I(E_j, F_k | G_l) = \log \frac{P(E_j \cap F_k | G_l)}{P(E_j | G_l)} \quad .۱$$

$$I(E_j, F_k | G_l) = \log \frac{P(E_j \cap F_k | G_l)}{P(E_j | G_l) P(F_k | G_l)} \quad .۴$$

$$I(E_j, F_k | G_l) = \log \frac{P(E_j | G_l)}{P(F_k | G_l)} \quad .۳$$

۹- اگر تعداد حروف موجود در الفبای کد  $M$  و  $m$  حرف در هر کدواژه وجود داشته باشد. آنگاه ماکسیمم آنتروپی به ازای هر کد واژه چقدر است؟

$$M^m \quad .۴$$

$$m^M \quad .۳$$

$$m \log M \quad .۲$$

$$\log M \quad .۱$$

۱۰- چهار کد برای یک منبع چهار حرفی به صورت زیر است:

حرف منبع	$P(a_k)$	کد A	کد B	کد C	کد D
$a_1$	۰/۵	۰	۰	۰	۰
$a_2$	۰/۲۵	۰	۱	۱۰	۰۱
$a_3$	۰/۱۲۵	۱	۰۰	۱۱۰	۰۱۱
$a_4$	۰/۱۲۵	۱۰	۱۱	۱۱۱	۰۱۱۱

کدام کد دارای شرط پیشوند است؟

D .۴

C .۳

B .۲

A .۱



۱۱- یک منبع دارای شش حرف با احتمال های وقوع  $\frac{1}{3} :: \frac{2}{3} :: \frac{1}{5} :: \frac{1}{15} :: \frac{1}{1} :: \frac{1}{1}$  است. اگر یک کد هافمن دودویی بسازید طول متوسط یک کدواژه چقدر است؟

۱.  $\frac{3}{5}$  . ۲.  $\frac{2}{5}$  . ۳.  $\frac{4}{5}$  . ۴.  $\frac{5}{5}$

۱۲- کدام گزینه تعریف کانال بدون نوفه است؟

۱. اگر با هر حرف  $a$  از ورودی کانال یک حرف یکتای  $b$  از خروجی آن متناظر باشد گوییم کانال بدون نوفه است.
۲. اگر یک حرف ورودی از موقعیت های مختلف بتواند به حرف خروجی متفاوتی منجر شود می گوییم که کانال بدون نوفه است.
۳. یک کانال بدون نوفه به وسیله احتمال ناشی شدن یک حرف خروجی مفروض از یک حرف ورودی مشخص می شود.
۴. هیچکدام

۱۳- در یک کانال متقارن دودویی؛ اگر  $\Lambda$  الفبای ورودی کانال و شامل حروف  $a_1 = 0$  و  $a_2 = 1$  باشد و  $B$  الفبای خروجی کانال و شامل حروف  $b_1 = 0$  و  $b_2 = 1$  باشد و احتمال عبور  $\varepsilon$ ؛ احتمال اینکه خروجی  $b_2$  باشد؛ چقدر است؟  $(P(a_k) = p_k)$

۱.  $\varepsilon p_1$  . ۲.  $(1 - \varepsilon)p_1 + \varepsilon p_2$  . ۳.  $\varepsilon p_1 + (1 - \varepsilon)p_2$  . ۴.  $(1 - \varepsilon)p_1$

۱۴- دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم می شوند. اگر بلوک ها به صورت زیر باشند  $P_c$  (متوسط احتمال کدگذاری درست) چیست؟

$B_1$	$B_2$	$B_3$
00	10	11
01		

و  $u_1 = 00$  ؛  $u_2 = 10$  ؛  $u_3 = 11$ .

۱.  $(1 - p)(3 - 2p)$  . ۲.  $(3 - 2p)$  . ۳.  $\frac{1}{3}(1 - p)(3 - 2p)$  . ۴.  $\frac{1}{3}(1 - p)$

۱۵- در میان همه توزیع های دارای یک واریانس مفروض؛ کدام توزیع دارای بیشترین عدم حتمیت است؟

۱. توزیع نمایی با میانگین ۱
۲. توزیع گاما
۳. توزیع بتا
۴. توزیع گاوسی



۱۶- اگر  $X$  و  $Y$  دو متغیر پیوسته باشند؛  $H(X|Y)$  کدام یک از گزینه های زیر است؟

۱.  $H(X|Y) = -\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)} dx dy$

۲.  $H(X|Y) = -\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \log \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)} dx dy$

۳.  $H(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)} dx dy$

۴.  $H(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \log \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)} dx dy$

۱۷- اگر  $X$  و  $Y$  دو متغیر پیوسته باشند؛ در رابطه  $H(X) \geq H(X|Y)$  برابری چه وقتی رخ می دهد؟

۱. وقتی و تنها وقتی رخ می دهد که  $X$  و  $Y$  به طور آماری مستقل نباشند.

۲. وقتی و تنها وقتی رخ می دهد که  $X$  و  $Y$  به طور آماری مستقل باشند.

۳. وقتی و تنها وقتی رخ می دهد که  $X = Y$  باشند.

۴. هیچکدام

۱۸- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. هرگاه همه متغیرهای  $Z_1, \dots, Z_n$  دارای توزیع گاوسی بوده و وابسته باشند نوفه را گاوسی سفید می نامند.

۲. هرگاه همه متغیرهای  $Z_1, \dots, Z_n$  دارای توزیع گاوسی بوده و دو به دو به طور آماری مستقل باشند نوفه را گاوسی سفید می نامند.

۳. هرگاه همه متغیرهای  $Z_1, \dots, Z_n$  دو به دو به طور آماری مستقل باشند نوفه را گاوسی سفید می نامند.

۴. هرگاه همه متغیرهای  $Z_1, \dots, Z_n$  وابسته باشند نوفه را گاوسی سفید می نامند.

۱۹- توزیعی را در نظر بگیرید که برای آن:

$$f_X(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma} e^{-\frac{1}{2}x^2/\sigma^2}$$

$$f_Y(y|x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \tau} e^{-\frac{1}{2}(y-x)^2/\tau^2}$$

باشد؛  $H(Y)$  آنروپی  $Y$  برابر است با:

۱.  $\log\{2\pi e(\sigma^2 + \tau^2)\}$     ۲.  $\log\{2\pi e(\sigma^2 + \tau^2)\}^{\frac{1}{2}}$     ۳.  $\log\{(\sigma^2 + \tau^2)\}$     ۴.  $\log\{(\sigma^2 + \tau^2)\}^{\frac{1}{2}}$

۲۰- اگر ماتریس بررسی توازن سیستماتیک دارای  $n-r$  سطر باشد آنگاه جدول کدگشا دارای چند درایه خواهد بود؟

۱.  $2^r$     ۲.  $2^{n-r}$     ۳.  $r$     ۴.  $n-r$

### سوالات تشریحی

۱- قانون اعداد بزرگ را شرح دهید.

۱.۴۰ نمره

۲- دنباله های چهار رقمی به سه بلوک تقسیم شده اند اگر بلوک ها به صورت زیر باشند؛  $P_c$  (متوسط احتمال

۱.۴۰ نمره

کدگشایی درست) را به دست آورید. ( $u_1 = 0000$  و  $u_2 = 1100$  و  $u_3 = 1111$ )

$B_1$	$B_2$	$B_3$
....	۱۱۰۰	۱۱۱۱
...۱	۱۰۱۰	۱۱۱۰
..۱۰	۰۱۱۰	۱۱۰۱
۰۱۰۰	۰۱۰۱	۱۰۱۱
۱۰۰۰	۰۰۱۱	۰۱۱۱
۱۰۰۱		

۳- فرض کنید یک کانال دودویی متقارن با احتمال تعویض  $\varepsilon$ ؛  $\left(0 \leq \varepsilon < \frac{1}{2}\right)$  داریم که  $u_1$  و  $u_2$  دو کد واژه  $n$  رقمی باشند که  $u_1$  تنها از تعدادی 0 و  $u_2$  تنها از تعدادی 1 تشکیل شده است و:

$$P(y_j = 0 | u_{1j} = 0) = 1 - \varepsilon, P(y_j = 1 | u_{1j} = 0) = \varepsilon$$

$$P(y_j = 0 | u_{2j} = 1) = \varepsilon, P(y_j = 1 | u_{2j} = 1) = 1 - \varepsilon$$

و بقیه احتمال های تغییر وضعیت برابر صفراند. یک کران بالا برای احتمال خطای کدگشایی به دست آورید.

۴- فرض کنید ماتریس زیر ماتریس بررسی توازن سیستماتیک باشد. به ازای خروجی  $y$ ، عارضه را به دست آورید.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۵- اگر دنباله ها به وسیله قاعده

$$00 \rightarrow 00000 \quad 01 \rightarrow 01101 \quad 10 \rightarrow 10111 \quad 11 \rightarrow 11010$$

تبدیل شوند؛ ماتریس مولد و ماتریس های بررسی توازن را به دست آورید.

شماره سوال	پاسخ صحیح
۱	ب
۲	الف
۳	د
۴	الف
۵	ب
۶	الف
۷	ب
۸	د
۹	ب
۱۰	ج
۱۱	ب
۱۲	الف
۱۳	ج
۱۴	ج
۱۵	د
۱۶	الف
۱۷	ب
۱۸	ب
۱۹	ب
۲۰	ب

## سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- اگر  $\varepsilon > 0$  و  $\delta > 0$  اعداد کوچک دلخواه آنگاه به ازای  $n$  های به اندازه کافی بزرگ

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n} - p\right| < \varepsilon\right) > 1 - \delta$$

۱.۴۰ نمره

$$P(a_1|u_1) = (1-p)^4 + 4p(1-p)^3 + p^2(1-p)^2 \quad -2$$

$$P(a_2|u_2) = (1-p)^4 + 3p^2(1-p)^2 + p^4$$

$$P(a_3|u_3) = (1-p)^4 + 4p(1-p)^3$$

$$P_c = \frac{1}{3} \{3(1-p)^4 + 8p(1-p)^3 + 4p^2(1-p)^2 + p^4\}$$

۱.۴۰ نمره

$$\sum_{y_j} \{P(y_j|u_{1j})\}^{1-\sigma} \{P(y_j|u_{2j})\}^{\sigma} = (1-\varepsilon)^{1-\sigma} \varepsilon^{\sigma} + \varepsilon^{1-\sigma} (1-\varepsilon)^{\sigma} \quad -3$$

$$P_{e1}(u_1, u_2) \leq \left\{ (1-\varepsilon)^{1-\sigma} \varepsilon^{\sigma} + \varepsilon^{1-\sigma} (1-\varepsilon)^{\sigma} \right\}^n$$

۱.۴۰ نمره

$$s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad -4$$

۱.۴۰ نمره

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad -5$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱- اگر  $E_1$  و  $E_2$  دو پیشامد باشند؛ در چه صورتی  $E_1$  و  $E_2$  را ناسازگار می نامیم؟

۱.  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2)$       ۲.  $P(E_1 \cap E_2) = 0$

۳.  $P(E_1 \cap E_2) \neq 0$       ۴. هیچکدام

۲- مو مشکی ها همیشه به عهد خود وفا می کنند؛ مو بورها هیچ گاه به عهد خود وفا نمی کنند و مو خرمایی ها برای تصمیم گیری در مورد وفای به عهد شیر یا خط می کنند. تعداد مو مشکی ها؛ مو بورها و مو خرمایی ها به نسبت اعداد ۱؛ ۱ و ۲ است. اگر شخصی به عهد خود وفا کند احتمال اینکه مو مشکی باشد چقدر است؟

۱. ۰      ۲.  $\frac{1}{5}$       ۳.  $\frac{1}{2}$       ۴.  $\frac{2}{5}$

۳- ۶۴ نقطه به صورت یک شبکه مربعی شکل آرایش یافته اند. فرض کنید  $E_j$  و  $F_k$  به ترتیب این پیشامدها باشند اگر نقطه ای را که به تصادف انتخاب می کنیم در ستون  $j$ ام و سطر  $k$ ام باشد. آنگاه اندازه اطلاع موضعی  $E_j$  و  $F_k$  به ترتیب چند بیت است؟

۱. ۸-۸      ۲. ۸-۳      ۳. ۸-۳      ۴. ۳-۳

۴- اطلاع موضعی یک پیشامد با افزایش عدم حتمیت آن چه تغییری می کند؟

۱. افزایش می یابد.      ۲. کاهش می یابد.  
۳. تغییری نمی کند.      ۴. ممکن است افزایش یا کاهش یابد.

۵- وقتی پیشامدها به طور یکسان غیر حتمی اند  $H(S)$  (آنتروپی  $S$ ):

۱. مینیمم است.      ۲. ماکسیمم است.      ۳. صفر است.      ۴. هیچکدام

۶- اگر  $S_1$  دستگاهی با پیشامدهای  $E_1, \dots, E_n$  و  $S_2$  دستگاهی با پیشامدهای  $F_1, \dots, F_m$  باشد؛ کدام گزینه درباره آنتروپی مشترک  $(H(S_1 \cap S_2))$  صحیح می باشد؟

۱.  $H(S_1 \cap S_2) = H(S_1|S_2) + H(S_2)$       ۲.  $H(S_1 \cap S_2) = H(S_2|S_1) + H(S_2)$

۳.  $H(S_1 \cap S_2) = H(S_1|S_2) + H(S_1)$       ۴.  $H(S_1 \cap S_2) = H(S_1|S_2)$



۷- اگر  $S_1$  دستگاهی با پیشامدهای  $E_1, \dots, E_n$  و  $S_2$  دستگاهی با پیشامدهای  $F_1, \dots, F_m$  باشد؛ در رابطه  $H(S_1|S_2) \leq H(S_1)$  برابری چه وقتی ظاهر می شود؟

۱. وقتی و تنها وقتی ظاهر می شود که  $S_1$  و  $S_2$  ناسازگار باشند.

۲. وقتی و تنها وقتی ظاهر می شود که  $S_1$  و  $S_2$  به طور آماری مستقل نباشند.

۳. وقتی و تنها وقتی ظاهر می شود که  $S_1$  و  $S_2$  به طور آماری مستقل باشند.

۴. هیچکدام

۸- در کدگذاری با طول ثابت اگر الفبای منبع  $a_1, \dots, a_N$  باشد و دنباله های  $n$  حرفی منبع را در نظر بگیریم؛ چند دنباله منبع به طول  $n$  وجود دارد؟

۴.  $N^n$

۳.  $n^N$

۲.  $n$

۱.  $N$

۹- پنج حرف منبع دارای احتمال های زیراند:

حرف	$p(a_k)$
$a_1$	۰/۳
$a_2$	۰/۲۵
$a_3$	۰/۲۵
$a_4$	۰/۱
$a_5$	۰/۱

متوسط طول یک کدواژه چقدر است؟

۴. ۰/۳

۳. ۳/۲

۲. ۰/۲

۱. ۲/۲

۱۰- دو کد برای یک منبع چهار حرفی به صورت زیر است:

حرف	$p_k$	کد (A)	کد (B)
$a_1$	۰/۴	۱	۱
$a_2$	۰/۳	۰۱	۱۰
$a_3$	۰/۲	۰۰۱	۱۰۰
$a_4$	۰/۱	۰۰۰	۱۰۰۰

کدام یک از کدها هم دارای شرط پیشوند و هم یکتا-کد گشودنی است؟

۴. هیچکدام

۳. کد A و کد B

۲. کد B

۱. کد A

۱۱- کدام یک از گزینه های زیر صحیح می باشد؟

۱. اگر با هر حرف  $a$  از ورودی کانال یک حرف یکتای  $b$  از خروجی آن متناظر باشد؛ می گوییم که کانال دارای نوفه است.
۲. اگر با هر حرف  $a$  از ورودی کانال یک حرف یکتای  $b$  از خروجی آن متناظر باشد؛ می گوییم که کانال بدون نوفه است.
۳. اگر یک حرف ورودی از موقعیت های مختلف بتواند به حرف خروجی متفاوتی منجر شود؛ می گوییم که کانال بدون نوفه است.
۴. هیچکدام

۱۲- اگر  $f_j$  این احتمال باشد که  $a_j$  در خروجی حداقل یکی از کانال ها ظاهر شود با فرض اینکه ورودی اولین کانال  $a_j$  باشد؛ کدام یک از گزینه های زیر صحیح می باشد؟

۱. حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم؛ اگر  $f_j > 1$  و ماندگار می نامیم اگر  $f_j = 0$ .
۲. حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم؛ اگر  $f_j > 1$  و ماندگار می نامیم اگر  $f_j < 1$ .
۳. حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم؛ اگر  $f_j < 1$  و ماندگار می نامیم اگر  $f_j = 1$ .
۴. حرف  $a_j$  را گذرا می نامیم؛ اگر  $f_j = 1$  و ماندگار می نامیم اگر  $f_j < 1$ .

۱۳- کانالی تنها دارای دو نماد ورودی 0 و 1 و نمادهای خروجی 0 و 1 و 2 و 3 است. احتمال های تغییر وضعیت عبارتند از:

احتمال تغییر وضعیت	خروجی	ورودی	احتمال تغییر وضعیت	خروجی	ورودی
$1/6$	0	۱	$1/3$	0	0
$1/6$	1		$1/3$	1	
$1/3$	2		$1/6$	2	
$1/3$	3		$1/6$	3	

ظرفیت کانال چقدر است؟

۱.  $\frac{5}{3} \log 2$
۲.  $\log 3$
۳.  $\frac{5}{3}$
۴.  $\frac{5}{3} \log 2 - \log 3$

۱۴- اگر دنباله ها به وسیله قاعده

$$00 \rightarrow 00000 \quad 01 \rightarrow 01101 \quad 10 \rightarrow 10111 \quad 11 \rightarrow 11010$$

تبدیل شوند؛ ماتریس مولد (G) را به دست آورید.

$$\begin{aligned} ۱. & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad ۲. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad ۳. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad ۴. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۱۵- اگر دنباله ها به وسیله قاعده

$$00 \rightarrow 00000 \quad 01 \rightarrow 01101 \quad 10 \rightarrow 10111 \quad 11 \rightarrow 11010$$

تبدیل شوند؛ ماتریس بررسی توازن (F) کدام گزینه است؟

$$\begin{aligned} ۱. & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ۲. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad ۳. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ۴. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۱۶- اگر دنباله ها به وسیله قاعده

$$00 \rightarrow 00000 \quad 01 \rightarrow 01101 \quad 10 \rightarrow 10111 \quad 11 \rightarrow 11010$$

تبدیل شوند؛ احتمال وقوع یک دنباله خطا را که در جدول کد گشا نیست به دست آورید. (وقتی کانال متقارن و با احتمال تعویض p است.)

$$\begin{aligned} ۱. & (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 + 2p^2(1-p)^3 \quad ۲. (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 \\ ۳. & 1 - (1-p)^5 - 5p(1-p)^4 - 2p^2(1-p)^3 \quad ۴. 1 - (1-p)^5 - 5p(1-p)^4 \end{aligned}$$

۱۷- آنتروپی توزیع گاوسی کدام گزینه است؟

$$\begin{aligned} ۱. & \log \left\{ (2\pi e)^{\frac{1}{2}} \sigma \right\} \quad ۲. \log \left\{ (2\pi e)^{\frac{1}{2}} \right\} \\ ۳. & \log \{ (2\pi e) \sigma \} \quad ۴. \log \{ (2\pi e) \} \end{aligned}$$

۱۸- اگر  $X$  و  $Y$  دو متغیر پیوسته باشند؛  $H(X|Y)$  (آنتروپی شرطی) کدام گزینه است؟

$$\begin{array}{ll} H(X|Y) = -\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log f_{X,Y}(x,y) dx dy & \cdot ۱ \\ H(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log f_{X,Y}(x,y) dx dy & \cdot ۲ \\ H(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)} dx dy & \cdot ۳ \\ H(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) \log \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)} dx dy & \cdot ۴ \end{array}$$

۱۹- دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  را در نظر بگیرید که به طور آماری مستقل و گاوسی اند؛ اگر  $Z = X + Y$  کدام گزینه درباره آنتروپی صحیح می باشد؟

$$\begin{array}{ll} H(Z) + H(X|Z) = H(X) & \cdot ۱ \\ H(Z) + H(X|Z) = H(X) + H(Y) & \cdot ۲ \\ H(Z) + H(X|Z) = H(Y) & \cdot ۳ \\ \text{هیچکدام} & \cdot ۴ \end{array}$$

۲۰- دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  را در نظر بگیرید که به طور آماری مستقل و گاوسی اند؛ کدام گزینه درباره  $I(X, Z)$  (اطلاع متقابل) صحیح است؟

$$\begin{array}{ll} I(X, Z) = H(Z) & \cdot ۱ \\ I(X, Z) = H(X) & \cdot ۲ \\ I(X, Z) = H(Z) + H(Y) & \cdot ۳ \\ I(X, Z) = H(Z) - H(Y) & \cdot ۴ \end{array}$$

## سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- اگر  $S_1$  دستگاهی باشد با پیشامدهای  $E_1, \dots, E_n$  و احتمال های متناظر  $p_1, \dots, p_n$  و  $S_2$  دستگاهی باشد با پیشامدهای  $F_1, \dots, F_m$  و احتمال های متناظر  $q_1, \dots, q_m$  ثابت کنید.

$$I(S_1, S_2) = H(S_1) - H(S_1 | S_2)$$

۱.۴۰ نمره

۲- پیام های زیر را می توان روی یک کانال متقارن دودویی با احتمال عبور  $\varepsilon$  ارسال کرد:

$$M_1 = 00 \quad M_2 = 01 \quad M_3 = 10 \quad M_4 = 11$$

و این پیام ها در ورودی هم احتمال اند. اطلاع متقابل بین  $M_1$  و اینکه اولین رقم خروجی 0 باشد چند بیت است؟

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه پردازش داده ها را تعریف کرده و به اختصار شرح دهید.

۱.۴۰ نمره

۴- دنباله های دو رقمی به سه بلوک تقسیم می شوند. اگر بلوک ها به صورت زیر باشند  $P_c$  (متوسط احتمال کدگذاری درست) را به دست آورید.

$B_1$	$B_2$	$B_3$
00	10	11
01		

و  $u_1 = 00$  :  $u_2 = 10$  :  $u_3 = 11$ .

۱.۴۰ نمره

۵- چهار کد برای یک منبع چهار حرفی به صورت زیر است:

حرف منبع	$P(a_k)$	A کد	B کد	C کد	D کد
$a_1$	۰/۵	0	0	0	0
$a_2$	۰/۲۵	0	1	10	01
$a_3$	۰/۱۲۵	1	00	110	011
$a_4$	۰/۱۲۵	10	11	111	0111

کدام یک از آنها دارای شرط پیشوندی نیستند؟ چرا؟

شماره سوال	پاسخ صحیح
۱	ب
۲	ج
۳	د
۴	الف
۵	ب
۶	الف
۷	ج
۸	د
۹	الف
۱۰	الف
۱۱	ب
۱۲	ج
۱۳	د
۱۴	ب
۱۵	الف
۱۶	د
۱۷	الف
۱۸	ج
۱۹	الف
۲۰	د