

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- فرض کنید Y_1 و Y_2 آماره‌های ترتیبی برای نمونه تصادفی X_1 و X_2 باشند. در این صورت این آماره‌ها زمانی مستقلند که:

۱. کواریانس بین آنها صفر باشد.
۲. توزیع پیوسته داشته باشند.
۳. از توزیع نرمال باشند.
۴. متغیر تصادفی X دارای توزیع تباهیده باشد.

۲- کدام گزینه صحیح است؟

۱. آماره‌های ترتیبی مستقل نیستند، اما هم‌توزیع‌اند.
۲. مساوی بودن دو متغیر تصادفی X و Y ، هم‌توزیع بودن آنها را نتیجه می‌دهد.
۳. آماره‌های ترتیبی مستقل هستند اما هم‌توزیع نیستند.
۴. هم‌توزیع بودن دو متغیر تصادفی X و Y ، مساوی بودن آنها را نتیجه می‌دهد.

۳- فرض کنید Y_1, Y_2, Y_3 آماره‌های ترتیبی برای نمونه تصادفی X_1, X_2, X_3 از توزیعی پیوسته با تابع چگالی $f(x)$ و میانگین 2 و واریانس 4 باشند. آنگاه $E(Y_1, Y_2, Y_3)$ برابر است با:

۱. 64
۲. 3
۳. 8
۴. 448

۴- نمونه تصادفی X_1, X_2, X_3 را از تابع توزیع $F(x) = x^2; 0 \leq x < 1$ در نظر می‌گیریم. کدام گزینه، تابع چگالی احتمال Y_2 (دومین آماره ترتیبی) را نشان می‌دهد؟

۱. $3y^4 - 2y^6$
۲. $2y$
۳. $12y^3 - 12y^5$
۴. $2y - y^3$

۵- فرض کنید X, Y, Z سه متغیر تصادفی و $g(\cdot)$ یک تابع دلخواه باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. اگر $Y \underline{\underline{d}} Z$ باشد، آنگاه $g(Y) \underline{\underline{d}} g(Z)$
۲. اگر $X \underline{\underline{d}} Y$ باشد، آنگاه $Y \underline{\underline{d}} Z$
۳. اگر $X \underline{\underline{d}} Y$ باشد، آنگاه $g(X) \underline{\underline{d}} g(Z)$
۴. اگر $X \underline{\underline{d}} Y$ باشد، آنگاه $X \underline{\underline{d}} Z$

۶- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال F باشد. میانگین $F(X)$ (به کمک قضیه تبدیل انتگرال احتمال) برابر است با:

۱. $\frac{2}{3}$
۲. $\frac{1}{2}$
۳. $\frac{1}{3}$
۴. $\frac{1}{12}$

۷- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر X و Y مستقل و هم‌توزیع باشند، آنگاه $2X - Y$ و $2Y - X$ نیز هم‌توزیع اند.
۲. اگر X و Y مستقل و هم‌توزیع باشند، آنگاه $Y - X$ و $X - Y$ نیز هم‌توزیع اند.
۳. اگر $Y - X$ و $X - Y$ هم‌توزیع باشند، لزومی ندارد X و Y مستقل و هم‌توزیع باشند.
۴. همه موارد

۸- فرض کنید $U_5, \dots, U_2, U_1$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه‌ی $(0, 1)$ باشد و آماره‌های ترتیبی این نمونه را با $V_5, \dots, V_2, V_1$ نشان می‌دهیم. در این صورت $V_5 - V_2$ هم‌توزیع است با:

۱. V_2
۲. یکنواخت
۳. V_3
۴. گاما

۹- فرض کنید $U_5, \dots, U_2, U_1$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه‌ی $(0, 1)$ باشد و آماره‌های ترتیبی این نمونه را با $V_5, \dots, V_2, V_1$ نشان می‌دهیم. آماره V_2 دارای چه توزیعی است؟

۱. توزیع گاما با $\alpha = 2$ و $\beta = 4$
۲. توزیع بتا با $\alpha = 2$ و $\beta = 4$
۳. توزیع بتا با $\alpha = 4$ و $\beta = 2$
۴. توزیع بتا با $\alpha = \beta = 2$

۱۰- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = 2x; 0 \leq x < 1$ باشد. در این صورت مقدار چارک اول یا همان Q_1 برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{2}{3}$
۲. $\frac{1}{2}$
۳. $\frac{1}{3}$
۴. $\frac{1}{4}$

۱۱- می‌دانیم $P(X_i \leq Q_p) = p$ پس انتظار داریم $[np]$ تا از X_i ها کوچکتر یا مساوی Q_p باشند. یعنی $Y_{[np]}$ به عنوان یک برآوردیاب برای Q_p است. بنابر این برای $n = 150$ و $p = 0.25$ آماره‌ی Y_{37} برآوردیاب کدام گزینه است؟

۱. $Q_{0/2}$
۲. $Q_{0/3}$
۳. $Q_{0/24}$
۴. $Q_{0/25}$

۱۲- یک نمونه تصادفی ۳ تایی از توزیع پیوسته و صعودی $F(X)$ در نظر می‌گیریم. اگر (Y_2, Y_3) را به عنوان یک فاصله اطمینان برای چارک اول یا همان Q_1 اختیار کنیم آنگاه ضریب اطمینان برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{8}{9}$
۲. $\frac{3}{8}$
۳. $\frac{3}{64}$
۴. $\frac{9}{64}$

۱۳- اگر $C_5, \dots, C_1$ پوشش‌های تابع توزیعی پیوسته و اکیداً صعودی باشند آنگاه کدام گزینه برقرار است؟

۱. $E(C_2) = \frac{1}{6}$
۲. $\sum_{i=1}^6 C_i = 1$
۳. $V(C_2) = \frac{2}{75}$
۴. $E(V_2) = \frac{1}{6}$

۱۴- برای یک نمونه تصادفی سه تایی X_3, X_2, X_1 از توزیع پیوسته داریم:

$$P(R_1 = 2) = \frac{1}{6} \quad ۱. \quad P(X_1 < X_2 < X_3) = \frac{1}{3} \quad ۲.$$

$$Var(R_2) = \frac{2}{3} \quad ۳. \quad E(R_1) = 1 \quad ۴.$$

۱۵- فرض کنید $Y_4, \dots, Y_1$ آماره‌های ترتیبی برای نمونه تصادفی $X_4, \dots, X_1$ از توزیع پیوسته $F(x)$ باشند. در این صورت اگر R_i رتبه X_i در این نمونه تصادفی باشد آنگاه $COV(R_i, R_j)$ برابر با کدام گزینه است؟

$$- \frac{1}{12} \quad ۱. \quad - \frac{5}{12} \quad ۲. \quad - \frac{1}{3} \quad ۳. \quad ۰ \quad ۴. \quad \text{صفر}$$

۱۶- تابع چگالی توام بردار رتبه‌ها $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ برای نمونه تصادفی از جامعه پیوسته، برابر است با:

$$\frac{1}{n} \quad ۱. \quad n! \quad ۲. \quad \frac{1}{n!} \quad ۳. \quad \frac{n+1}{2} \quad ۴.$$

۱۷- کدام گزینه $m = n = ۱$ در مورد آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون نادرست است؟

$$۱. \quad \text{با فرض } m = n = ۱ \text{ داریم } P_{1,1}(2) = \frac{1}{3}$$

$$۲. \quad E(W_S) = \frac{n(m+n-1)}{2}$$

۳. آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون با آزمون من ویتنی معادل است.

$$۴. \quad E(W_S) = \frac{n(m+n-1)}{3}$$

۱۸- اگر $X_n, \dots, X_1$ و $Y_m, \dots, Y_1$ دو نمونه تصادفی مستقل به ترتیب با توزیع‌های $F(x)$ و $G(y)$ باشند در این صورت کدام یک از روابط زیر بین W_R و W_S در آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون برقرار است؟

$$۱. \quad W_S \stackrel{d}{=} W_R \quad ۲. \quad W_S - \frac{n(n+1)}{2} \stackrel{d}{=} W_R - \frac{m(m+1)}{2}$$

$$۳. \quad W_S - \frac{m(m+1)}{2} \stackrel{d}{=} W_R - \frac{n(n+1)}{2} \quad ۴. \quad W_R - E(W_S) \stackrel{d}{=} E(W_S) - W_R$$

۱۹- اگر W آماره رتبه‌ای - نشانه‌ای ویلکاکسون باشد آنگاه:

۱. $E(W) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۲. W_N (مجموع رتبه‌هایی که نشانه منفی دارند) برابر است با $\frac{n(n+1)}{4} + \frac{W}{2}$

۳. $Var(W) = 0$

۴. W_P نسبت به $\frac{n(n+1)}{4}$ متقارن است.

۲۰- کدام گزینه در مورد آزمون من ویتنی درست است؟

۱. $W_{YX} = W_S - \frac{m(m+1)}{2}$

۲. W_S بیشترین مقداری را که اختیار می‌کند $\frac{mn(m+n+1)}{12}$ است.

۳. W_S کمترین مقداری را که اختیار می‌کند $\frac{n(n+1)}{2}$ است.

۴. $W_{XY} = W_R - \frac{m(m+1)}{2}$

۲۱- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. نرمال بودن توزیع جامعه در آزمون کروسکال والیس الزامی است.

۲. اگر $W = \sum_{i=1}^4 U_i R_i$ آماره رتبه‌ای - نشانه‌ای ویلکاکسون باشد واریانس آن برابر صفر است.

۳. اگر X پیوسته و متقارن باشد آنگاه $F(x) = F(-x)$

۴. در آزمون کروسکال والیس ضرورتی ندارد که واریانس نمونه‌ها برابر باشند.

۲۲- در مساله جایگشت اگر R_1 تعداد دوهای نوع X و R_2 تعداد دوهای از نوع Y باشند و جایگشت با دوهای نوع X شروع و پایان یابد آنگاه:

۲. $R_1 = R_2$

۱. $R_1 = R_2 + 1$

۴. نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۳. $R_2 = R_1 + 1$

۲۳- اگر R نشان‌دهنده مجموع دوها باشد آنگاه با فرض $n_1 = 4$ و $n_2 = 3$ مقدار امیدریاضی R برابر با کدام گزینه است؟

۲۴- برای نمونه پنج تایی $2/5$ و $4/5$ و 5 مقدار تابع توزیع تجربی به ازای $x = 4/4$ یعنی $F_5 = (4/4)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 1 ۲. $\frac{2}{5}$ ۳. $\frac{1}{5}$ ۴. $\frac{3}{5}$

۲۵- در آزمون برازندگی و آزمون مستقل بودن دو ویژگی از کدام توزیع ها استفاده می شود؟

۱. کای دو- فیشر ۲. کای دو- کای دو ۳. پواسن- کای دو ۴. فیشر- کای دو

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- سه عدد باتری که طول عمر هر یک دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}; 0 \leq x$ است و مستقلاً کار می کنند در دستگاهی به صورت موازی نصب شده اند. تابع چگالی طول عمر این دستگاه را پیدا کنید.

۱.۲۰ نمره

۲- الف: سکه ناریبی را مستقلاً دوبار به تصادف پرتاب می کنیم. فرض کنید X تعداد شیرها و Y تعداد خط های ظاهر شده باشد. نشان دهید که دو متغیر تصادفی X و Y مساوی نیستند.

ب: نمونه تصادفی $u_1 = 0/5212$, $u_2 = 0/3012$, $u_3 = 0/4001$ از توزیع یکنواخت پیوسته $(0,1)$

می باشد. به کمک نمونه تصادفی بالا یک نمونه تصادفی سه تایی از تابع چگالی $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}; 0 < x \leq 1$ تولید کنید.

۱.۲۰ نمره

۳- برای شغلی در یک اداره دولتی 8 نفر متقاضی ثبت نام کرده اند. هر نفر متقاضی به وسیله دو ممتحن جداگانه امتحان شده اند (رتبه ممتحن اول R_{1i} و رتبه ممتحن R_{2i}) طبق جدول زیر رتبه بندی گردیده اند. ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن را حساب کنید. با میزان سطح معنی داری ده درصد آیا می توان نتیجه گرفت که رتبه بندی ممتحن ها از هم مستقل است.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
R_{1i}	5	8	4	3	6	2	7	1
R_{2i}	7	5	4	2	8	1	6	3

۱.۲۰ نمره

۴- جدول زیر تعداد تصادفات مربوط به پنجاه هفته را نشان می دهد. با فرض اینکه Y تعداد تصادفات در هر هفته باشد. آیا می توان در سطح معنی داری پنج درصد آزمون کرد که Y دارای توزیع پواسن است. (عدد جدول: 3/84)

تعداد تصادفات در هر هفته	0	1	2	≥ 3
فراوانی هفته	32	12	6	0

۵- در یک آزمون مشترک نمره‌های آمار سه گروه دانشجو با سه معلم به شرح زیرند. در سطح معنی‌داری پنج درصد بیازمایید که آیا نمرات هر سه گروه به‌طور متوسط یکسان‌اند؟ عدد جدول: 5/991

<i>I</i>	87	77	64	81	77	84	
<i>II</i>	70	62	51	74	72	69	75
<i>III</i>	57	62	79	66	59		

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	د
2	ب
3	ج
4	ج
5	الف
6	ب
7	د
8	ج
9	ب
10	ب
11	د
12	د
13	ج
14	ج
15	ب
16	ج
17	الف
18	ب
19	د
20	ج
21	ب
22	الف
23	د
24	د
25	ب

۱- آماره عبارت است از :

۱. تابعی که توزیع آن به پارامتر مجهول بستگی نداشته باشد.
۲. هر تابعی که در آمار مورد استفاده قرار می‌گیرد.
۳. تابعی از یک نمونه تصادفی که در آن پارامتر مجهول نباشد.
۴. هر ویژگی مجهول جامعه

۲- فرمول $\sum_{k=r}^n \binom{n}{k} [F(y)]^k [1-F(y)]^{n-k}$ مربوط به کدام گزینه است ؟

۱. تابع چگالی r امین آماره ترتیبی
۲. تابع توزیع r امین آماره ترتیبی در هر دو حالت گسسته و پیوسته
۳. تابع توزیع r امین آماره ترتیبی فقط برای یک توزیع گسسته
۴. تابع توزیع r امین آماره ترتیبی فقط برای یک توزیع پیوسته

۳- اگر X_1 و X_2 نمونه دوتایی از توزیع $N(0,1)$ و Y_1 و Y_2 آماره‌های ترتیبی باشند، کوواریانس Y_1 و Y_2 برابر است با :

۱. $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ۲. $\frac{1}{\pi}$ ۳. $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ۴. $-\frac{1}{\pi}$

۴- چه موقع آماره‌های ترتیبی یک نمونه تصادفی 2 تایی از توزیع $F(x)$ از هم مستقلند؟

۱. اگر $F(x)$ تباهیده باشد.
۲. هیچگاه نمی‌توانند مستقل باشند.
۳. فقط در حالتی که $F(x)$ پیوسته باشد.
۴. فقط در حالتی که $F(x)$ گسسته باشد.

۵- اگر $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از یک توزیع ناتباهیده با میانگین μ باشند و $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ آماره‌های ترتیبی آنها باشند، کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱. $E(Y_1) = E(Y_n) = \mu$ ۲. $\frac{1}{2}(E(Y_1) + E(Y_n)) = \mu$ ۳. $E(Y_1) < \mu < E(Y_n)$ ۴. $(E(Y_n) - E(Y_1)) = \mu$

۶- X یک متغیر تصادفی پیوسته است. مقدار $P(F(X) > 0.6)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{3}$ ۲. $\frac{2}{3}$ ۳. $\frac{3}{5}$ ۴. $\frac{2}{5}$

۷- X یک متغیر تصادفی پیوسته است. مقدار $\text{Var}(F(X))$ (واریانس $F(X)$) برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. $\frac{1}{3}$ ۳. $\frac{1}{6}$ ۴. $\frac{1}{12}$

۸- اگر $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از یک توزیع ناتباهیده و پیوسته $F(X)$ باشند میانگین تابع توزیع r اُمین آماره ترتیبی $(E(F(Y_r)))$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{r}{n+1}$ ۲. $\frac{r+1}{n}$ ۳. $\frac{r+1}{n+1}$ ۴. $\frac{r}{n}$

۹- اگر X_1, X_2, X_3, X_4 یک نمونه تصادفی 4 تایی از یک توزیع ناتباهیده و پیوسته $F(X)$ باشند، $\text{Cov}(F(Y_1), F(Y_4))$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{4}$ ۲. $\frac{2}{75}$ ۳. $\frac{1}{150}$ ۴. $\frac{2}{150}$

۱۰- برای تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$ چارک اول برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0/57 ۲. 0/63 ۳. 0/75 ۴. 0/79

۱۱- یک نمونه تصادفی 11 تایی از وزن کارمندان یک شرکت گرفته‌ایم. نتایج به صورت 102، 98، 105، 92، 110، 88، 104، 106، 98، 100 و 96 هستند. برآورد صدک شصت و پنجم توزیع قد کارکنان این شرکت برابر با کدام گزینه است؟

۱. 103/6 ۲. 102/6 ۳. 102 ۴. 101

۱۲- در یک نمونه تصادفی n تایی از یک توزیع پیوسته اگر پوشش J اُم را با نماد C_j نمایش دهیم، $E(C_j)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{j}{n+1}$ ۲. $\frac{j}{n}$ ۳. $\frac{1}{n}$ ۴. $\frac{1}{n+1}$

۱۳- فاصله تصادفی (L, U) را یک فاصله تحمل با میزان $0 < \beta < 1$ و ضریب $0 < \gamma < 1$ می‌نامند هر گاه:

۱. $P(F(U) - F(L) \geq \gamma) = \beta$ ۲. $P(F(U) - F(L) = \gamma) \geq \beta$ ۳. $P(F(U) - F(L) \geq \beta) = \gamma$ ۴. $P(F(U) - F(L) = \beta) \geq \gamma$

۱۴- برای یک نمونه تصادفی 4 تایی X_1, X_2, X_3, X_4 از یک توزیع پیوسته مقدار $P(X_2 < X_4 < X_1)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{6}$ ۲. $\frac{1}{12}$ ۳. $\frac{1}{3}$ ۴. $\frac{1}{24}$

۱۵- در یک نمونه تصادفی 11 تایی از یک توزیع پیوسته، کوواریانس رتبه X_2 (یعنی R_2) و رتبه X_{10} (یعنی R_{10}) برابر با کدام گزینه است؟

۱. -0.9 ۲. 0.9 ۳. 1 ۴. -1

۱۶- در یک نمونه تصادفی 11 تایی از یک توزیع پیوسته، میانگین رتبه X_2 (یعنی $E(R_2)$) برابر با کدام گزینه است؟

۱. 6 ۲. 5/5 ۳. 7 ۴. 6/5

۱۷- برای یک نمونه تصادفی m تایی از X ها و n تایی از Y ها، بیشترین مقدار W_S برابر با کدام گزینه است؟

۱. $m + \frac{n(n+1)}{2}$ ۲. $mn + \frac{n(n+1)}{2}$ ۳. $n + \frac{m(m+1)}{2}$ ۴. $mn + \frac{m(m+1)}{2}$

۱۸- برای یک نمونه تصادفی m تایی از X ها و n تایی از Y ها، اگر مقدار W_S برابر با $3 + \frac{n(n+1)}{2}$ باشد، مقدار W_R برابر با کدام گزینه است؟

۱. $3 + \frac{m(m+1)}{2}$ ۲. $3 - \frac{m(m+1)}{2}$ ۳. $\frac{m(m+1)}{2}$ ۴. $\frac{n(n+1)}{2}$

۱۹- در ظرفی ده کارت به شماره‌های 1 تا 10 داریم و یک نمونه 4 تایی از کارت‌ها بیرون می‌آوریم. در چه صورت یافته‌های این نمونه گره‌دار می‌باشند؟

۱. در نمونه‌گیری بدون جایگذاری با احتمال یک نمونه گره‌دار می‌شود.
۲. در نمونه‌گیری با جایگذاری با احتمال یک نمونه گره‌دار می‌شود.
۳. در نمونه‌گیری به روش بدون جایگذاری امکان دارد اتفاق بیفتد.
۴. در نمونه‌گیری به روش با جایگذاری امکان دارد اتفاق بیفتد.

۲۰- اگر ضریب همبستگی ساده بین دو متغیر X, Y برابر با $\rho(X, Y) = 0.85$ باشد، مقدار $\rho(-3X + 2, 4Y - 3)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. -0.9 ۲. 0.85 ۳. -0.85 ۴. 0.9

۲۱- اگر R برآورد ضریب همبستگی ساده بین X, Y باشد، برای n های بزرگ، کدام گزینه توزیع $\tanh^{-1}(R)$ است؟

۱. نرمال ۲. تی با $n-2$ درجه آزادی
۳. خی دو ۴. فیشر

۲۲- در یک نمونه 11 تایی از زوج متغیر (X, Y) ، واریانس ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0.09 ۲. 0.1 ۳. 0.083 ۴. 0.075

۲۳- فرض کنید $Y = 4X^3 + 1$ ، ضریب همبستگی کنдал بین X, Y برابر با کدام گزینه است؟

۱. 1 ۲. -1 ۳. 0.5 ۴. 0.25

۲۴- دو پسر و دو دختر به تصادف در یک صف می‌ایستند. اگر R_1 و R_2 به ترتیب تعداد دوهای پسر و دختر باشند، $Cov(R_1, R_2)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{4}$ ۲. $\frac{1}{6}$ ۳. $\frac{1}{9}$ ۴. $\frac{1}{12}$

۲۵- در آزمون کروسکال-والیس برای 6 گروه با 4 نمونه در هر گروه، تحت فرض H_0 آماره‌ی آزمون دارای چه توزیعی است؟

۱. تی با 5 درجه آزادی ۲. خی دو با 5 درجه آزادی
۳. فیشر با 5 و 18 درجه آزادی ۴. نرمال استاندارد

سوالات تشریحی

۱- در ظرفی 3 مهره سفید و 5 مهره سیاه داریم. از این ظرف 4 مهره با هم به تصادف بیرون می‌آوریم. اگر X_1 تعداد مهره‌های سفید انتخابی و X_2 تعداد مهره‌های سفید انتخابی باشند، چگالی اولین آماره ترتیبی (Y_1) را بیابید.

۲- انتگرال $\int_0^{0.25} x^4(1-x)^{15} dx$ را محاسبه کنید.

۳- یک نمونه تصادفی 10 تایی از توزیع پیوسته و صعودی $F(x)$ در نظر می‌گیریم. اگر (Y_2, Y_9) را به عنوان یک فاصله اطمینان برای میانه این توزیع انتخاب کنیم، ضریب اطمینان این فاصله را محاسبه کنید.

۴- 4 زبان آموز یک موسسه آموزش زبان انگلیسی را به روش معلم محور و 3 زبان آموز را توسط روش کمک آموزشی صوتی و تصویری آموزش داده‌ایم. در یک آزمون مشترک و استاندارد نمره‌های زیر به دست آمده است. اگر H_0 یکسان بودن دو روش و H_1 برتر بودن روش صوتی و تصویری باشد، در سطح 0.10 این آزمون را انجام دهید.

روش قدیم: 61, 45, 72, 59

روش جدید: 73, 70, 75

۵- فرض کنید Z_1, Z_2, Z_3 یک نمونه تصادفی از یک توزیع متقارن باشند. تابع احتمال آماره رتبه‌ای-نشانه‌ای ویلکاکسون را به دست آورید.

نمبر رد	سواب	ياسخ صحیح
1		ج
2		ب
3		ب
4		الف
5		ج
6		د
7		د
8		الف
9		ج
10		ب
11		الف
12		د
13		ج
14		الف
15		د
16		الف
17		ب
18		الف
19		ج
20		ج
21		الف
22		ب
23		د
24		د
25		ب

۱- یک تاس تخته را چهار مرتبه مستقلاً می‌ریزیم. آماره‌های ترتیبی اعداد رو شده به چند طریق می‌توانند مشاهده شوند؟

۱. 144 ۲. 126 ۳. 120 ۴. 112

۲- یک تاس نااریب را 6 بار مستقلاً می‌ریزیم، احتمال اینکه بزرگترین عدد رو شده حداکثر 4 باشد یعنی $P(Y_6 \leq 4)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{4}{6}$ ۲. $\frac{16}{36}$ ۳. $\frac{64}{216}$ ۴. $\frac{256}{1296}$

۳- یک نمونه 5 تایی از توزیع نمایی با $\lambda=1$ داریم. کدام گزینه شکل تابعی چگالی توام آماره‌های ترتیبی Y_1 تا Y_5 است؟

۱. $120e^{-(y_1+y_2+y_3+y_4+y_5)}$ ۲. $24e^{-(y_1+y_2+y_3+y_4+y_5)}$
۳. $20e^{-(y_1+y_2+y_3+y_4+y_5)}$ ۴. $e^{-(y_1+y_2+y_3+y_4+y_5)}$

۴- شرط اساسی برقراری قضیه تبدیل انتگرال احتمال کدام گزینه است؟

۱. پله‌ای بودن تابع توزیع $F(x)$ ۲. پیوستگی تابع توزیع $F(x)$
۳. قابل تبدیل بودن متغیر تصادفی ۴. معلوم بودن تبدیل متغیر تصادفی

۵- متغیر تصادفی X دارای چگالی $f(x) = 2x$, $0 < x < 1$ می‌باشد. با استفاده از عکس قضیه تبدیل انتگرال احتمال، اگر $u = 0/6129$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت باشد آنگاه نمونه متناظر تولید شده از این توزیع برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0/31 ۲. 0/38 ۳. 0/45 ۴. 0/78

۶- اگر $X \stackrel{d}{=} Y$ باشد کدام گزینه نادرست است؟

۱. $3X^2 - 5 \stackrel{d}{=} 3Y^2 - 5$ ۲. $P(X \leq a) = P(Y \leq a) \quad \forall a \in \mathbb{R}$
۳. $XY \stackrel{d}{=} Y^2$ ۴. $e^{-X} \stackrel{d}{=} e^{-Y}$

۷- میانگین چهارمین آماره ترتیبی یک نمونه تصادفی 10 تایی از توزیع یکنواخت برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{4}{11}$ ۲. $\frac{4}{10}$ ۳. $\frac{6}{11}$ ۴. $\frac{6}{10}$

۸- واریانس چهارمین آماره ترتیبی یک نمونه تصادفی 10 تایی از توزیع یکنواخت برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{24}{1452}$ ۲. $\frac{28}{132}$ ۳. $\frac{28}{1452}$ ۴. $\frac{24}{132}$

۹- اگر متغیر X یک متغیر نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، میانگین و واریانس تابع توزیع آن یعنی $F(X)$ به ترتیب از راست به چپ کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{24}$ و $\frac{1}{3}$ ۲. $\frac{1}{12}$ و $\frac{1}{2}$ ۳. μ و σ^2 ۴. $\frac{\mu}{2}$ و $\frac{\sigma^2}{4}$

۱۰- برای چگالی $f(x) = 2x, 0 < x < 1$ چارک اول برابر با کدام گزینه است؟

۱. $Q_1 = 0.75$ ۲. $Q_1 = 0.25$ ۳. $Q_1 = 0.5$ ۴. $Q_1 = 0.125$

۱۱- یک نمونه ۱۰ تایی از توزیع پیوسته $F(x)$ انتخاب کرده‌ایم. اگر (Y_2, Y_9) را به عنوان فاصله اطمینان برای میانه به کار ببریم، تقریباً ضریب اطمینان برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۰/۹۸ ۲. ۰/۹۵ ۳. ۰/۹۰ ۴. ۰/۶۸

۱۲- در توزیع نرمال $N(\mu, \sigma^2)$ اگر در یک نمونه تصادفی n تایی میانه را با Y_k برآورد کنیم، آنگاه واریانس توزیع مجانبی Y_k برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{\sigma^2}{2n}$ ۲. $\frac{\sigma^2}{n}$ ۳. $\frac{\pi\sigma^2}{n}$ ۴. $\frac{\pi\sigma^2}{2n}$

۱۳- اگر برای یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی پوشش r ام را با C_r نشان دهیم، آنگاه $Var(C_r)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{r}{1452}$ ۲. $\frac{10}{1452}$ ۳. $\frac{r}{132}$ ۴. $\frac{10}{132}$

۱۴- اگر برای یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی پوشش r ام را با C_r نشان دهیم، $Corr(C_i, C_j)$ (ضریب همبستگی) برابر با کدام گزینه است؟

۱. $-\frac{1}{11}$ ۲. $\frac{1}{11}$ ۳. $-\frac{1}{10}$ ۴. $\frac{1}{10}$

۱۵- اندازه قد ۱۱ دانشجو که به تصادف انتخاب شده‌اند به صورت زیر است. دهک هفتم این داده‌ها برابر با کدام گزینه است؟

۱۰۲ و ۹۸ و ۱۰۵ و ۹۲ و ۱۰۹ و ۸۸ و ۱۰۴ و ۱۰۷ و ۹۸ و ۹۹ و ۸۴

۱. ۱۰۲ ۲. ۱۰۲/۸ ۳. ۱۰۴ ۴. ۱۰۴/۴

۱۶- اگر W_S آماره ویلکاکسون برای یک نمونه ۳ تایی از X ها و ۲ تایی از Y ها باشد، $P(W_S = 5)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{2}{10}$ ۲. $\frac{1}{10}$ ۳. $\frac{2}{5}$ ۴. $\frac{3}{5}$

۱۷- اگر W_S آماره ویلکاکسون برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 2 تایی از Y ها باشد، W_S چه مقادیری را می تواند اختیار کند؟

۱. از 2 تا 10 ۲. از 1 تا 5 ۳. از 3 تا 9 ۴. از 1 تا 10

۱۸- اگر W_S آماره ویلکاکسون برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 2 تایی از Y ها باشد، مقدار $E(W_S)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 6 ۲. 4 ۳. $3/5$ ۴. $2/5$

۱۹- اگر W_S آماره ویلکاکسون برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 2 تایی از Y ها باشد، و $W_S = 6$ باشد، مقدار W_R برابر با کدام گزینه است؟

۱. 6 ۲. 7 ۳. 8 ۴. 9

۲۰- اگر W_S آماره ویلکاکسون برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 2 تایی از Y ها باشد و W_{XY} آماره من ویتنی باشد، آنگاه مقدار $E(W_{XY})$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 1 ۲. 2 ۳. 3 ۴. 4

۲۱- اگر R ضریب همبستگی پیرسن برای یک نمونه 15 تایی از زوج متغیر (X, Y) با توزیع توأم نرمال باشد و مقدار واریانس $W = \tanh^{-1} R$ (تبدیل فیشر) برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{12}$ ۲. $\frac{1}{11}$ ۳. $\frac{1}{10}$ ۴. $\frac{1}{9}$

۲۲- اگر برای یک نمونه 10 تایی از زوج متغیر (X, Y) داشته باشیم $\sum_{i=1}^{10} d_i^2 = 3$ باشد، ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0.99 ۲. 0.98 ۳. 0.95 ۴. 0.90

۲۳- اگر برای یک نمونه 2 تایی از X ها و 3 تایی از Y ها، R_1 دو نوع X و R_2 دو نوع Y و R مجموع دوها باشد، $P(R_1 = 2)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{6}{10}$ ۲. $\frac{5}{10}$ ۳. $\frac{4}{10}$ ۴. $\frac{3}{10}$

۲۴- اگر برای یک نمونه 2 تایی از X ها و 3 تایی از Y ها، R_1 دو نوع X و R_2 دو نوع Y و R مجموع دوها باشد، آنگاه مقدار $P(R = 4)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{6}{10}$ ۲. $\frac{5}{10}$ ۳. $\frac{4}{10}$ ۴. $\frac{3}{10}$

۲۵- آزمون کروسکال-والیس برای k گروه، معادل ناپارامتری کدامیک از آزمون‌های زیر در حالت پارامتری است؟

۱. من ویتنی با $k = 2$

۲. t زوجی

۳. طرح اندازه‌های تکرار شده

۴. طرح تصادفی یکراهه

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- سه عدد باطری که طول عمر هر یک دارای چگالی $f(x) = \frac{1}{5}e^{-x/5}$, $x > 0$ می باشد و مستقلاً کار

می کنند و در دستگاهی به طور سری نصب شده اند. چگالی طول عمر این دستگاه (سه باطری سری شده با هم) را به دست آورید.

۱.۲۰ نمره

۲- فرض کنید براساس یک نمونه تصادفی چهارتایی از توزیع پیوسته و صعودی $F(X)$ دارای آماره‌های ترتیبی Y_1 و Y_2 و Y_3 و Y_4 باشند و تعریف کنیم $W = F(Y_4) - F(Y_1)$. توزیع و میانگین و واریانس W را بیابید.

۱.۲۰ نمره

۳- مقدار انتگرال $\int_0^{0.2} x^5 (1-x)^7 dx$ را محاسبه کنید.

(راهنمایی: اگر لازم شد از تصحیح پیوستگی و تقریب نرمال استفاده کنید و $P(Z \leq 2.01) = 0.9778$.)

۱.۲۰ نمره

۴- اگر R_i رتبه X_i در یک نمونه n تایی باشد، $Cov(R_i, R_j)$ را به دست آورید.

۱.۲۰ نمره

۵- فرض کنید Z_1 و Z_2 و Z_3 یک نمونه تصادفی از یک توزیع متقارن باشد. تابع احتمال آماره رتبه‌ای-نشانه ای ویلکاکسون را به دست آورید.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ب
2	ج
3	الف
4	ب
5	د
6	ج
7	الف
8	ج
9	ب
10	ج
11	الف
12	د
13	ب
14	ج
15	د
16	الف
17	ج
18	الف
19	د
20	ج
21	الف
22	ب
23	الف
24	ج
25	د

۱- اگر Y یک متغیر تصادفی با مقادیر صحیح باشد و تابع توزیع آن به صورت $F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 1 \\ \left(\frac{[y]}{6}\right)^3 & 1 \leq y < 6 \\ 1 & 6 \leq y \end{cases}$ باشد، آنگاه

مقدار $P(Y=5)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{125}{216}$ ۲. $\frac{91}{216}$ ۳. $\frac{61}{216}$ ۴. $\frac{37}{216}$

۲- توزیع گامبل، توزیع آماری ترتیبی یعنی است.

۱. n امین - Y_n ۲. اولین - Y_1
۳. تقریبی n امین - Y_n ۴. تقریبی اولین - Y_1

۳- اگر یک زنجیر متشکل از n حلقه باشد که قدرت تحمل حلقه‌ها از توزیع $F(x)$ پیروی کنند و Y_1 و ... و Y_n آماره‌های ترتیبی قدرت تحمل حلقه‌های این زنجیر باشند، قدرت این زنجیر با کدامیک از موارد زیر هم‌توزیع است؟

۱. توزیع Y_1 ۲. توزیع Y_n
۳. توزیع آماره ترتیبی میانی ۴. توزیع میانگین

۴- اگر $V_1, \dots, V_{10}$ آماره‌های ترتیبی توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, 1)$ باشند، کدام گزینه توزیع آماره V_r است؟

۱. یکنواخت روی فاصله $(-r, r)$ ۲. یکنواخت روی فاصله $(0, r)$
۳. بتا با پارامترهای $\alpha = r+1$ و $\beta = n-r$ ۴. بتا با پارامترهای $\alpha = r$ و $\beta = n-r+1$

۵- اگر $V_1, \dots, V_{10}$ آماره‌های ترتیبی توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, 1)$ باشند، $E(Y_r)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{r}{n+1}$ ۲. $\frac{r+1}{n+1}$ ۳. $\frac{r+1}{n}$ ۴. $\frac{r}{n}$

۶- اگر $V_1, \dots, V_{10}$ آماره‌های ترتیبی توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, 1)$ باشند، $\text{Var}(R)$ (واریانس دامنه تغییرات نمونه) برابر است با:

۱. $\frac{5}{242}$ ۲. $\frac{3}{242}$ ۳. $\frac{1}{121}$ ۴. $\frac{3}{121}$

۷- اگر $V_1, \dots, V_{10}$ آماره‌های ترتیبی توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, 1)$ باشند، $\text{Var}(Y_5)$ برابر است با:

۱. $\frac{5}{242}$ ۲. $\frac{5}{121}$ ۳. $\frac{5}{22}$ ۴. $\frac{7}{22}$

۸- اگر $Q_{0.5}$ میانه توزیع $F(x)$ و $Y_{10}, \dots, Y_1$ آماره های ترتیبی برای یک نمونه تصادفی 10 تایی از آن باشند،
 $P(Y_2 < Q_{0.5} < Y_9)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0/9453 ۲. 0/9786 ۳. 0/9893 ۴. 0/9990

۹- در آزمون $H_0: Q_p = a$ ، آماره آزمون دارای چه توزیعی است؟

۱. نرمال ۲. کای دو ۳. دوجمله ای ۴. یکنواخت

۱۰- هرگاه تابع چگالی $f(x)$ در نقطه Q_p پیوسته باشد و $k = [np] + 1$ آنگاه واریانس توزیع مجانبی k امین آماره ی ترتیبی یعنی Y_k برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{npq}{f^2(Q_p)}$ ۲. $\frac{pq}{n}$ ۳. $\frac{pq}{nf(Q_p)}$ ۴. $\frac{pq}{nf^2(Q_p)}$

۱۱- برای یک نمونه تصادفی n تایی تعداد پوشش ها (C_i ها) برابر با کدام گزینه است؟

۱. $2n-1$ ۲. $n-1$ ۳. n ۴. $n+1$

۱۲- برای یک نمونه n تایی از توزیع پیوسته، امید ریاضی هر پوشش برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{1}{n+1}$ ۳. $\frac{1}{n-1}$ ۴. $\frac{1}{2n-1}$

۱۳- برای یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع پیوسته ای، ضریب همبستگی C_i و C_j (i و j امین پوشش) یعنی $\rho(C_i, C_j)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $-\frac{1}{n}$ ۳. $\frac{1}{n+1}$ ۴. $-\frac{1}{n+1}$

۱۴- اگر $X_n, \dots, X_1$ ، متغیرهای تصادفی هم توزیع باشند، آنگاه $E\left(\frac{X_1}{X_1 + X_2 + \dots + X_n}\right)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. بدون فرض استقلال نمی توان نظر داد. ۲. بستگی به توزیع توأم $X_n, \dots, X_1$ دارد.

۳. ضریبی از $E(X_1)$ است. ۴. $\frac{1}{n}$

۱۵- اگر $Y_5, \dots, Y_1$ آماره های ترتیبی یک نمونه تصادفی 5 تایی از یک توزیع پیوسته و صعودی $F(x)$ باشند،
 $P(F(Y_5) - F(Y_1) \geq 0.75)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0/2672 ۲. 0/3672 ۳. 0/4672 ۴. 0/5672

۱۶- اگر $Y_5, \dots, Y_1$ آماره‌های ترتیبی یک نمونه تصادفی از توزیع پیوسته و صعودی $F(x)$ باشند، به ازای چه مقدار صحیح و مثبت n ضریب فاصله تحمل $(-\infty, Y_n)$ برابر با $0/95$ می‌شود؟

۱. 29 ۲. 27 ۳. 25 ۴. 23

۱۷- اگر رتبه X_i در یک نمونه تصادفی 8 تایی از توزیع پیوسته $F(x)$ را با R_i نمایش دهیم، میانگین و واریانس R_3 به ترتیب از راست به چپ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $3/5$ و 4 ۲. $4/5$ و $10/5$ ۳. $4/5$ و $5/25$ ۴. $3/5$ و $10/5$

۱۸- اگر رتبه X_i در یک نمونه تصادفی 8 تایی از توزیع پیوسته $F(x)$ را با R_i نمایش دهیم، $\rho(R_1, R_8)$ (ضریب همبستگی R_8 و R_1) برابر با کدام گزینه است؟

۱. $-0/3428$ ۲. $-0/2428$ ۳. $-0/1428$ ۴. $-0/0428$

۱۹- برای یک نمونه تصادفی 4 تایی $P(X_1 > X_2 > X_3)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $0/167$ ۲. $0/042$ ۳. $0/25$ ۴. $0/5$

۲۰- برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 4 تایی از Y ها، $W_S + W_R$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 12 ۲. 16 ۳. 20 ۴. 28

۲۱- برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 4 تایی از Y ها، W_S چه مقادیری را می‌تواند اختیار کند؟

۱. از 4 الی 20 ۲. از 1 تا 12 ۳. از 1 تا 7 ۴. از 10 الی 22

۲۲- برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 4 تایی از Y ها، میانگین و واریانس W_S به ترتیب از راست به چپ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 4 و 4 ۲. 2 و 54 ۳. 12 و 9 ۴. 6 و 18

۲۳- برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 4 تایی از Y ها، $P(W_S = 15)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{4}{35}$ ۲. $\frac{3}{35}$ ۳. $\frac{2}{35}$ ۴. صفر

۲۴- برای یک نمونه 3 تایی از X ها و 4 تایی از Y ها، W_{XY} چه مقادیری را می‌تواند اختیار کند؟

۱. از 4 تا 10 ۲. از 0 تا 12 ۳. از 0 تا 7 ۴. از 10 تا 28

۲۵- برای یک نمونه 3 تایی از Xها و 4 تایی از Yها، میانگین و واریانس W_{XY} به ترتیب از راست به چپ برابر با کدام گزینه است؟

۱. 4 و 54 ۲. 6 و 18 ۳. 6 و 22 ۴. 12 و 9

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید Z_1 ، Z_2 و Z_3 یک نمونه تصادفی از یک توزیع متقارن باشند. تابع احتمال آماره رتبه‌ای نشانه‌ای ویلکاکسون را به دست آورید.

۲- در یک کلاس دو معلم استعداد 10 دانش‌آموز را طبق جدول زیر رتبه‌گذاری نموده‌اند. ضریب همبستگی کندال را به دست آورید.

دانش‌آموز	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
معلم اول	1	3	2	5	4	8	7	6	10	9
معلم دوم	2	1	3	4	5	7	8	6	9	10

۳- دو کتاب با موضوع حساب و سه کتاب با موضوع ادبیات پارسی را به تصادف در یک قفسه کتابخانه مرتب می‌کنیم. توزیع احتمال دوی نوع R_1 و دوی نوع R_2 و دوی نوع R را به دست آورید.

۴- جدول زیر تعداد غلط‌های تایپی یک تایپیست در 50 صفحه (به تفکیک هر صفحه) تایپ شده را نشان می‌دهد. فرض کنید متغیر Y تعداد غلط‌ها در هر صفحه باشد. با میزان 5 درصد بیازمایید که Y دارای توزیع پواسون است. مقدار جدول را $3/84$ در نظر بگیرید.

تعداد غلط‌های تایپی در صفحه	0	1	2	۳ و یا بیشتر
فراوانی صفحه‌ها	32	12	6	0

۵- در جدول زیر نمره‌های آزمون ورودی دانشجویان دوره دکتری سه دانشگاه A و B و C داده شده است. در سطح 5 درصد بیازمایید که میانگین نمرات دانشجویان هر سه دانشگاه یکسان هستند. مقدار جدول را $5/991$ در نظر بگیرید.

دانشگاه A	19	11.7	17.8	14.8	13.9			
دانشگاه B	18.2	14.8	13.1	12.6	15.2	12.8		
دانشگاه C	13.4	14.1	12.3	12.3	14.7	13.9	13.8	14.3

نمبر سوال	ياسخ صحیح
1	ج
2	ج
3	الف
4	د
5	الف
6	ب
7	الف
8	ب
9	ج
10	د
11	د
12	ب
13	ب
14	د
15	ب
16	الف
17	ج
18	ج
19	الف
20	د
21	د
22	ج
23	الف
24	ب
25	د

سوالات تشریحی

- | | |
|------------------------|------------------|
| ۱- صفحه 129 و 130 کتاب | <u>۱.۲۰ نمره</u> |
| ۲- صفحه 164 و 171 | <u>۱.۲۰ نمره</u> |
| ۳- صفحه 176 | <u>۱.۲۰ نمره</u> |
| ۴- صفحه 198 و 199 | <u>۱.۲۰ نمره</u> |
| ۵- صفحه 232 و 233 | <u>۱.۲۰ نمره</u> |

۱- اگر Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5 آماره‌های مرتب شده نمونه‌ی تصادفی X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 با تابع توزیع پیوسته $F(x)$ باشند. آنگاه مقدار $P(Y_3 \leq y)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $(F(y))^2$ ۲. $\sum_{k=3}^5 \binom{5}{k} (F(y))^k (1-F(y))^{5-k}$

۳. $(F(y))^3 (1-F(y))^2$ ۴. $(F(y))^2 (1-F(y))^3$

۲- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال پیوسته $F(x)$ باشد، آنگاه $F(X)$ دارای کدام توزیع احتمال است؟

۱. نرمال استاندارد ۲. بتا

۳. یکنواخت $(0,1)$ ۴. کی-دو با یک درجه آزادی

۳- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال پیوسته $F(x)$ باشد، آنگاه میانگین و واریانس $F(X)$ کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{2}$, $F(x)(1-F(x))$ ۲. $F(x)$, $F(x)(1-F(x))$

۳. $F(x)$, $\frac{1}{12}$ ۴. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$

۴- فرض کنید U_1, U_2, U_3 یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصله $(0,1)$ با آماره‌های مرتب شده نمونه متناظر V_1, V_2, V_3 باشند. کدام گزینه توزیع متغیر $V_3 - V_1$ است؟

۱. بتا ۲. یکنواخت گسسته ۳. گاما ۴. نرمال

۵- کدام گزینه مقدار انتگرال $I = \int_0^+ x^5 (1-x)^7 dx$ است؟

۱. $\frac{7!}{13!} \sum_{k=1}^7 \binom{13}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k$

۲. $\frac{13!}{7!13!} \sum_{k=1}^{13} \binom{13}{k} \left(\frac{4}{5}\right)^k$

۳. $\frac{5!7!}{13!} \sum_{k=6}^{13} \binom{13}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{13}$

۴. $\frac{5!7!}{13!} \sum_{k=6}^{13} \binom{13}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{13+k}$

۶- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی $f(x) = 2e^{-2x}$, $x > 0$ باشد، آنگاه میانه‌ی X برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0/150 ۲. 0/202 ۳. 0/346 ۴. 0/405

۷- فرض کنید $Y_1, Y_2, \dots, Y_{10}$ آماره‌های مرتب شده یک نمونه تصادفی 10 تایی از تابع توزیع $F(x)$ باشند. آنگاه مقدار

$P(Y_2 < m < Y_9)$ ؛ که در آن m میانه جامعه و $p = 0/5$ می‌باشد، برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0/6675 ۲. 0/8700 ۳. 0/9786 ۴. 0/0987

۸- فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی n تائی از توزیع پیوسته $F(x)$ باشد. اگر متغیر تصادفی B تعداد X_i ها بیشتر از a تعریف کنیم، آنگاه برای آزمودن فرض $H_0: Q_p = a$ ، متغیر تصادفی B دارای کدام توزیع است؟

۱. $B(n, 1-p)$ ۲. $B\left(n, \frac{3}{4}\right)$ ۳. $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ ۴. $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$

۹- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی به صورت $f(x) = 3x^2$ ، $0 < x < 1$ باشد، آنگاه مقدار چارک اول توزیع برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ ۳. $\frac{1}{3}$ ۴. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

۱۰- فرض کنید X_1, X_2, X_3, X_4 یک نمونه تصادفی از تابع چگالی $f(x)$ با پوشش‌های متناظر C_1, C_2, C_3, C_4 باشند. کوواریانس $C_1 + C_2$ و $C_3 + C_4$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{4}{(n+1)(n+2)}$ ۲. $\frac{-4}{(n+1)(n+2)}$ ۳. $\frac{-4}{(n+1)^2(n+2)}$ ۴. $-\frac{n+1}{n+2}$

۱۱- اگر $Y_1 = 5$ ، $Y_2 = 3$ ، $Y_3 = 7$ ، $X_1 = 2$ ، $X_2 = 1/5$ باشد، آنگاه مجموع رتبه‌های X_i در نمونه ادغام شده برابر کدام گزینه است؟

۱. ۱ ۲. ۳ ۳. ۳/۵ ۴. ۶

۱۲- فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه n تائی از تابع توزیع $F(x)$ باشند. اگر R_i و R_j به ترتیب رتبه‌های مشاهده i م و j م باشند. مقدار $COV(R_i, R_j)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{n(n+1)}{12}$ ۳. $\frac{n}{k}$ ۴. $-\frac{n+1}{12}$

۱۳- فرض کنید R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 رتبه‌های نمونه‌ای تصادفی به حجم ۵ از یک توزیع پیوسته باشند. در این صورت مقدار احتمال $P(R_1 = 5, R_2 = 4, R_3 = 3, R_4 = 2, R_5 = 1)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{120}$ ۲. $\frac{1}{25}$ ۳. $\frac{1}{10}$ ۴. $\frac{1}{5}$

۱۴- برای مقایسه‌ی میانگین‌های دو گروه، هرگاه توزیع گروه اول نرمال باشد، آنگاه

۱. آزمون جمعی - رتبه‌ای ویلکاکسون معادل آزمون تی است.

۲. آزمون تی توانمندتر از آزمون جمعی-رتبه‌ای ویلکاکسون است.

۳. آزمون جمعی - رتبه‌ای ویلکاکسون توانمندتر از آزمون تی است.

۴. آزمون نرمال توانمندتر از آزمون تی است.

۱۵- در یک نمونه 3 تایی از X ها و یک نمونه 4 تایی از Y ها، احتمال اینکه آماره‌ی W_S مقدار 7 را اختیار کند برابر با کدام گزینه است؟

۱. صفر ۲. 0/1 ۳. 0/2 ۴. 0/3

۱۶- فرض کنید متغیرهای تصادفی پیوسته X و Y به ترتیب دارای توزیع‌های $F(x)$ و $G(y)$ باشند. اگر

$G(y) = F(y - c)$ باشد، آنگاه برای آزمون فرض $H_0 : c = 0$ در مقابل $H_1 : c > 0$ از کدام گزینه می‌توان استفاده کرد؟

۱. آزمون من - ویتنی ۲. آزمون جمعی - رتبه‌ای ویلکاکسون

۳. آزمون نشانه ۴. 1 و 2

۱۷- فرض کنید W_R آماره مجموع رتبه‌های X_i ها برای یک نمونه n تایی و W_S آماره مجموع رتبه‌های Y_i ها برای یک نمونه m تایی در آزمون جمعی رتبه ویلکاکسون باشند. اگر W_{XY} آماره آزمون من - ویتنی باشد، آنگاه کدام گزینه برقرار نیست؟

$$W_{XY}(m, n) = W_S(m, n) + W_R(m, n) \quad ۲. \quad W_{XY}(m, n) \stackrel{d}{=} W_R(m, n) - \frac{m(m+1)}{2} \quad ۱.$$

$$W_S(n, m) = W_R(m, n) \quad ۴. \quad W_{XY}(m, n) = W_S(m, n) - \frac{n(n+1)}{2} \quad ۳.$$

۱۸- اگر ضریب همبستگی ساده نمونه‌ای بین نمرات دروس آمار و تربیت بدنی برای 6 دانشجو برابر با 0/9 باشد. آنگاه مقدار آماره آزمون برای فرض $H_0 : \rho = 0$ برابر کدام گزینه است؟

۱. 1 ۲. $\frac{1}{18}$ ۳. $\sqrt{19}$ ۴. $\frac{18}{\sqrt{19}}$

۱۹- فرض کنید تعداد ساعات مطالعه و نمرات درس آمار 10 دانشجو طوری باشد که $\sum_{i=1}^{10} d_i^2 = 3$ شود. در این صورت، ضریب

همبستگی رتبه‌ای بین تعداد ساعات مطالعه و نمرات برابر با کدام گزینه است؟

۱. 0/25 ۲. 0/98 ۳. 0/68 ۴. 0/78

۲۰- با شرط $x \neq y$ ، اگر (x, y) و (y, x) یک نمونه زوجی به اندازه‌ی 2 باشند. آنگاه مقدار ضریب همبستگی اسپیرمن برابر کدام گزینه است؟

۱. صفر ۲. -1 ۳. 0/5 ۴. 1

۲۱- فرض کنید زوج متغیر تصادفی (X, Y) دارای یک توزیع دوبعدی پیوسته با ضریب همبستگی کندانال τ باشند. در این صورت کدام گزینه برقرار نیست؟

۱. $-1 \leq \tau \leq +1$

۲. اگر X و Y مستقل باشند، آنگاه $\tau = 0$ است.

۳. اگر $\tau = -1$ باشد، آنگاه متغیرهای X و Y در دو جهت مخالف تغییر می‌کنند.

۴. اگر متغیرهای X و Y دارای توزیع نرمال باشند، آنگاه $\tau = +1$ است.

۲۲- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی $f(x) = \frac{1}{2}$ ، $-1 < x < 1$ باشد. تعریف کنید $Y = X^2$. در این صورت ضریب همبستگی X و Y برابر کدام گزینه است؟

۱. -1 ۲. 0/5 ۳. صفر ۴. 1

۲۳- تعداد جایگشت‌های علامت‌های X, X, X و Y, Y برابر با کدام گزینه است؟

۱. 5 ۲. 10 ۳. 15 ۴. 20

۲۴- اگر $D_n^+ = \sup |F_n(x) - F(x)|$ آماره آزمون کلموگروف-اسمیرنف باشد، آنگاه برای n های بزرگ، توزیع مجانبی $4nD_n^{+2}$ کدام گزینه است؟

۱. نرمال ۲. نرمال استاندارد

۳. کی _ دو با 1 درجه آزادی ۴. کی _ دو با 2 درجه آزادی

۲۵- برای مقایسه میانگین‌های چندین جامعه با فرض مستقل بودن توزیع جوامع و معلوم نبودن توزیع جوامع، از کدام آزمون استفاده می‌شود؟

۱. دقیق فیشر ۲. کروسکال _ والیس ۳. جایگشت ۴. کی _ دو

سوالات تشریحی

۱- برای یک نمونه تصادفی 25 تایی، j و k را طوری بیابید تا فاصله (Y_j, Y_k) حداقل 90 درصد کل احتمال را با 70 درصد اطمینان در بگیرد. با استفاده از تقریب نرمال، به طور مستقیم محاسبات را انجام دهید. $Z = 1/64$

۲- قد 10 جوان بیست ساله برحسب سانتیمتر به صورت زیر گزارش شده است.

172 184 170 168 150 164 171 172 177 151

فرض صفر را «میانه برای اندازه قد این جوانان برابر با 160 است» در نظر بگیرید. ناحیه بحرانی را تعیین نموده و با محاسبه p -مقدار در سطح 5 درصد آزمون را انجام دهید. ($Z = 1/96$)

۳- یک کارشناس آموزش مدعی است که شیوه آموزشی معنی لغت نوع B نسبت به شیوه آموزشی معنی لغت نوع A بهتر است. تحت تعلیم این دو شیوه، در پایان دوره آموزشی، یک امتحان متشکل از 100 لغت برای دو گروه از دانشجویان طراحی شد و نتایج امتحان به شرح جدول ذیل است.

روش	نمره						
نوع A	77	78	70	72	65	74	
نوع B	60	62	70	76	68	72	70

با استفاده از آزمون من-ویتنی ادعای کارشناس را با میزان 5 درصد آزمون کنید. مقدار احتمال جدول 0/357 است.

۴- در یک کارخانه دو مهندس، 10 کارگر را طبق جدول زیر رتبه گذاری کرده‌اند.

مهندس/کارگر	A	B	C	D	E	F	G	H	K	L
مهندس اول	1	3	2	5	4	8	7	6	10	9
مهندس دوم	2	1	3	4	5	7	8	6	9	10

الف) مقدار ضریب همبستگی کندال را برآورد کنید.

ب) مستقل بودن طرز رتبه‌گذاری دو مهندس را با میزان 5 درصد آزمون کنید. (عدد جدول 0/0026)

۵- نمرات 3 گروه از دانشجویان در آزمون مشترک درس آمار به صورت زیر گزارش شده است:

گروه اول	84	77	81	64	77	87	
گروه دوم	75	69	72	74	51	62	70
گروه سوم	59	66	79	62	57		

با استفاده از روش آزمون کروسکال-والیس با میزان $\alpha = 0/05$ آزمون کنید که آیا نمرات آمار سه گروه دارای میانگین یکسان بوده‌اند. (عدد جدول 5/991)

نمبر رد سواب	ياسخ صحيح
1	ب
2	ج
3	د
4	الف
5	ج
6	الف
7	ج
8	الف
9	ب
10	ج
11	ب
12	د
13	الف
14	ج
15	ج
16	د
17	ب
18	د
19	ب
20	ب
21	د
22	ج
23	ب
24	د
25	ب

۱- یک تاس ناریب را به تصادف مستقلا سه بار می اندازیم و شماره خالها را با X_1, X_2, X_3 نشان می دهیم. اگر $Y_3 = \max(X_1, X_2, X_3)$ آنگاه $P(Y_3 = 6)$ برابر است با:

۱. $\frac{91}{216}$ ۲. $\frac{61}{216}$ ۳. $\frac{19}{216}$ ۴. $\frac{37}{216}$

۲- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر Y_1 و Y_2 آماره های ترتیبی برای نمونه تصادفی X_1 و X_2 باشند، زمانی مستقلند که X دارای توزیع تباهیده باشد.
۲. آماره های مرتب، دارای توزیع یکسان نیستند.
۳. هم توزیع بودن X و Y ، مستلزم مساوی بودن X و Y می باشد.
۴. اگر برای متغیر X ، $U = G(X)$ دارای توزیع یکنواخت باشد، آنگاه X دارای توزیع پیوسته G است.

۳- متغیر تصادفی X ، اعداد $0, 1, 2, 3$ را به ترتیب با احتمالهای $\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}$ می پذیرد. در اینصورت با فرض اینکه $F(X)$ ،

تابع توزیع احتمال X باشد، آنگاه $P(F(X) \leq \frac{1}{3})$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. $\frac{3}{4}$ ۳. $\frac{1}{3}$ ۴. $\frac{1}{6}$

۴- متغیر تصادفی X ، دارای جدول توزیع احتمال زیر می باشد:

$X = x$	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

میانه X برابر است با:

۱. هر عددی که در فاصله $[\frac{7}{8}, 1]$ قرار بگیرد.
۲. هر عددی که در فاصله $[1, 2]$ قرار بگیرد.
۳. $\frac{1}{2}$
۴. هر عددی که در فاصله $[\frac{1}{2}, \frac{7}{8}]$ قرار بگیرد.

۵- کدام گزینه درست است؟

۱. سطح محصور میان عرضهای Y_j, Y_k و $1 \leq j < k \leq n$ و منحنی $f(x)$ و محور طولها به طور متوسط برابر است با $\frac{k-j}{n+1}$
۲. C_i ها با V_n هم توزیع می باشند.
۳. امید ریاضی هر قطعه (پوشش) برابر است با $\frac{1}{n}$
۴. هر سه مورد

۶- اگر سطح زیر منحنی $f(x)$ به وسیله عرضهای این نقاط به 3 قطعه تصادفی C_1, C_2, C_3 تقسیم شود، آنگاه $V(C_2)$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{3}$ ۲. $\frac{1}{4}$ ۳. $\frac{1}{16}$ ۴. $\frac{1}{18}$

۷- فرض کنید، R_i رتبه X_i در یک نمونه تصادفی به حجم 4 باشد، در اینصورت $Cov(R_i, R_j)$ برابر است با:

۱. $-\frac{5}{2}$ ۲. $-\frac{1}{12}$ ۳. $-\frac{5}{12}$ ۴. $-\frac{5}{4}$

۸- در آزمون جمعی رتبه ای -ویلکاکسون، برای آماره W_s ، با فرض $m=2$ و $n=2$ مقدار $P(W_s=5)$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{6}$ ۲. $\frac{1}{3}$ ۳. $\frac{1}{2}$ ۴. $\frac{1}{4}$

۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱. آماره W_s نسبت به $\frac{n(m+n+1)}{2}$ متقارن است.

۲. $W_{XY} = W_s - \frac{m(m+1)}{2}$ (آماره من ویتنی)

۳. مجموع آماره های W_s و W_R در آزمون جمعی رتبه ای -ویلکاکسون برابر $\frac{(m+n)(m+n+1)}{2}$ است.

۴. $W_{XY} = W_s - \frac{n(n+1)}{2}$

۱۰- فرض کنید Z_1, Z_2, Z_3 یک نمونه تصادفی از یک توزیع متقارن باشد. اگر W آماره رتبه ای -نشانه ای ویلکاکسون باشد، آنگاه $P(W=2)$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{8}$ ۲. $\frac{3}{8}$ ۳. $\frac{2}{8}$ ۴. صفر

۱۱- فرض کنید Z_1, Z_2, Z_3 یک نمونه تصادفی از یک توزیع متقارن باشد. اگر W آماره رتبه ای -نشانه ای ویلکاکسون باشد، $E(W)$ و $V(W)$ به ترتیب برابر است با:

۱. صفر، 7 ۲. $7, \frac{2}{8}$ ۳. $14, \frac{2}{8}$ ۴. صفر، 14

۱۲- هرگاه متغیر تصادفی X در طول (a, b) دارای توزیع پیوسته $F(x)$ باشد، آنگاه متغیر تصادفی $U = F(x)$ چه توزیعی دارد؟

۱. $U(0,1)$

۲. نرمال با میانگین صفر و واریانس 1

۳. $\chi^2(1)$

۴. $t(1)$

۱۳- در یک نمونه 103 تایی از نوزادان، همبستگی بین وزن و قد، عدد 0/5 بدست آمد. مقدار آماره آزمون، برای فرضیه

$$\begin{cases} H_0: \rho = 0/6 \\ H_1: \rho \neq 0/6 \end{cases} \text{ برابر است با:}$$

۱. 0/55

۲. -1/4

۳. 0/01

۴. 0/69

۱۴- واریانس آماره R_S (ضریب همبستگی رتبه ای) با فرض مستقل بودن X و Y برابر است با:

۱. صفر

۲. $\frac{12}{n(n^2-1)}$

۳. $\frac{1}{n+1}$

۴. $\frac{1}{n-1}$

۱۵- اگر $aX + bY + c = 0$ ، $ab \neq 0$ ، آنگاه $\rho(X, Y)$ برابر است با:

۱. 1

۲. -1

۳. 1 و 2

۴. صفر

۱۶- دو پسر (مثلاً دو x) و سه دختر (مثلاً سه y) به تصادف در یک صف می ایستند. اگر R_1 تعداد دوهای از نوع x باشد، در اینصورت، $P(R_1 = 2)$ برابر است با:

۱. $\frac{4}{10}$

۲. $\frac{6}{10}$

۳. $\frac{3}{10}$

۴. $\frac{1}{10}$

۱۷- دو پسر (مثلاً دو x) و سه دختر (مثلاً سه y) به تصادف در یک صف می ایستند. اگر R_1 تعداد دوهای از نوع x باشد، با فرض اینکه R_2 (تعداد دوهای از نوع y) باشد و $R = R_1 + R_2$ آنگاه $P(R = 2)$ برابر است با:

۱. $\frac{2}{10}$

۲. $\frac{3}{10}$

۳. $\frac{4}{10}$

۴. $\frac{1}{10}$

۱۸- دو پسر (مثلاً دو x) و سه دختر (مثلاً سه y) به تصادف در یک صف می ایستند. اگر R_1 تعداد دوهای از نوع x باشد، $E(R_2)$ برابر است با:

۱. $\frac{9}{5}$

۲. $\frac{8}{5}$

۳. $\frac{2}{5}$

۴. $\frac{3}{5}$

۱۹- سکه ای را 100 بار به تصادف پرتاب کرده و 63 بار شیر و 37 بار خط ظاهر شد، مقدار آماره آزمون، برای آزمون اینکه، آیا سکه ناعاریب است یا خیر، برابر است با:

۱. 23/75

۲. 10

۳. 8/87

۴. 6/76

۲۰- برای نمونه 4تایی و 5تایی، $4/5$ ، 4 ، $2/5$ ، 2 ، مقدار تابع توزیع تجربی به ازای $x = 2$ برابر است با:

۴. $\frac{1}{4}$

۳. $\frac{1}{5}$

۲. $\frac{1}{2}$

۱. $\frac{3}{4}$

۲۱- توزیع مجانبی آماره کولموگروف-اسمیرنوف کدام است؟

۴. نمایی

۳. کی دو

۲. گاما

۱. نرمال

۲۲- کدام گزینه درست است؟

۱. در آزمون جمعی رتبه ای ویلکاکسون برای $m = n = 1$ داریم، $p_{1,1}(2) = \frac{1}{3}$

۲. اگر X پیوسته و متقارن باشد، آنگاه $F(x) - F(-x) = 1$

۳. آزمون من ویتنی و کروسکال والیس برای دو نمونه مستقل، معادلند.

۴. در آزمون کروسکال والیس نمونه ها باید کمتر از 5 باشند.

۲۳- در جدول فراوانی زیر، مقدار آماره آزمون برای بررسی مستقل بودن مصرف سیگار و عصبی بودن کدام است؟

	سیگاری	غیر سیگاری
عصبی	21	36
غیر عصبی	48	25

۴. $3/841$

۳. $4/81$

۲. $2/49$

۱. $10/89$

۲۴- در یک امتحان شفاهی، دو معلم a و b و هشت دانشجوی A, B, C, D, E, F, G, H را طبق جدول زیر رتبه گذاری می کنند. ضریب همبستگی کندال کدام است؟

دانشجو معلم	A	B	C	D	E	F	G	H
a	2	1	3	5	4	8	7	6
b	1	2	4	5	7	6	8	3

۴. $0/99$

۳. $0/38$

۲. $0/5$

۱. $\frac{7}{9}$

۱. در آزمون دقیق فیشر، برآورد یاب ρ برابر $\frac{X+Y}{n_1+n_2}$ است.

۲. در آزمون برازندگی یک توزیع، از آزمون کای دو استفاده میشود.

۳. در آزمون مستقل بودن دو صفت، از آزمون کای دو استفاده میشود.

۴. در آزمون هم‌توزیعی از آزمون کای دو استفاده نمیشود.

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- نمونه تصادفی زیر از توزیع $U(0,1)$ می باشد:

$$u_1 = 0/5213, u_2 = 0/3012, u_3 = 0/4001$$

الف: به کمک نمونه بالا، به طور کامل توضیح دهید، چگونه می توان یک نمونه تصادفی سه تایی از چگالی زیر تولید کرد.

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}; 0 < x \leq 1$$

ب: مطلوبست $E(Y_1)$ که در آن Y_1 ، اولین آماره مرتب است.

۱.۲۰ نمره

۲- فرض کنید، Q_1 چارک پایینی چگالی زیر و Y_k برآورد آن باشد:

$$f(x) = e^{-x}; x > 0$$

الف: توزیع جانبی Y_k را بدست آورید.

ب: سکه نااریبی را سه بار پرتاب می کنیم. فرض کنید X تعداد شیرهای ظاهر شده باشد. دهک سوم X را بیابید.

۱.۲۰ نمره

۳- در آزمون جمعی رتبه ای ویلکا کسون، اگر m (تعداد x ها) برابر 3 و n (تعداد y ها) برابر یک باشد، به کمک

$$P(W_s = 2) = \frac{1}{4} \quad (0.6 \text{ نمره})$$

ب: $V(W_s), E(W_s)$ را بیابید.

۱.۲۰ نمره

۴- چهار نفر دانش آموز اول ابتدایی را با روش کهنه و سه نفر را با روش نو عدد نویسی می آموزیم. سپس در یک تست استاندارد، نمره های زیر را بدست می آوریم:

45 ، 61 ، 72 ، 59 : روش کهنه

70 ، 73 ، 75 : روش نو

فرض کنید، H_0 بی تفاوت بودن دو روش و H_1 برتر بودن روش نو باشد. آیا فرضیه H_0 را در سطح معنی داری 0/1 رد می کنید؟

۵- با توضیحات کامل، در سطح معنی داری ده درصد نشان دهید، آیا عددهای زیر یافته های یک نمونه تصادفی از چگالی زیر می باشد:

$$f(x) = 6x(1-x) ; 0 < x < 1$$

0/62 ، 0/53 ، 0/47 ، 0/35 ، 0/24 ، 0/48 ، 0/42 ، 0/35 ، 0/56 ، 0/46
0/39 ، 0/31 ،

عدد جدول: $D_{12}(0/1) = 0/352$

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	الف
2	ج
3	ج
4	ب
5	الف
6	د
7	ج
8	ب
9	ب
10	الف
11	د
12	ج
13	ب
14	د
15	ج
16	ب
17	الف
18	الف
19	د
20	ج
21	ج
22	ج
23	الف
24	ب
25	د

۱- یک تاس نااریب را به تصادف مستقلاً سه بار می‌اندازیم و شماره خال‌ها را با x_1, x_2, x_3 نشان می‌دهیم. توزیع

$Y_1 = \min(x_1, x_2, x_3)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $(1 - F_X(y))^3$ ۲. $(F_X(y))^3$ ۳. $1 - (F_X(y))^3$ ۴. $1 - (1 - F_X(y))^3$

۲- فرض کنید متغیر تصادفی X در فاصله $(0, 1)$ دارای تابع چگالی $f(x) = 3x^2$ است. چارک اول برابر کدام گزینه است؟

۱. $0/3$ ۲. $0/63$ ۳. $0/79$ ۴. $0/21$

۳- فرض کنید X_1, X_2 یک نمونه تصادفی دو تایی از توزیع $N(0, 1)$ و Y_1, Y_2 آماره‌های ترتیبی باشند. در این صورت امید ریاضی Y_1 برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ ۲. $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ۳. $\frac{-1}{\sqrt{\pi}}$ ۴. $\frac{-2}{\sqrt{\pi}}$

۴- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال F باشد. در این صورت $P(F(X) \leq \frac{1}{3})$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{3}$ ۲. $\frac{2}{3}$ ۳. 1 ۴. $\frac{2}{5}$

۵- یک نمونه تصادفی 10 تایی از توزیع پیوسته و صعودی $F(x)$ را در نظر می‌گیریم. احتمال اینکه میانه بین Y_2 و Y_9 قرار بگیرد، برابر با کدام گزینه است؟

۱. $0/8569$ ۲. $0/9786$ ۳. $0/5$ ۴. $0/75$

۶- اگر سطح زیر منحنی $f(x)$ به وسیله عرض‌های نقاط به 6 قطعه تصادفی (پوشش) تقسیم شود، آنگاه $Cov(C_2, C_3)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{5}{252}$ ۲. $\frac{1}{6}$ ۳. $\frac{1}{252}$ ۴. $\frac{-1}{252}$

۷- نمونه تصادفی X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 را با آماره‌های ترتیبی Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5 از یک توزیع پیوسته $F(x)$ در نظر می‌گیریم. احتمال اینکه فاصله (Y_1, Y_5) دست کم 75 درصد از کل احتمال را در برگیرد، برابر با کدام گزینه است؟

۱. $0/3672$ ۲. $0/98$ ۳. $0/623$ ۴. $0/1237$

۸- فرض کنید، R_i ، رتبه X_i در یک نمونه تصادفی 4 تایی از توزیع پیوسته $F(x)$ باشد. کدام گزینه نادرست است؟

$$V(R_i) = \frac{5}{3} \quad 1. \quad f_{R_i}(k) = \frac{1}{4} \quad 2.$$

$$E(R_i) = \frac{5}{2} \quad 3. \quad Cov(R_i, R_j) = \frac{-5}{12} \quad 4.$$

۹- فرض کنید، یک نمونه 3 تایی از توزیع X و یک نمونه 2 تایی از توزیع Y در اختیار باشد. اگر W_S آماره ویلکاکسون باشد، آنگاه $V(W_S)$ برابر با کدام گزینه است؟

1. 9 2. 3 3. 6 4. 1

۱۰- کدام گزینه در مورد آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون نادرست است؟

$$W_S - \frac{n(n+1)}{2} = W_R - \frac{m(m+1)}{2} \quad 1.$$

2. آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون معادل آزمون من-ویتنی است.

$$E(W_S) = \frac{n(m+n+1)}{2} \quad 3.$$

$$P_{1,1}(2) = \frac{1}{3} \quad 4. \text{ در این آزمون برای } m=n=1 \text{ داریم}$$

۱۱- برای داده‌های جدول زیر، مقدار آماره‌ی آزمون من-ویتنی (W_{XY}) برابر با کدام گزینه است؟

سیگار نوع Λ	9	13	11	14
	12			

1. 7 2. 1 3. 0/357 4. 0/05

۱۲- فرض کنید، یک نمونه 3 تایی از توزیع X و یک نمونه 2 تایی از توزیع Y در اختیار باشد. اگر W_S آماره ویلکاکسون باشد، آنگاه مقدار $P(W_S \leq 7)$ به وسیله تقریب از روی توزیع نرمال برابر با کدام گزینه است؟

1. 0/05 2. 0/357 3. 0/0367 4. 0/9633

۱۳- اگر W ، آماره رتبه‌ای -نشانه‌ای ویلکاکسون باشد، آنگاه

۱. W_p (مجموع رتبه‌هایی که نشانه + دارند) برابر است با $\frac{n(n+1)}{2} - \frac{W}{4}$

۲. $E(W) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۳. W_p نسبت به $\frac{n(n+1)}{4}$ متقارن است.

۴. $V(W) = 0$

۱۴- کدام گزینه درست است؟

۱. اگر X و Y پیوسته و مستقل باشند آنگاه $P(X=Y)=0$

۲. در آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون که S_i رتبه X_i ها هستند داریم $V(S_i) = \frac{(N-1)(N+1)}{12}$

۳. در آزمون من-ویتنی داریم $W_{YX} = W_S - \frac{m(m+1)}{2}$

۴. در آزمون من-ویتنی داریم $W_{XY} = W_R - \frac{m(m+1)}{2}$

۱۵- بر اساس یک نمونه ده تایی از زوج (X, Y) که دارای توزیع توأم نرمال دو متغیره هستند، ضریب همبستگی در نمونه 0/1 حاصل شده است، مقدار آماره‌ی آزمون $H_0: \rho = 0$ کدام گزینه است؟ ρ ضریب همبستگی جامعه (X, Y)

۱. 0/248 ۲. 0/284 ۳. 0/428 ۴. 0/482

۱۶- برای نمونه تصادفی $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3)$ از دو تایی مستقل و پیوسته (X, Y) تابع احتمال ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن کدام گزینه است؟

۲.

r_s	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1
احتمال	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

۱.

r_s	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1
احتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

۴.

r_s	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
احتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

۳.

r_s	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
احتمال	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

۱۷- در یک امتحان شفاهی دو معلم a و b هشت دانشجوی Λ و B و ... و H را طبق جدول زیر رتبه‌گذاری می‌کنند. ضریب همبستگی کندال برابر کدام گزینه است؟

دانشجو معلم	A	B	C	D	E	F	G	H
a	2	1	3	5	4	8	7	6
b	1	2	4	5	7	6	8	3

۱. $0/5$ ۲. $0/6834$ ۳. $0/0268$ ۴. $0/5$

۱۸- با ۵ چیز از نوع x و ۷ چیز از نوع y جایگشت $yyxyxyxyxyxy$ را داریم. در اینصورت، تعداد دوهای نوع x (R_1) و تعداد دوهای نوع y (R_2) به ترتیب برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۳ و ۷ ۲. ۴ و ۳ ۳. ۳ و ۴ ۴. ۳ و ۵

۱۹- دو پسر (مثلاً دو تا x) و سه دختر (مثلاً سه تا y) به تصادف در یک صف می‌ایستند. در این صورت $P(R_2 = 3)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{10}$ ۲. $\frac{6}{10}$ ۳. $\frac{3}{10}$ ۴. $\frac{4}{10}$

۲۰- دو پسر (مثلاً دو تا x) و سه دختر (مثلاً سه تا y) به تصادف در یک صف می‌ایستند. مقدار $P(R_1 = 1, R_2 = 2)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{10}$ ۲. $\frac{2}{10}$ ۳. $\frac{4}{10}$ ۴. صفر

۲۱- اگر o_i و e_i به ترتیب فراوانی مشاهده شده و مورد انتظار باشد، مقدار $\sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$ با کدام گزینه برابر است؟

۱. $\sum e_i o_i$ ۲. $\sum \frac{o_i^2}{e_i} - n$ ۳. $\sum (\frac{o_i - e_i}{e_i})^2$ ۴. $\sum \frac{o_i^2}{e_i}$

۲۲- اگر مقادیر مشاهده شده را با o_i و مقادیر مورد انتظار را با e_i نشان دهیم و $e_1 = 20, e_2 = 20, e_3 = 20, e_4 = 20$ و

$$o_1 = 14, o_2 = 18, o_3 = 32, o_4 = 20$$

آنگاه مقدار آماره پیرسون (خی دو پیرسون) برابر با کدام گزینه است؟

۱. $7/78$ ۲. $9/2$ ۳. $23/75$ ۴. 10

۲۳- برای یک نمونه تصادفی 5 تایی، 2، 4/5، 2/5، 5، 4 از $F(x)$ ، مقدار تابع توزیع تجربی $F_n(4/5)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{4}{5}$ ۲. $\frac{3}{5}$ ۳. $\frac{1}{5}$ ۴. $\frac{2}{5}$

۲۴- در آزمون دقیق فیشر تحت فرض $H_0: p_1 = p_2 = p$ برآوردیاب p کدام گزینه است؟

۱. $\frac{X-Y}{n_1+n_2}$ ۲. $\frac{X-Y-1}{(n_1+n_2)^2}$ ۳. $\frac{X+Y}{n_1+n_2}$ ۴. $\frac{X-Y}{n_1+n_2-1}$

۲۵- در کدام گزینه از آزمون χ^2 استفاده نمی‌شود؟

۱. هم‌توزیعی ۲. مستقل بودن دو صفت ۳. برازندگی یک توزیع ۴. آزمون میانگین

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید X_1, X_2 یک نمونه دوتایی از توزیع $N(0, 1)$ و Y_1, Y_2 آماره‌های ترتیبی باشند. مطلوب است:

الف- تابع چگالی توأم (Y_1, Y_2) .

ب- محاسبه مقدار $Cov(Y_1, Y_2)$.

۲- نمونه تصادفی پنج تایی زیر از توزیع $U(0, 1)$ می‌باشند:

$$u_1 = 0/419, u_2 = 0/152, u_3 = 0/233, u_4 = 0/047, u_5 = 0/884$$

الف- به کمک نمونه تصادفی فوق، یافته‌های یک نمونه تصادفی پنج تایی از چگالی زیر را شبیه‌سازی کنید.

$$f(x) = 2e^{-2x}, x > 0$$

ب- فرض کنید $X \stackrel{d}{=} Y$ ، نشان دهید که $2X^2 - X \stackrel{d}{=} 2Y^2 - Y$

۳- برای یک نمونه تصادفی 25 تایی k و j را طوری تعیین کنید تا (Y_j, Y_k) ، دست کم 90 درصد کل احتمال را با 70 درصد اطمینان در برگیرد. مستقیماً و به کمک تقریب نرمال محاسبات را انجام دهید.

۴- یک کارخانه لبنیات مدعی است که پنیر نوع A کمتر از پنیر نوع B نمک دارد. ده بسته از پنیر نوع A و نه بسته از پنیر نوع B محتوی مقادیر زیر نمک بر حسب گرم می‌باشند:

پنیر نوع A: 4/3 5/8 7/5 6/2 3/8 6/4 5/3 3/1 4/9 5/9

پنیر نوع B: 7/1 4/6 8/5 6/3 5/6 9 7/9 6/8 5/5

فرض $H_0: c = 0$ را در برابر $H_1: c > 0$ با $\alpha = 0/1$ بیازمایید.

۵- نه نفر شامل پنج پسر و چهار دختر هفت ساله را که در شرایطی تقریباً مساوی بزرگ شده‌اند وزن می‌کنیم و نتایج زیر را به دست می‌آوریم (بر حسب کیلوگرم)

وزن دخترها : 27 ، 33 ، 30 ، 29

وزن پسرها : 31 ، 28 ، 40 ، 32 ، 36

آیا وزن پسرها و دخترهای هفت ساله، هم توزیع می‌باشند؟ ($\alpha = 0/1$).

نمبر رد سوال	ياسخ صحيح
1	د
2	ب
3	ج
4	الف
5	ب
6	د
7	الف
8	الف
9	ب
10	د
11	ب
12	ج
13	ج
14	الف
15	ب
16	د
17	الف
18	ج
19	الف
20	ب
21	ب
22	ب
23	الف
24	ج
25	د

- ۱- یک تاس نااریب را به تصادف، مستقلا سه بار می‌اندازیم و شماره خال‌ها را با X_1, X_2, X_3 نشان می‌دهیم. اگر $Y_3 = \max(X_1, X_2, X_3)$ در این صورت $P(Y_3 = 1)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{61}{216}$	۲. $\frac{91}{216}$	۳. $\frac{1}{216}$	۴. $\frac{19}{216}$
---------------------	---------------------	--------------------	---------------------

- ۲- فرض کنید، Y_1, Y_2 آماره‌های ترتیبی برای نمونه تصادفی X_1, X_2 باشند. کدام گزینه درباره‌ی این آماره‌ها درست است؟

۱. زمانی مستقلند که کوواریانس آنها صفر شود.

۲. زمانی مستقلند که متغیر تصادفی X ، دارای توزیع تباهیده باشد.

۳. همواره مستقلند.

۴. هیچگاه مستقل نخواهند شد.

- ۳- فرض کنید، Z, Y, X سه متغیر تصادفی و $g(\cdot)$ یک تابع دلخواه باشد. آنگاه:

۱. اگر $X \stackrel{d}{=} Y$ آنگاه $Y \stackrel{d}{=} Z$

۲. اگر $X \stackrel{d}{=} Y$ آنگاه $g(X) \stackrel{d}{=} g(Z)$

۳. اگر $Y \stackrel{d}{=} Z$ آنگاه $g(Y) \stackrel{d}{=} g(Z)$

۴. اگر $X \stackrel{d}{=} Z$ آنگاه $X \stackrel{d}{=} Y$

- ۴- فرض کنید، X_1, X_2, X_3, X_4 یک نمونه تصادفی از توزیع پیوسته و صعودی F با آماره‌های ترتیبی Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 باشد.

اگر $W = F(Y_3) - F(Y_1)$ ، آنگاه $V(W)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{25}$	۲. $\frac{3}{5}$	۳. $\frac{1}{30}$	۴. $\frac{3}{25}$
-------------------	------------------	-------------------	-------------------

- ۵- برای تابع چگالی $0 < x < 1$ ؛ $f(x) = 2x$ ، صدک بیست و پنجم، برابر کدام گزینه است؟

۱. 0.63	۲. 0.75	۳. 0.25	۴. 0.5
-----------	-----------	-----------	----------

- ۶- برای یافته‌های یک نمونه تصادفی، دوازده تایی، اگر بخواهیم، فاصله (Y_2, Y_3) به عنوان یک فاصله اطمینان برای میانه باشد، با فرض اینکه نمونه تصادفی از توزیع نرمال باشد، ضریب اطمینان، برابر کدام گزینه است؟

۱. 0.2256	۲. 0.04	۳. 0.9786	۴. 0.9
-------------	-----------	-------------	----------

۷- فرض کنید، $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع پیوسته و اکیداً صعودی $F(x)$ باشد. در این صورت با فرض $n = 5$ ، واریانس C_r (دومین پوشش) برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{4}{405}$ ۲. $\frac{5}{252}$ ۳. $\frac{1}{9}$ ۴. $\frac{1}{3}$

۸- کدام گزینه در مورد پوشش‌ها نادرست است؟

۱. پوشش‌های $C_1, \dots, C_n$ دارای چگالی توام برابر $n!$ است.
 ۲. برای هر k پوشش دلخواه داریم، $(C_{i_1}, \dots, C_{i_k}) \stackrel{d}{=} (C_1, \dots, C_k)$
 ۳. ضریب همبستگی بین C_j, C_i برابر $-\frac{1}{n}$ است.
 ۴. اگر $D_i = \frac{C_i}{C_1 + \dots + C_k}$ برای $i = 1, \dots, k$ ، آنگاه D_i ها هم‌توزیع نیستند.

۹- اگر $R = (R_1, \dots, R_n)$ بردار رتبه‌ها باشد، چگالی توام بردار رتبه‌ها برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{1}{n(n-1)}$ ۳. $\frac{1}{n!}$ ۴. $\frac{n+1}{12}$

۱۰- اگر R_i, R_j به ترتیب رتبه‌های X_i, X_j در نمونه تصادفی $X_1, \dots, X_n$ باشند، آنگاه $COV(R_i, R_j)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $-\frac{n+1}{12}$ ۲. $\frac{n+1}{12}$ ۳. $-\frac{n}{12}$ ۴. $\frac{n}{12}$

۱۱- اگر فرض کنیم، $Y \stackrel{d}{=} X + c$ ، برای آزمون فرضیه $H_0: c = 0$ در مقابل $H_1: c > 0$ کدام آزمون مناسب است؟ (C) پارامتر تغییر مبدا)

۱. آزمون کولموگورف-اسمیرنوف ۲. آزمون کای دو
 ۳. آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون ۴. آزمون جایگشت

۱۲- فرض کنید، یک نمونه ۳ تایی از توزیع X و یک نمونه ۲ تایی از توزیع Y در اختیار باشد. اگر W_S آماره ویلکاکسون باشد، $V(W_S)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. ۶ ۲. ۳ ۳. ۹ ۴. ۱

۱۳- اگر X ، یک متغیر تصادفی پیوسته و متقارن با توزیع $F(x)$ باشد کدام گزینه صحیح است؟

$$1. F(x) - F(-x) = 1 \quad 2. F(x) + F(-x) = 1 \quad 3. F(x) = F(-x) \quad 4. F(x) + F(-x) = \frac{1}{2}$$

۱۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱. آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون و آزمون من ویتنی معادلند.

۲. در آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون، $m = n = 1$ داریم: $P_{1,1}(2) = \frac{1}{3}$

۳. برای یک نمونه تصادفی سه تایی، $P(X_1 < X_2 < X_3) = \frac{1}{6}$

۴. در آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون، $m = n = 1$ داریم: $E(W_S) = \frac{3}{2}$

۱۵- فرض کنید، $X_1, \dots, X_m$ و $Y_1, \dots, Y_n$ از دو جامعه به ترتیب با توزیع‌های پیوسته $F(x)$ و $G(y)$ باشند. اگر W_{YX} آماره من ویتنی برای مقایسه دو جامعه باشد، کدام گزینه زیر مفهوم آن را بیان می‌کند؟

۱. شماره (X_i, Y_i) با فرض $X_i > Y_i$

۲. شماره (X_i, Y_i) با فرض $X_i < Y_i$

۳. شماره (X_i, Y_i) با فرض $X_i \geq Y_i$

۴. شماره (X_i, Y_i) با فرض $X_i \leq Y_i$

۱۶- اگر W ، آماره رتبه‌ای-نشانه‌ای ویلکاکسون باشد، آنگاه:

۱. W_p (مجموع رتبه‌هایی که نشان + دارند) برابر است با: $\frac{n(n+1)}{4} - \frac{W}{2}$

۲. $E(W) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۳. W_p نسبت به $\frac{n(n+1)}{4}$ متقارن است.

۴. $V(W) = 0$

۱۷- فرض کنید، اندازه وزن و قامت نوزادان دارای توزیع نرمال دومتغیره باشد. برای یک نمونه ده تایی، ضریب همبستگی $\rho = 0$ می‌باشد، برای آزمون $H_0: \rho = 0$ ، آماره آزمون برابر کدام گزینه است؟

$$1. 3/306 \quad 2. -1/4 \quad 3. 0/01 \quad 4. 0/284$$

۱۸- اگر T برآوردگر ضریب همبستگی کندال باشد، واریانس آن کدام است؟

۱. $\frac{n(n+1)}{9n(n+2)}$

۲. $\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}$

۳. $\frac{9n(n-1)}{2n+5}$

۴. $\frac{2(2n+5)}{9n-1}$

۱۹- با توجه به جدول زیر، برآورد ضریب همبستگی کندال برابر کدام گزینه است؟

	A	B	C	D	E	F	G	H	دانشجو معلم
رتبه X_i	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	a
رتبه Y_i	۶	۸	۳	۵	۷	۴	۱	۲	b
تعداد A_{ij} های مثبت	۵	۶	۲	۳	۳	۲			

۱. $\frac{1}{2}$

۲. صفر

۳. یک

۴. $0/714$

۲۰- اگر دو پسر و دو دختر به تصادف در یک صف بایستند و R_1 دو نوع اول (مربوط به پسرها) و R_2 دو نوع دوم (مربوط به دخترها) باشند. $P(R_1 = 2, R_2 = 1)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. صفر

۲. $\frac{4}{10}$

۳. $\frac{2}{10}$

۴. $\frac{1}{10}$

۲۱- اگر R_1 تعداد دوهای نوع x و R_2 تعداد دوهای نوع y باشند و $R = R_1 + R_2$ ، واریانس R کدام گزینه است؟

۱. $\sigma_R^2 = \frac{(\mu_R - 1)(\mu_R - 2)}{n_1 + n_2 - 2}$

۲. $\sigma_R^2 = \frac{(\mu_R - 1)(\mu_R - 2)}{n_1 + n_2 - 1}$

۳. $\sigma_R^2 = \frac{(\mu_R - 1)(\mu_R + 2)}{n_1 + n_2 - 2}$

۴. $\sigma_R^2 = \frac{(\mu_R - 1)(\mu_R + 2)}{n_1 + n_2 - 1}$

۲۲- تاسی را ۱۲۰ بار مستقلاً پرتاب می‌کنیم. تعداد دفعاتی که خال‌های یک تا شش را مشاهده می‌کنیم به ترتیب عبارتند از: ۲۰، ۳۰، ۱۰، ۱۰، ۳۰، ۲۰. مقدار آماره آزمون، فرضیه اینکه، آیا تاس ناریب می‌باشد، برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۱۰

۲. ۲۵

۳. ۲۰

۴. ۳۰

۲۳- توزیع مجانبی آماره کولموگروف-اسمیرنوف $D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$ کدام است؟

۱. کی دو

۲. نرمال

۳. گاما

۴. نمایی

۲۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر $(X_1, X_2) \stackrel{d}{=} (Y_1, Y_2)$ آنگاه $\sqrt{X_1 X_2} \stackrel{d}{=} \sqrt{Y_1 Y_2}$

۲. در آزمون کراسکال والیس، می‌تواند، نمونه‌ها مستقل نباشند.

۳. در آزمون کراسکال والیس ضرورتی ندارد که واریانس نمونه‌ها برابر باشند.

۴. برای دو نمونه مستقل، آزمون من ویتنی و کراسکال والیس معادلند.

۲۵- برای یک نمونه تصادفی ۵ تایی، $2, 4/5, 4, 2/5, 5$ از $F(x)$ ، مقدار تابع توزیع تجربی $F_n(4)$ برابر کدام گزینه است؟

۳
۵

۱
۳

۲
۵

۴
۵

سوالات تشریحی

۱/۴۰ نمره

۱- اگر $X_1, \dots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت در فاصله $(0, 1)$ و با آماره‌های ترتیبی $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ باشند.

الف- توزیع برد نمونه‌ای $R = Y_n - Y_1$ را بیابید.

ب- $E(R)$ را به دست آورید.

۱/۴۰ نمره

۲- متغیر تصادفی X دارای جدول توزیع احتمال زیر است. اگر

$$u_1 = 0/475, u_2 = 0/318, u_3 = 0/065, u_4 = 0/888$$

یک نمونه ۴ تایی از X تولید کنید.

$X = x$	۰	۱	۲
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

۱/۴۰ نمره

۳- در آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون، اگر m (تعداد X ها) برابر ۳ و n (تعداد Y ها) برابر ۴ باشد و W_S مجموع

رتبه‌های Y ها باشد. به کمک فرمول بازگشتی نشان دهید:

$$P(W_S = 15) = \frac{4}{35}$$

۴- یک کارخانه لبنیات مدعی است که پنیر نوع A کمتر از پنیر نوع B نمک دارد. مقدار نمک برای دو نوع پنیر به صورت زیر است:

A	۴/۲	۵/۸	۷/۵	۶/۲	۳/۸	۶/۴	۵/۳	۳/۱	۴/۹	۵/۹
B	۷/۱	۴/۶	۸/۵	۶/۳	۵/۶	۹	۷/۹	۶/۸	۵/۵	

فرض $H_0: c = 0$ را در مقابل $H_1: c > 0$ در سطح $\alpha = 0.09$ آزمون کنید.

۵- نمره‌های آزمون ورودی دانشجویان دوره دکتری سه دانشگاه A و B و C داده شده است. با $\alpha = 0.05$ بیازمایید که نمره‌های دانشجویان سه دانشگاه به طور متوسط یکسان هستند؟ از چه آزمونی استفاده می‌کنید. عدد جدول: ۵/۹۹۱

A	۱۹	۷/۱۱	۸/۱۷	۸/۱۴	۹/۱۳			
B	۲/۱۸	۸/۱۴	۱/۱۳	۶/۱۲	۲/۱۵	۸/۱۲		
C	۴/۱۳	۱/۱۴	۳/۱۲	۳/۱۲	۷/۱۴	۹/۱۳	۸/۱۳	۳/۱۴

نمبر رد سوال	ياسخ صحيح
1	ج
2	ب
3	ج
4	الف
5	د
6	الف
7	ب
8	د
9	ج
10	الف
11	ج
12	ب
13	ب
14	ب
15	الف
16	ج
17	د
18	ب
19	الف
20	د
21	ب
22	ج
23	الف
24	ب
25	د

۱- سه عدد باتری را که طول عمر هر یک دارای چگالی $x > 0$; $f(x) = \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}$ می باشند و به طور کار می کنند ، در دستگاہی به صورت موازی نصب شده اند. تابع چگالی طول عمر برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{3}{5}e^{-\frac{3y}{5}}$ ۲. $\frac{3}{5}(1-e^{-\frac{y}{5}})^2$ ۳. $\frac{3}{5}e^{-\frac{y}{5}}(1-e^{-\frac{y}{5}})^2$ ۴. $\frac{3}{5}e^{-\frac{y}{5}}(1-e^{-\frac{y}{5}})$

۲- فرض کنید که X دارای جدول توزیع احتمال زیر باشد و بخواهیم یک نمونه تصادفی از آن تولید کنیم.

$X=x$	x_1	x_2	x_3
$P(X=x)$	p_1	p_2	p_3

که در آن $\sum_{i=1}^3 p_i = 1$ و $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. عدد تصادفی u را در فاصله $(0, 1)$ به تصادف بر می گزینیم. اگر $p_1 < u \leq p_1 + p_2$ ، آنگاه کدام عدد تولید می شود؟

۱. x_2 ۲. x_1 ۳. x_3 ۴. x_4

۳- اگر چارک اول یک نمونه تصادفی سه تایی در بازه (Y_2, Y_3) باشد، آنگاه ضریب اطمینان چقدر است؟

۱. $\frac{3}{8}$ ۲. $\frac{3}{64}$ ۳. $\frac{8}{9}$ ۴. $\frac{9}{64}$

۴- دهک پنجم برای تابع چگالی $0 < x < 1$, $f(x) = 3x^2$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $0/63$ ۲. $0/36$ ۳. $0/79$ ۴. $0/35$

۵- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع پیوسته و اکیداً صعودی $F(x)$ باشند. در این صورت با فرض $n=8$ ، واریانس C_5 (پنجمین پوشش) برابر با کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{3}$ ۲. $\frac{5}{252}$ ۳. $\frac{4}{405}$ ۴. $\frac{1}{9}$

۶- در یک نمونه تصادفی n تایی اگر بازه $(-\infty, Y_k)$ به عنوان یک فاصله تحمل یک طرفه باشد و $P(P(-\infty < X < Y_n) \geq 0/9) \geq 0/9$ ، آنگاه n برابر کدام گزینه است؟

۱. ۲۲ ۲. ۲۰ ۳. ۱۹ ۴. ۲۱

۷- اگر $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ بردار رتبه‌ها باشد، آنگاه چگالی توام بردار رتبه‌ها برابر کدام گزینه است؟

۱. $-\frac{n+1}{12}$ ۲. $\frac{1}{n(n-1)}$ ۳. $\frac{1}{n!}$ ۴. $\frac{1}{n}$

۸- کدام گزینه در مورد آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون نادرست است؟

۱. آزمون من-ویتنی و آزمون رتبه‌ای ویلکاکسون معادلند.
 ۲. $E(w_S) = \frac{n(m+n+1)}{2}$
 ۳. در آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون برای $m=1$ و $n=1$ داریم $p_{1,1}(2) = \frac{1}{3}$.

۴. $w_S - \frac{n(n+1)}{2} \stackrel{d}{=} w_R - \frac{m(m+1)}{2}$

۹- یک کمپانی مدعی است که سیگار نوع B نسبت به نوع A کمتر دود می‌کند. میزان دود برای هشت عدد از این دو نوع سیگار بر حسب میلی‌گرم در جدول زیر داده شده است. مقدار آماره W_{XY} کدام گزینه است؟

نوع A	۱۲	۹	۱۳	۱۱	۱۴
نوع B	۸	۱۰	۷		

۱. 7 ۲. 1 ۳. 357 ۴. 5

۱۰- اگر $m=5$, $n=3$, $W_S=7$ باشند، آنگاه P-value برای آزمون فرض $H_0: c=0$ در مقابل $H_1: c<0$ به روش من ویتنی ویلکاکسون کدام گزینه است؟

۱. $P(W_{XY} > 1)$ ۲. $P(W_{XY} > 7)$ ۳. $P(W_{XY} \leq 7)$ ۴. $P(W_{XY} \leq 1)$

۱۱- اگر در یک بررسی $m=5$, $n=3$ باشند آنگاه مقدار $V(W_S)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. ۱۱/۲۵ ۲. ۱۳/۵ ۳. ۱ ۴. ۷

۱۲- در یک امتحان شفاهی، دو معلم a و b، هشت دانشجوی A، B، ...، H را طبق جدول زیر رتبه‌گذاری می‌کنند. ضریب همبستگی کندال برابر کدام گزینه است؟

دانشجو معلم	A	B	C	D	E	F	G	H
a	۲	۱	۳	۵	۴	۸	۷	۶
b	۱	۲	۴	۵	۷	۶	۸	۳

۱. ۵/۰ ۲. $\frac{7}{9}$ ۳. ۳۸/۰ ۴. ۹۹/۰

۱۳- داده‌های زیر رتبه‌ی ساعات مطالعه ۸ دانشجو و رتبه‌ی آنها در یکی از دروس آمار می‌باشد. ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن برابر با کدام گزینه است؟

رتبه برای ساعات	۵	۸	۴	۳	۶	۲	۷	۱
رتبه برای نمرات	۷	۵	۴	۲	۸	۱	۶	۳

۱. ۸۰۲/۰ ۲. ۹۱۳/۰ ۳. ۷۱۴/۰ ۴. ۸۳/۰

۱۴- اگر R_1 تعداد دوهای از نوع x و R_2 تعداد دوهای از نوع y باشند و $R = R_1 + R_2$ ، در این صورت رابطه‌ی بین واریانس

R (σ_R^2) با میانگین R (μ_R) کدام گزینه است؟

۱. $\frac{(\mu_R - 1)(\mu_R + 2)}{n_1 + n_2 - 1}$ ۲. $\frac{(\mu_R - 1)(\mu_R - 2)}{n_1 + n_2 - 1}$ ۳. $\frac{(\mu_R - 1)(\mu_R - 2)}{n_1 + n_2 - 2}$ ۴. $\frac{(\mu_R - 1)(\mu_R + 2)}{n_1 + n_2 - 2}$

۱۵- سکه‌ای را ۱۰۰ بار به تصادف پرتاب کرده، ۶۳ بار شیر و ۳۷ بار خط دیده‌ایم. برای آزمون اینکه آیا این سکه نازیب است یا خیر، مقدار آماره‌ی آزمون کدام است؟

۱. ۸/۸۷ ۲. ۱۰ ۳. ۲۳/۷۵ ۴. ۶/۷۶

۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

$$1. \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \sum_{i=1}^n \frac{o_i^2}{e_i} - n$$

۲. در آزمون کراسکال والیس ضرورتی ندارد که واریانس نمونه‌ها برابر باشند.

۳. برای $k = 2$ یعنی داشتن دو نمونه، آزمون کراسکال والیس معادل آزمون من-ویتنی نیست.

$$4. \text{فرض کنید، } (X_1, X_2) \stackrel{d}{=} (Y_1, Y_2) \text{ آنگاه } \sqrt{X_1 X_2} \stackrel{d}{=} \sqrt{Y_1 Y_2}$$

۱۷- توزیع مجانبی، آماره کولموگروف-اسمیرنوف $D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$ کدام است؟

۱. اف ۲. کی دو ۳. نرمال ۴. تی

۱۸- برای یک نمونه تصادفی ۵ تایی ۲، ۴/۵، ۴، ۲/۵، ۵ از $F(x)$ ، مقدار تابع توزیع تجربی $F_n(3)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۱ ۲. $\frac{3}{5}$ ۳. $\frac{2}{5}$ ۴. $\frac{4}{5}$

۱۹- متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن با تابع توزیع $F(x)$ است. کدام گزینه درست است؟

۱. $F(X)$ دارای توزیع یکنواخت است. ۲. $P(X = 2) = F(2) - F(1)$
۳. $F(X)$ اکیدا صعودی است. ۴. مجموع مقادیر $F(x)$ برابر یک است.

۲۰- فرض کنید Y_1, Y_2, Y_3 آماره‌های ترتیبی برای نمونه تصادفی X_1, X_2, X_3 از توزیعی پیوسته با چگالی $f(x)$ و میانگین ۲ و واریانس ۴ باشند، $Var(Y_1 Y_2 Y_3)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۶۴ ۲. ۸ ۳. ۳ ۴. ۴۴۸

سوالات تشریحی

۱- الف: نمونه تصادفی زیر از توزیع $U(0, 1)$ می‌باشد:

$$u_1 = 0/5213 \quad u_2 = 0/3012 \quad u_3 = 0/4001$$

به کمک نمونه بالا، یافته‌های یک نمونه تصادفی سه تایی از چگالی زیر را شبیه‌سازی کنید.

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad ; \quad 0 < x \leq 1$$

ب: آیا اگر $X - Y \stackrel{d}{=} Y - X$ ، می‌توان نتیجه گرفت که X و Y مستقل و هم‌توزیع هستند؟ توضیح دهید یا مثالی بیاورید.

۱.۵۰ نمره

۲- نمرات ۱۵ نفر از دانشجویان به قرار زیر است:

۹۷	۸۰	۸۶	۹۰	۸۹
۹۳	۸۷	۸۲	۹۴	۸۱
۹۸	۷۸	۸۳	۸۴	۹۴

آماره‌ی آزمون $H_0: Q_3 = 85$ را در مقابل $H_1: Q_3 \neq 85$ را به دست آوردید.

۱.۰۰۰ نمره

۳- در آزمون جمعی رتبه‌ای ویلکاکسون، اگر m (تعداد x ها) برابر ۳ و n (تعداد y ها) برابر ۴ باشد و w_s مجموع

رتبه‌های y ها باشند، آنگاه به کمک فرمول بازگشتی، برابر $P(w_s = 15) = \frac{4}{35}$ را نشان دهید.

۱.۰۰۰ نمره

۴- اعداد زیر یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع $0 < x < 1$ می باشند. برای آزمودن صحت این ادعا، آماره‌ی آزمون را محاسبه کنید.

0/42 ، 0/39 ، 0/31 ، 0/62 ، 0/53 ، 0/47 ، 0/35 ، 0/24 ، 0/48

۱.۵۰ نمره

۵- در جدول زیر نمره‌های آزمون ورودی دانشجویان دوره دکترای سه دانشگاه A و B و C داده شده‌اند. با ذکر دلیل، روش آزمودن تساوی میانگین‌های نمره‌های دانشجویان هر سه دانشگاه را بیان کنید و آماره‌ی آزمون آن را محاسبه کنید؟

A	۱۹	۷/۱۱	۸/۱۷	۸/۱۴	۹/۱۳		
B	۲/۱۸	۸/۱۴	۱/۱۳	۶/۱۲	۲/۱۵	۸/۱۲	
C	۴/۱۳	۱/۱۴	۳/۱۲	۳/۱۲	۷/۱۴	۹/۱۳	۸/۱۳

باسمہ صحیح

نمبر
سوال

- | | |
|----|-----|
| 1 | ج |
| 2 | الف |
| 3 | د |
| 4 | ج |
| 5 | ج |
| 6 | الف |
| 7 | ج |
| 8 | ج |
| 9 | ب |
| 10 | د |
| 11 | الف |
| 12 | الف |
| 13 | ج |
| 14 | ب |
| 15 | د |
| 16 | ج |
| 17 | ب |
| 18 | ج |
| 19 | ب |
| 20 | د |

۱- فرض کنید X_1, X_2, X_3, X_4 یک نمونه تصادفی با تابع توزیع احتمال $F(x)$ و آماره های مرتب شده متناظر Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 باشند. مقدار $P(Y_2 \leq y)$ کدام است؟

۱. $(F(y))^2$ ۲. $(F(y))^2(1-F(y))^2$ ۳. $(F(y))^3(1-F(y))^1$ ۴. $\sum_{k=2}^4 \binom{4}{k} (F(y))^k (1-F(y))^{4-k}$

۲- فرض کنید متغیر تصادفی X در فاصله (a, b) دارای توزیع پیوسته $F(x)$ باشد. آنگاه متغیر تصادفی $F(x)$ دارای کدام توزیع احتمال است؟

۱. بتا ۲. یکنواخت ۳. نرمال استاندارد ۴. کی-دو با یک درجه آزادی

۳- فرض کنید U_1, U_2, U_3 یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, 1)$ با آماره های مرتب شده نمونه متناظر V_1, V_2, V_3 باشند توزیع متغیر $V_3 - V_1$ کدام است؟

۱. بتا ۲. یکنواخت ۳. گاما ۴. نرمال

۴- مقدار انتگرال $I = \int_0^{\frac{1}{2}} x^5 (1-x)^7$ کدام است؟

۱. $\frac{7!}{13!} \sum_{k=1}^7 \binom{13}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ ۲. $\frac{13!}{7!} \sum_{k=1}^{13} \binom{13}{k} \left(\frac{4}{5}\right)^k$ ۳. $\frac{5!7!}{13!} \sum_{k=6}^{13} \binom{13}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{13}$ ۴. $\frac{5!7!}{13!} \sum_{k=6}^{13} \binom{13}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{13+k}$

۵- فرض کنید $Y_1, Y_2, \dots, Y_{10}$ آماره های مرتب شده یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی از تابع توزیع $F(x)$ باشند. آنگاه مقدار $P(Y_2 < m < Y_9)$ ؛ که در آن m میانه جامعه و $p = 0/5$ می باشد، کدام است؟

۱. ۰/۶۶۷۵ ۲. ۰/۸۷۰۰ ۳. ۰/۹۷۸۶ ۴. ۰/۰۹۸۷

۶- فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع پیوسته $F(x)$ باشد. اگر متغیر تصادفی B تعداد X_i ها بیشتر از a باشد، برای آزمون فرض $H_0: Q_p = a$ ، متغیر تصادفی B دارای کدام توزیع است؟

۱. $B\left(n, \frac{3}{4}\right)$ ۲. $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ ۳. $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ ۴. $B(n, 1-p)$

۷- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی به صورت $f(x) = 3x^2$, $0 < x < 1$ باشد، آنگاه مقدار چارک اول کدام است؟

۱. $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ ۲. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ۳. $\frac{1}{3}$ ۴. $\frac{1}{2}$

۸- فرض کنید X_1, X_2, X_3, X_4 یک نمونه تصادفی از تابع چگالی $f(x)$ با پوشش های متناظر C_1, C_2, C_3, C_4 باشند. کوواریانس $C_1 + C_2$ و $C_3 + C_4$ کدام است؟

۱. $\frac{-4}{(n+1)(n+2)}$ ۲. $\frac{-4}{(n+1)^2(n+2)}$ ۳. $\frac{4}{(n+1)(n+2)}$ ۴. $-\frac{n+1}{n+2}$

۹- اگر $Y_1 = 5$, $Y_2 = 3$, $Y_3 = 7$, $X_1 = 2$, $X_2 = 1/5$ باشد. مجموع رتبه ای X_i در نمونه ادغام شده کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۳/۵ ۳. ۳ ۴. ۶

۱۰- فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه n تایی از تابع توزیع $F(x)$ باشند. اگر R_i و R_j به ترتیب رتبه های مشاهده i ام و j ام باشند. مقدار $COV(R_i, R_j)$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{n(n+1)}{12}$ ۳. $\frac{n}{k}$ ۴. $-\frac{n+1}{12}$

۱۱- فرض کنید R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 رتبه های نمونه ای تصادفی به حجم ۵ از یک توزیع پیوسته باشند. در این صورت مقدار احتمال $P(R_1 = 5, R_2 = 4, R_3 = 3, R_4 = 2, R_5 = 1)$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{120}$ ۲. $\frac{1}{25}$ ۳. $\frac{1}{5}$ ۴. $\frac{1}{10}$

۱۲- برای مقایسه ی میانگینهای دو گروه، هرگاه توزیع گروه اول نرمال باشد، آنگاه -----

۱. آزمون نرمال توانمندتر از آزمون تی است.
۲. آزمون جمعی-رتبه ای ویلکاکسون معادل آزمون تی است.
۳. آزمون تی توانمندتر از آزمون جمعی-رتبه ای ویلکاکسون است.
۴. آزمون جمعی-رتبه ای ویلکاکسون توانمندتر از آزمون تی است.

۱۳- فرض کنید متغیرهای تصادفی X و Y به ترتیب دارای توزیع های $F(x)$ و $G(y)$ باشند. اگر $G(y) = F(y - c)$ باشد، آنگاه برای آزمون فرض $H_0: c = 0$ در مقابل $H_1: c > 0$ از کدام آزمون می توان استفاده کرد.

۱. آزمون من-ویتنی

۲. آزمون جمعی-رتبه ای ویلکاکسون

۳. آزمون نشانه

۴. ۱ و ۲

۱۴- فرض کنید W_R آماره مجموع رتبه های X_i ها برای یک نمونه n تایی و W_S آماره مجموع رتبه های Y_i ها برای یک نمونه m تایی در آزمون جمعی رتبه ویلکاکسون باشند. اگر W_{XY} آماره آزمون من-ویتنی باشد، آنگاه کدام رابطه برقرار نیست؟

$$1. W_{XY}(m, n) = W_S(m, n) - \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2. W_S(n, m) = W_R(m, n)$$

$$3. W_{XY}(m, n) \stackrel{d}{=} W_R(m, n) - \frac{m(m+1)}{2}$$

$$4. W_{XY}(m, n) = W_S(m, n) + W_R(m, n)$$

۱۵- اگر ضریب همبستگی ساده نمونه ای بین نمرات آمار و تربیت بدنی برای ۶ دانشجو برابر با ۰/۹۰ باشد، آنگاه مقدار آماره آزمون برای فرض $H_0: \rho = 0$ کدام است؟

$$1. \frac{1}{18} \quad 2. \sqrt{19} \quad 3. \frac{18}{\sqrt{19}} \quad 4. 1$$

۱۶- اگر (x, y) و (y, x) یک نمونه زوجی به حجم ۲ باشند، مقدار ضریب همبستگی اسپیرمن کدام است؟

$$1. \text{ صفر} \quad 2. 1 \quad 3. 0.5 \quad 4. -1$$

۱۷- فرض کنید زوج متغیر تصادفی (X, Y) دارای یک توزیع دوبعدی پیوسته با ضریب همبستگی کندال τ باشند. در این صورت کدام شرایط برقرار نیست؟

$$1. -1 \leq \tau \leq +1$$

۲. اگر X و Y مستقل باشند، آنگاه $\tau = 0$ است.

۳. اگر متغیرهای X و Y دارای توزیع نرمال باشند، آنگاه $\tau = +1$ است.

۴. اگر $\tau = -1$ باشد، آنگاه متغیرهای X و Y در دو جهت مخالف تغییر می کنند.

۱۸- تعداد جایگشتهای علامتهای X, X, X و Y, Y کدام است؟

$$1. 5 \quad 2. 10 \quad 3. 15 \quad 4. 20$$

۱۹- اگر $D_n^+ = \sup |F_n(x) - F(x)|$ آماره آزمون کلموگروف-اسمیرنف باشد، آنگاه برای n های بزرگ، توزیع مجانبی $4nD_n^{+2}$ کدام است؟

۱. نرمال
۲. نرمال استاندارد
۳. کی-دو با ۱ درجه آزادی
۴. کی-دو با ۲ درجه آزادی

۲۰- برای مقایسه میانگینهای چندین جامعه با فرض مستقل بودن توزیع جوامع و معلوم نبودن توزیع جوامع، از کدام آزمون استفاده می شود؟

۱. آزمون دقیق فیشر
۲. آزمون کروسکال-والیس
۳. آزمون جایگشت
۴. آزمون کی-دو

سوالات تشریحی

۱- اندازه های قد ۱۰ جوان بیست ساله برحسب سانتیمتر به صورت زیر گزارش شده است.

۱۵۱ ۱۷۷ ۱۷۲ ۱۷۱ ۱۶۴ ۱۵۰ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۸۴ ۱۷۲

با پیدا کردن ناحیه بحرانی و محاسبه p -مقدار، با میزان ۵ درصد آزمون کنید میانه برای اندازه قد این جوانان برابر با ۱۶۰ است.

۲- برای یک نمونه تصادفی ۲۵ تایی، j و k را طوری بیابید تا فاصله (Y_j, Y_k) حداقل ۹۰ درصد کل احتمال را با ۷۰ درصد اطمینان در بگیرد. با استفاده از تقریب نرمال، به طور مستقیم محاسبات را انجام دهید.

۳- یک کارشناس آموزش مدعی است که شیوه آموزشی معنی لغت نوع B نسبت به شیوه آموزشی معنی لغت نوع A بهتر است. تحت تعلیم این دو شیوه، در پایان دوره آموزشی، یک امتحان متشکل از ۱۰۰ لغت برای دو گروه از دانشجویان طراحی شد و نتایج امتحان به شرح جدول ذیل است.

روش	نمره						
نوع A	۷۷	۷۸	۷۰	۷۲	۶۵	۷۴	
نوع B	۶۰	۶۲	۷۰	۷۶	۶۸	۷۲	۷۰

با استفاده از آزمون من-ویتنی ادعای کارشناس را با میزان ۵ درصد آزمون کنید. مقدار احتمال جدول ۳۵۷/۰ است.

مهندس/کارگر	A	B	C	D	E	F	G	H	K	L
مهندس اول	۱	۳	۲	۵	۴	۸	۷	۶	۱۰	۹
مهندس دوم	۲	۱	۳	۴	۵	۷	۸	۶	۹	۱۰

الف) مقدار ضریب همبستگی کندال را برآورد کنید.

ب) مستقل بودن طرز رتبه گذاری دو مهندس را با میزان ۵ درصد آزمون کنید. مقدار احتمال جدول ۰/۰۰۲۶ است.

۵- نمرات ۳ گروه از دانشجویان در آزمون مشترک درس آمار به صورت زیر گزارش شده است:

گروه اول	۸۴	۷۷	۸۱	۶۴	۷۷	۸۷	
گروه دوم	۷۵	۶۹	۷۲	۷۴	۵۱	۶۲	۷۰
گروه سوم	۵۹	۶۶	۷۹	۶۲	۵۷		

با استفاده از روش آزمون کروسکال-والیس با میزان $\alpha = 0/05$ آزمون کنید که آیا نمرات آمار سه گروه، به طور متوسط یکسان بوده اند. مقدار عدد جدول ۵/۹۹۱ می باشد.

پاسخ صحیح	شماره سوال
د	1
ب	2
الف	3
ج	4
ج	5
د	6
الف	7
ب	8
ج	9
د	10
الف	11
د	12
د	13
د	14
ج	15
د	16
ج	17
ب	18
د	19
ب	20