

عنوان درس: مکانیک کوانتومی 2

۱- حاصل رابطه ی جابجایی $[L_x^2, L_z]$ کدام است؟

۱. $i\hbar L_y$
۲. $i\hbar(L_x L_y - L_y L_x)$
۳. $i\hbar L_x$
۴. $-i\hbar(L_x L_y + L_y L_x)$

۲- حاصل رابطه ی جابجایی $[L^2, L_z]$ کدام است؟

۱. $i\hbar(L_x L_y - L_y L_x)$
۲. صفر
۳. $-i\hbar(L_x L_y + L_y L_x)$
۴. $i\hbar L_x$

۳- حالت های $|l, m\rangle$ را در مختصات کروی با توابع هماهنگ کروی $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$ نشان می دهیم. کدام گزاره در مورد این توابع نادرست است؟

۱. وابستگی آنها به زاویه قطبی به صورت $(\sin \theta)^l$ می باشد.
۲. وابستگی آنها به زاویه سمتی به صورت $e^{im\varphi}$ می باشد.
۳. وابستگی کلی آنها به زاویه قطبی به صورت چند جمله ای های لژاندر می باشد.
۴. پایین ترین مرتبه از هماهنگ کروی متناسب با $\sin \theta$ می باشد.

۴- اگر بدانیم که شکل تابع هماهنگ کروی $Y_{2,1}(\theta, \varphi)$ متناسب با $\sin^2 \theta e^{2i\varphi}$ است، با استفاده از عملگر پایین آورنده L_- در می یابیم که $Y_{2,1}(\theta, \varphi)$ متناسب است با

۱. $e^{2i\varphi} \sin^2 \theta \cos^2 \theta$
۲. $e^{i\varphi} \sin^2 \theta \cos^2 \theta$
۳. $e^{i\varphi} \sin \theta \cos \theta$
۴. $e^{i\varphi} \sin \theta$

۵- سیستمی با هامیلتونی $H = 4L^2 + 2\alpha L_z$ (که در آن α دارای بعد تکانه زاویه ای است) را در حالت $l=1$ و $m=1$ در نظر بگیرید. طیف انرژی کدام است؟

۱. $(8\hbar + 2\alpha)\hbar$
۲. $8\hbar^2$
۳. $6\hbar^2$
۴. $(\hbar + \alpha)\hbar$

۶- حالتی با تکانه زاویه ای $l=2$ را در نظر بگیرید. درایه ی سطر سوم و ستون چهارم عملگر L_+ عبارتست از :

۱. $\sqrt{6}$
۲. $-\sqrt{6}$
۳. $-\sqrt{8}$
۴. $\sqrt{8}$

-۷ ویژه مقادیر عملگر $L_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ عبارتند از :

۱. $-2\hbar, 0, 2\hbar$ ۲. $-\sqrt{2}\hbar, 0, \sqrt{2}\hbar$ ۳. $-i, 0, i$ ۴. $-\hbar, 0, \hbar$

-۸ ماتریس $A = \begin{vmatrix} i & 2 & 3i \\ 4 & 0 & 4 \\ 2i & 5 & -i \end{vmatrix}$ را در نظر بگیرید. $Tr(A)$ کدام است؟

۱. صفر ۲. $2i$ ۳. 1 ۴. $3i + 4$

-۹ کدام یک از موارد زیر ، ویژه بردار ماتریس $M = \begin{vmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ نیست؟

۱. $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ ۲. $\begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ ۳. $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ ۴. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

-۱۰ یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی با انرژی های $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$ که حالت آن با بردار $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle)$ مشخص شده است، را در نظر بگیرید. مقدار چشمداشتی انرژی این سیستم کدام است؟

۱. $\frac{3}{2}\hbar\omega$ ۲. داده ها کامل نیست. ۳. $\frac{9}{4}\hbar\omega$ ۴. $\frac{9}{2}\hbar\omega$

۱۱- اگر در آزمایش اول اندازه گیری اسپین S_y از یک دستگاه با اسپین $\frac{1}{2}$ را با مقدار $-\frac{\hbar}{2}$ اندازه گیری کنیم، و پس از آن در آزمایش دوم، یک اندازه گیری روی S_x انجام دهیم، بعد از آزمایش دوم،.....

۱. باز هم اندازه گیری اسپین S_y مقدار $-\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه خواهد داد.

۲. اندازه گیری اسپین S_y مقدار $\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه خواهد داد.

۳. هیچ اطلاعاتی از S_y نخواهیم داشت.

۴. اندازه گیری اسپین S_y به نتیجه ی آزمایش دوم بستگی دارد.

۱۲- کدام گزینه از مؤلفه های ماتریس پائولی نیست ؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & ۲. \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} & ۳. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & ۴. \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

۱۳- کدام گزینه نادرست است؟

$$\begin{array}{ll} ۱. S_+ \left| +\frac{1}{2} \right\rangle = 0 & ۲. S_+ \left| -\frac{1}{2} \right\rangle = \hbar \left| +\frac{1}{2} \right\rangle \\ ۳. S_- \left| +\frac{1}{2} \right\rangle = \hbar \left| -\frac{1}{2} \right\rangle & ۴. S_- \left| -\frac{1}{2} \right\rangle = \hbar \left| +\frac{1}{2} \right\rangle \end{array}$$

۱۴- با توجه به روابط جابجایی ماتریس های پائولی $\sigma_x \sigma_y$ برابر با کدام گزینه است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. 2i\sigma_z & ۲. \sigma_y \sigma_x & ۳. 2i\sigma_z + \sigma_y \sigma_x & ۴. 2i\hbar \sigma_z + \sigma_y \sigma_x \end{array}$$

۱۵- چنانچه σ_x مؤلفه ی $\mathcal{X}$ ماتریس پائولی باشد، $\exp(i\beta\sigma_x)$ برابر است با:

$$\begin{array}{ll} ۱. \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} & i \sin \frac{\beta}{2} \\ i \sin \frac{\beta}{2} & \cos \frac{\beta}{2} \end{pmatrix} & ۲. \begin{pmatrix} \cos \beta & -i \sin \beta \\ -i \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \\ ۳. \begin{pmatrix} \sin \beta & i \cos \beta \\ i \cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} & ۴. \begin{pmatrix} \cos \beta & i \sin \beta \\ i \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \end{array}$$

۱۶- ذره ای با اسپین 1 در یک پتانسیل مرکزی به شکل $V(r) = S.LV_0(r)$ حرکت می کند. مقدار این پتانسیل برای $J = L + 1$ چقدر است؟

۱. $l\hbar^2$ ۲. $l(l+1)\hbar^2$ ۳. $\frac{(l+1)(l+2)}{2}\hbar^2$ ۴. $\frac{l(l+1)-2}{2}\hbar^2$

۱۷- کدام گزاره در مورد حالت های یک دستگاه دو اسپینی دو الکترون نادرست است؟

۱. هر حالت یکتایی (singlet) را می توان به صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}[|+\rangle_1|-\rangle_2 - |-\rangle_1|+\rangle_2]$ نشان داد.

۲. هر حالت سه تایی (triplet) را می توان به صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}[|+\rangle_1|-\rangle_2 + |-\rangle_1|+\rangle_2]$ نشان داد.

۳. حالت سه تایی (triplet) متناظر با $S = 0$ و حالت حالت یکتایی (singlet) متناظر با $S = 1$ است.

۴. حالت یکتایی (singlet) بر حالت سه تایی (triplet) متعامد است.

۱۸- اگر $\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$ ویژه حالتی از عملگر $3S_x + 2S_y$ با ویژه مقدار $\frac{\hbar}{2}$ باشد، آنگاه رابطه بین α_1 و α_2 کدام است؟

۱. $\alpha_1 = (4 - 2i)\alpha_2$ ۲. $\alpha_1 = (2i - 4)\alpha_2$ ۳. $\alpha_1 = (3i - 2)\alpha_2$ ۴. $\alpha_1 = (2i - 3)\alpha_2$

۱۹- الکترونی به بار الکتریکی e که در هامیلتونی نوسانگر هماهنگ $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ قرار دارد توسط یک میدان

الکتریکی E مختل می شود؛ به طوریکه پتانسیل اختلال را می توان به صورت eEx در نظر گرفت. در مرتبه اول اختلال، جابجایی انرژی تراز سوم چقدر تغییر می کند؟

۱. $\frac{e^2 E^2}{2m\omega^2}$ ۲. $\frac{2e^2 E^2}{m\omega^2}$ ۳. صفر ۴. $\frac{e^2 E^2}{m\omega^2}$

۲۰- الکترونی با بار e که در نوسانگر هماهنگ $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ قرار دارد، توسط میدان الکتریکی E مختل می

شود. این اختلال، مرکز پتانسیل را چه اندازه جابجا می کند؟

۱. $-\frac{eE}{m\omega^2}$ ۲. $\frac{eE}{m\omega^2}$ ۳. $-\frac{2eE}{m\omega^2}$ ۴. $\frac{2eE}{m\omega^2}$

۲۱- پدیده فرومغناطیسی ناشی از کدام نیرو است؟

۱. تعویضی

۲. جفت شدگی اسپین الکترون و هسته

۳. جفت شدگی اسپین-مدار

۴. جفت شدگی اسپین پروتون و اسپین نوترون

۲۲- تصحیح ناشی از اثر جرم تقلیل (کاهش) یافته در اتم هیدروژن بر جابجایی انرژی دارای کدام مرتبه ی بزرگی است؟

۱. $10^{-7} eV$

۲. $10^{-2} eV$

۳. $10^{-1} eV$

۴. $10^{-3} eV$

۲۳- در یک چاه پتانسیل بینهایت به عرض a که در آن انرژی هر تراز به صورت $E_n = \varepsilon_0 n^2$ مشخص می شود، تعداد چهار

نوترون و دو پروتون وجود دارد. با در نظر گرفتن اصل طرد پائولی، انرژی حالت پایه این سیستم کدام است؟

۱. $21\varepsilon_0$

۲. $91\varepsilon_0$

۳. $6\varepsilon_0$

۴. $12\varepsilon_0$

۲۴- در یک چاه پتانسیل بینهایت، دو ذره دارای اسپین قرار دارند. فرض کنید انرژی حالت پایه این سیستم دو ذره ای، در

حالتی که هر دو ذره فرمیون باشند با E_1 و در حالتی که هر دو ذره بوزون باشند با E_2 نشان داده شود. کدام رابطه درست است؟

۱. $E_1 \geq E_2$

۲. $E_1 \leq E_2$

۳. $E_1 = E_2$

۴. $E_1 > E_2$

۲۵- دو ذره یکسان با اسپین $\frac{1}{2}$ را در پتانسیل نوسانگر هماهنگ در نظر بگیرید. با فرض اینکه تکانه مرکز جرم این دستگاه دو

ذره ای صفر باشد و دو ذره در حالت های $l = 0$ باشند، تابع موج حالت پایه که شامل حالت اسپینی (X) است، کدام است؟

۱. $\psi_{0,0,0}(r, \theta, \varphi) \times X_{triplet}$

۲. $\psi_{0,0,0}(r, \theta, \varphi) \times X_{singlet}$

۳. $\psi_{1,0,0}(r, \theta, \varphi) \times X_{singlet}$

۴. $\psi_{1,0,0}(r, \theta, \varphi) \times X_{triplet}$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- دستگاهی با اندازه حرکت زاویه ای $l = 1$ را در حالت $\frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ قرار دارد.

الف-ویژه مقادیر را به دست آورید.

ب-ویژه بردار مربوط به ویژه مقدار $\hbar$ را به دست آورید. راهنمایی: $L_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

۱.۲۰ نمره
۲- یک الکترون در مجاورت یک پروتون قرار گرفته و تحت تأثیر میدان کولنی آن قرار گرفته است. این الکترون با تابع موج زیر قرار دارد:

$$\psi(r) = \frac{1}{4} [3\psi_{100} - \psi_{211}(r) + 2\psi_{210}(r) + \sqrt{2}\psi_{21-1}(r)]$$

باشد،

الف- مقدار چشمداشتی انرژی $\langle H \rangle$ را بر حسب E_1 به دست آورید.

ب- مقدار چشمداشتی $\langle L^2 \rangle$ را به دست آورید.

۱.۲۰ نمره
۳- یک سیستم اسپین $\frac{1}{2}$ را در حالتی که با اسپینور $\frac{1}{\sqrt{65}} \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ مشخص شده است در نظر بگیرید. احتمال اینکه اندازه گیری روی عملگر $S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ مقدار $-\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه دهد چقدر است؟

۱.۲۰ نمره
۴- هامیلتونی سیستمی به صورت $H = \begin{pmatrix} a & 1+a \\ 1+a & a \end{pmatrix}$ است. تصحیح مرتبه ی اول انرژی ΔE_1 در ترازهای انرژی این سیستم را بر حسب a به دست آورید. (راهنمایی: هامیلتونی را به دو قسمت هامیلتونی اولیه H_0 و هامیلتونی اختلال H_1 تجزیه کنید. سپس ویژه مقادیر و بعد ویژه حالتهاى مربوط به H_0 را به دست آورید. در نهایت اختلال مرتبه اول که همان مقدار چشمداشتی هامیلتونی اختلال H_1 است را در هر یک از ویژه حالتها به دست آورید.)

۱.۲۰ نمره
۵- ضمن توصیف اثر غیر عادی (نابهنجار) زیمان، چگونگی شکافته شدن ترازهای انرژی را که در اثر قرار گرفتن الکترون در میدان مغناطیسی ایجاد می شود را تشریح نمایید.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	د
2	ب
3	د
4	ج
5	الف
6	د
7	د
8	الف
9	ب
10	ج
11	ج
12	الف
13	د
14	ج
15	د
16	الف
17	ج
18	د
19	ج
20	الف
21	ج
22	الف
23	د
24	ب
25	ب

ابتدا ویژه بردارهای L_x را برای $l = 1$ می یابیم. ابتدا ویژه مقادیر $L_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ را پیدا می کنیم.

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 1 & -\lambda & 1 \\ 0 & 1 & -\lambda \end{pmatrix} = -\lambda(\lambda^2 - 1) + \lambda =$$

$$2\lambda - \lambda^3 = 0 \\ \Rightarrow \lambda = 0, \pm\sqrt{2}$$

در نتیجه مقادیر ویژه L_x عبارتند از $0, \pm\hbar$. در این صورت ویژه بردار هر کدام از این ویژه مقادیر را به صورت زیر می یابیم:

- ویژه بردار مربوط به ویژه مقدار $\hbar$ را به صورت $|\alpha\rangle$ نشان می دهیم

$$|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

با این فرض که شرط بهنجارش عبارتست از $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. داریم:

$$\frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$b = \sqrt{2}a, a + c = \sqrt{2}a(a + b), b = \sqrt{2}c$$

و پس از اندکی محاسبه $a = \frac{1}{2}$ و در نتیجه b و c نیز برابر با $\frac{1}{\sqrt{2}}$ به دست می آید. در نتیجه ویژه مقدار به صورت زیر

به دست می آید:

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

۱- دستگاهی با اندازه حرکت زاویه ای $l = 1$ و عملگر $L_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. در صورتی که رابطه ویژه

مقداری را به صورت $L_x \psi = \frac{\hbar \lambda}{\sqrt{2}} \psi$ در نظر بگیریم، کدام ویژه مقدار از ویژه مقادیر عملگر L_x است؟

۱. $\sqrt{2}$ ۲. $-\hbar$ ۳. 1 ۴. $\frac{\hbar}{2}$

۲- حاصل $\sin \varphi + i \cos \varphi$ کدام است؟ (راهنمایی $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$)

۱. $-\frac{1}{i} e^{-i\varphi}$ ۲. $\frac{1}{i} e^{-i\varphi}$ ۳. $-\frac{1}{i} e^{i\varphi}$ ۴. $\frac{1}{i} e^{i\varphi}$

۳- برای یک نوسانگر یک بعدی در حالت پایه ی انرژی، حالت سیستم با $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |2\rangle)$ توصیف می شود. مقدار چشمداشتی انرژی $\langle \psi | H | \psi \rangle$ کدام است؟

۱. $2\hbar\omega$ ۲. $\frac{1}{4}\hbar\omega$ ۳. $\frac{5}{4}\hbar\omega$ ۴. $1.5\hbar\omega$

۴- یک فضای سه بعدی دارای بردارهای راست هنجار $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ و $|2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $|3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ می باشد. حالت $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ در

این پایه به کدام صورت نوشته می شود؟

۱. $\frac{1}{\sqrt{21}}[4|1\rangle + 2|2\rangle + |3\rangle]$ ۲. $\frac{1}{\sqrt{21}}[4|1\rangle + 2|2\rangle - |3\rangle]$
۳. $\frac{1}{\sqrt{21}}[4|1\rangle + 2\sqrt{2}|2\rangle - |3\rangle]$ ۴. $\frac{1}{\sqrt{21}}[4|1\rangle + 2\sqrt{2}|2\rangle + |3\rangle]$

۵- برای یک جعبه پتانسیل سه بعدی به اضلاع a ، تابع موج کلی به صورت

$$\psi_{n_x, n_y, n_z}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{a^3}} \sin \frac{n_x \pi x}{a} \sin \frac{n_y \pi y}{a} \sin \frac{n_z \pi z}{a}$$

است. برای انرژی $E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$ (با اعداد کوانتومی ۱، ۲، ۴)

تبهگنی چندگانه است؟

۱. سه گانه ۲. چهار گانه ۳. شش گانه ۴. هفت گانه

۶- الکترونی در میدان کولنی پروتونی در حالت است که تابع موج آن با توابع ψ_{lmn} به صورت

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{17}} [\sqrt{5}\psi_{100}(r) + 3\psi_{211}(r) + \psi_{210}(r) + \sqrt{2}\psi_{21-1}(r)]$$

چقدر است؟

۴. $\frac{4+\sqrt{2}}{17}\hbar$

۳. $\hbar$

۲. $\frac{6}{17}\hbar$

۱. $\frac{12}{17}\hbar$

۷-

با فرض معلوم بودن عملگر هامیلتونی $H = \hbar\omega$ مقدار چشمداشتی انرژی $\langle H \rangle$ برای بردار حالت

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

کدام است؟ $\psi = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \end{pmatrix}$

۴. $\frac{1}{6}\hbar\omega$

۳. $\frac{3}{2}\hbar\omega$

۲. $\frac{1}{2}\hbar\omega$

۱. $\hbar\omega$

۸- ماتریس های $S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ و $S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ مفروض هستند. ویژه حالت عملگر $\frac{(4S_x + 3S_y)}{5}$ با ویژه مقدار $\frac{\hbar}{2}$ کدام است؟

۴. $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4-3i \\ 1 \end{pmatrix}$

۳. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 4-3i \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

۲. $-\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 4-3i \\ 1 \end{pmatrix}$

۱. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 4-3i \\ 1 \end{pmatrix}$

-۹

تغییری به صورت $V(x) = \mathcal{E} \sin \frac{\pi x}{b}$ در کف یک چاه نامتناهی داده شده است. جابجایی انرژی تا مرتبه اول بر حسب $\mathcal{E}$ از حل کدام انتگرال به دست می آید؟

۱. $(\sqrt{\frac{2}{b}} \mathcal{E}) \int_0^b \sin^2 \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{\pi x}{b} dx$
۲. $(\sqrt{\frac{2}{b}} \mathcal{E}) \int_0^b \sin \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{\pi x}{b} dx$
۳. $(\frac{2\mathcal{E}}{b}) \int_0^b \sin^2 \frac{n\pi x}{b} dx$
۴. $(\frac{2\mathcal{E}}{b}) \int_0^b \sin^2 \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{\pi x}{b} dx$

-۱۰ اختلال $V(x) = \lambda x^4$ به هامیلتونی نوسانگر هماهنگ $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ اضافه شده است. تغییر انرژی در حالت پایه $E_0^{(1)}$ ، چقدر است؟

۱. $\frac{3\hbar^2}{4m^2\omega^2}$
۲. $\frac{4\hbar^2}{3m^2\omega^2}$
۳. $\frac{5\hbar^2}{2m^2\omega^2}$
۴. $\frac{2\hbar^2}{5m^2\omega^2}$

-۱۱ در طیف اتمی، ساختار ریز، ناشی از تصحیحات مربوط به کدامیک از برهمکنش ها است؟

۱. اسپین الکترون و اسپین پروتون
۲. اسپین پروتون و اندازه حرکت زاویه ای کل
۳. اسپین الکترون و اندازه حرکت مداری الکترون
۴. اسپین پروتون و اندازه حرکت مداری الکترون

-۱۲ کدام گزاره در مورد طیف اتم هیدروژن درست است؟

۱. ساختار فوق ریز ناشی از اسپین الکترون با میدان مغناطیسی ناشی از حرکت هسته به دور آن است.
۲. ساختار ریز ناشی از برهمکنش الکترون با میدان الکتریکی هسته است.
۳. ساختار فوق ریز ناشی از تصحیحات نسبیتی مربوط به حرکت سریع الکترون داخل اتم هیدروژن است.
۴. ساختار فوق ریز ناشی از برهمکنش اسپین الکترون با میدان مغناطیسی ناشی از گشتاور مغناطیسی ذاتی است.

-۱۳ دو ذره یکسان با اسپین $\frac{1}{2}$ در حالت سه گانه اسپینی (Triplet) در داخل چاه پتانسیل نامحدود

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & elsewhere \end{cases}$$

قرار گرفته اند. انرژی حالت پایه برای این سیستم دو ذره ای کدام است؟

۱. $2.5\hbar\omega$
۲. $1.5\hbar\omega$
۳. $\hbar\omega$
۴. $3\hbar\omega$

۱۴- چهار فرمیون مشابه، با حالت اسپینی یکسان به علاوه ی سه بوزون مشابه را با هم در یک چاه پتانسیل $V(x)$ قرار داده ایم. اگر طیف انرژی را برای هر دو نوع ذره به صورت $E_n = n\epsilon_0$ در نظر بگیریم، انرژی حالت پایه سیستم چقدر است؟

۱. $3\epsilon_0$ ۲. $13\epsilon_0$ ۳. $10\epsilon_0$ ۴. $7\epsilon_0$

۱۵- هامیلتونی الکترون در اتم هیدروژنی که در یک میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ قرار دارد به صورت

$$H = \frac{P^2}{2\mu} - \frac{ke^2}{r} + \omega L_z$$

می باشد که در آن $\omega = \frac{eB_0}{2\mu c}$ و μ جرم کاهش یافته الکترون است. تراز $n = 3$ در مقایسه با

حالتی که در آن B_0 صفر باشد، با در نظر گرفتن اسپین الکترون به چند تراز انرژی تجزیه می شود؟

۱. 3 ۲. 4 ۳. 5 ۴. 7

۱۶- در یک چاه پتانسیل بی پایان $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$ ، چهار نوترون و دو پروتون وجود دارد. انرژی حالت پایه این سیستم با در نظر گرفتن اصل طرد پائولی کدام است؟

۱. $\frac{4\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$ ۲. $\frac{6\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$ ۳. $\frac{12\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$ ۴. $\frac{8\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$

۱۷- تصحیح نسبی ناشی از جرم تقلیل یافته الکترون در اتم هیدروژن که با عبارت $\frac{\mu}{m}$ مشخص می شود دارای کدام مرتبه بزرگی است؟

۱. 10^{-8} ۲. 10^{-7} ۳. 10^{-4} ۴. 10^{-6}

۱۸- اسپینور $\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ را در نظر بگیرید. احتمال اینکه یک اندازه گیری از عملگر ماتریسی $\begin{pmatrix} 0 & 3-4i \\ 3+4i & 0 \end{pmatrix}$ مقدار $-\frac{\hbar}{2}$ را به دست آورد، چقدر است؟

۱. 0.45 ۲. 0.67 ۳. 0.26 ۴. 0.33

۱۹- حاصل رابطه جابه جایی $[\sigma_x, \sigma_y]$ کدام است؟

۱. $2i\sigma_z$ ۲. $2\sigma_z$ ۳. $2\hbar\sigma_z$ ۴. $\frac{\hbar}{2i}\sigma_z$

۲۰- هامیلتونی یک سیستم کوانتومی به صورت $H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ است. اگر انرژی این سیستم اندازه گیری شود، چه

مقادیری ممکن است به دست آید؟

۱. $0, \hbar\omega, 2\hbar\omega$ ۲. $0, \hbar\omega, 3\hbar\omega$ ۳. $\hbar\omega, 3\hbar\omega$ ۴. $\hbar\omega, 2\hbar\omega$

سوالات تشریحی

۱.۵۰ نمره

۱- با در نظر گرفتن عملگرهای $L_{\pm} = \hbar e^{\pm i\varphi} \left(\pm \frac{\partial}{\partial \theta} + i \cot \theta \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$ رابطه جابه جاگری $[z, L_{+}]$ را به دست آورید.

۱.۵۰ نمره

۲- برای ماتریس هرمیتی $A = \begin{pmatrix} -3 & \sqrt{\frac{19}{4}} e^{i\frac{\pi}{2}} \\ \sqrt{\frac{19}{4}} e^{-i\frac{\pi}{2}} & 6 \end{pmatrix}$ ویژه مقادیر و ویژه بردارها را پیدا کنید.

۱.۵۰ نمره

۳- یک سیستم اسپین $\frac{1}{2}$ را که با اسپینور بهنجار شده $\frac{1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ نمایش داده شده است را در نظر بگیرید. احتمال اینکه در یک اندازه گیری مقدار $-\frac{\hbar}{2}$ به دست آید را محاسبه کنید.

۱.۵۰ نمره

۴- یک نوسانگر هماهنگ ساده را در یک بعد با بسامد مشخصه ω در نظر بگیرید. فرض کنید اختلال λx^2 وارد می شود. تغییر انرژی تراز شماره n را تا مرتبه نخست بر حسب λ به دست آورید. (یادآوری: $x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (A + A^{\dagger})$)

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ب
2	الف
3	د
4	ج
5	ج
6	الف
7	ج
8	ج
9	د
10	الف
11	ج
12	د
13	الف
14	ب
15	ج
16	ج
17	ج
18	ج
19	الف
20	ج

نمره ۵۰

$$L_+ \psi = z L_+ \psi - L_+ (z \psi) = z L_+ \psi - z L_+ \psi - \psi L_+ z$$

$$= -\psi \hbar \cdot i \left(\frac{\partial}{\partial \theta} + i \cot \theta \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) r \sin \theta$$

$$-\psi \hbar e^{i\varphi} (-r \sin \theta) = \psi \hbar r \sin \theta (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$\psi \hbar (r \sin \theta \cos \varphi + i r \sin \theta \sin \varphi) = \psi \hbar (x + iy) \Rightarrow [z, L_+] = \hbar (x + iy)$$

نمره ۵۰

$$\begin{pmatrix} -3 & \sqrt{\frac{19}{4}} e^{i\pi/3} \\ \sqrt{\frac{19}{4}} e^{-i\pi/3} & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} -3-\lambda & \sqrt{\frac{19}{4}} e^{i\pi/3} \\ \sqrt{\frac{19}{4}} e^{-i\pi/3} & -6-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 4\lambda^2 - 12\lambda - 9 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{13}{2} \text{ or } -\frac{7}{2}$$

$$\lambda = \frac{13}{2} \Rightarrow \begin{pmatrix} -3 & \sqrt{\frac{19}{4}} e^{i\pi/3} \\ \sqrt{\frac{19}{4}} e^{-i\pi/3} & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{13}{2} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow u_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{19}{20}} \\ \frac{1}{\sqrt{20}} e^{-i\pi/2} \end{pmatrix}$$

$$u_2 = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{19}{20}} e^{-i\pi/2} \\ \frac{1}{\sqrt{20}} \end{pmatrix}$$

و به ترتیب

نمره ۵۰

$$\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} ia = -b \\ ib = a \end{matrix} \xrightarrow{\text{پارامتر بگیریم}} \chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

$$P = |\langle \psi | \chi \rangle|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{13}} \frac{1}{\sqrt{2}} (-i \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right|^2 = \frac{1}{26} (-3i + 2)(+3i + 2) = \frac{1}{26} (4 + 9) = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

نمره ۵۰

$$\Delta E_n^{(1)} = \langle \phi_n | \lambda H_1 | \phi_n \rangle \quad H_0 |n\rangle = E_n |n\rangle; E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega, \quad \lambda H_1 = \lambda x^2$$

$$\lambda E_n^{(1)} = \langle n | \lambda H_1 | n \rangle = \langle n | \lambda x^2 | n \rangle = \lambda \langle n | x^2 | n \rangle; \quad x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (A + A^\dagger)$$

$$\lambda E_n^{(1)} = \frac{\lambda \hbar}{2m\omega} \langle n | A^2 + A^{\dagger 2} + AA^\dagger + A^\dagger A | n \rangle = \frac{\lambda \hbar}{2m\omega} [\sqrt{n+1} \cdot \sqrt{n+1} \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{n}] = \frac{\lambda \hbar}{2m\omega} (2n+1)$$

$$\Rightarrow E_n^{(1)} = \frac{\hbar}{m\omega} (n + \frac{1}{2}) \quad \text{or} \quad E_n^{(1)} = \frac{\hbar \omega}{m\omega^2} (n + \frac{1}{2}) \checkmark$$

۱- حاصل $[L_z, L^2]$ چقدر است ؟

۱. صفر ۲. $\frac{\hbar}{2}$ ۳. $\hbar$ ۴. $2\hbar$

۲- به ازای $m \geq 0$ کدام رابطه درست است ؟

۱. $Y_{l,-m} = (-1)^{m+1} Y_{l,m}^*$ ۲. $Y_{l,-m} = (-1)^{l+1} Y_{l,m}^*$
 ۳. $Y_{l,-m} = (-1)^m Y_{l,m}^*$ ۴. $Y_{l,-m} = (-1)^l Y_{l,m}^*$

۳- به ازای چه مقدار m ویژه تابع $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$ مستقل از زاویه φ می شود ؟

۱. $m=1$ ۲. $m=0$ ۳. $m=-1$ ۴. $m=\pm 1$

۴- برای یک پتانسیل شعاعی چه تعداد تبگه‌نی وجود دارد ؟

۱. $2m+1$ ۲. $2m-1$ ۳. $2l-1$ ۴. $2l+1$

۵- با مفروض بودن توابع موج شعاعی، مقدار چشمداشتی $\langle r^k \rangle$ از کدام انتگرال بدست می آید ؟

۱. $\int_0^\infty dr r^{2+k} [R_{nl}]^2$ ۲. $\int_0^\infty dr r^2 [R_{nl}]^2$ ۳. $\int_0^\infty dr r^2 [R_{nl}]$ ۴. $\int_0^\infty dr r^{2-k} [R_{nl}]^2$

۶- کدام گزینه نمایش ماتریسی 3×3 عملگر هامیلتونی یک نوسانگر هارمونیک کوانتومی به درستی نشان می دهد ؟

۱. $\hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$ ۲. $\hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ۳. $\hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$ ۴. $\hbar\omega \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$

۷- حاصل $Tr[A, B]$ چقدر است ؟ (A و B دو عملگر دلخواه)

۱. $TrBA$ ۲. $TrAB$ ۳. صفر ۴. یک

۸- به ازای چه مقدار عملگر تکانه زاویه ای l نمایش ماتریسی $L_+ = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ به دست می آید ؟

۱. $l=0$ ۲. $l=1$ ۳. $l=2$ ۴. $l=3$

۹- فرض کنید که در زمان $t=0$ اسپین در ویژه حالت S_x یک سیستم کوانتومی تحت میدان مغناطیسی در جهت محور z برابر با ویژه مقدار $+\frac{\hbar}{2}$ باشد. در این حالت مقدار $\langle S_x \rangle$ در زمان t چقدر است ؟

۱. $+\frac{\hbar}{2} \cos 2\omega_0 t$ ۲. $+\frac{\hbar}{2} \sin 2\omega_0 t$ ۳. $+\frac{\hbar}{2} \cos \omega_0 t$ ۴. $+\frac{\hbar}{2} \sin \omega_0 t$

۱۰- نمایش ماتریسی عملگر σ_x^2 کدام است ؟

۱. $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ ۲. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ۳. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ۴. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

۱۱- برای یک سیستم دو اسپینی حاصل $S_-^{(i)} \chi_+^{(i)}$ کدام است ؟

۱. $\hbar \chi_+^{(i)}$ ۲. $-\hbar \chi_+^{(i)}$ ۳. $\hbar \chi_-^{(i)}$ ۴. صفر

۱۲- اگر پتانسیل بین دو الکترون به صورت $V(r) = V_1(r) + \frac{1}{\hbar^2} \bar{S}_1 \cdot \bar{S}_2 V_2(r)$ باشد کدامیک از عملگرهای زیر با جمله دوم

جابجایی نمی باشد؟

۱. S_2^2 ۲. S_1^2 ۳. S_{1z} ۴. S_z

۱۳- اگر اختلال یک سیستم کوانتومی مقدار ثابتی باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱. میزان جابجایی انرژی مرتبه دوم برای تمام ترازهای انرژی صفر است .
۲. میزان جابجایی انرژی مرتبه اول برای تمام ترازهای انرژی صفر است .
۳. میزان جابجایی انرژی مرتبه دوم برای تمام ترازهای انرژی غیر صفر است .
۴. میزان جابجایی انرژی مرتبه اول و دوم برای تمام ترازهای انرژی صفر است .

۱۴- تغییر انرژی الکترون هر اتم هیدروژن در حالت پایه تحت تأثیر میدان الکتریکی یکنواخت E (در جهت z) در اختلال مرتبه اول چقدر است ؟

۱. $\hbar$ ۲. $2\hbar$ ۳. $3\hbar$ ۴. صفر

۱۵- اثر اشتراک تا مرتبه اول اختلال در اتم هیدروژن برای کدام حالت اتفاق می افتد؟

۱. حالت تبگهن ۲. حالت پایه ۳. حالت غیر تبگهن ۴. برای تمام حالت ها

۱۶- برهم کنش اسپین - مدار در یک اتم با افزایش عدد اتمی چه تغییری می کند؟

۱. کاهش می یابد. ۲. افزایش می یابد. ۳. ثابت می ماند. ۴. به نوع اتم بستگی دارد.

۱۷- یک اتم هیدروژن که در سومین حالت برانگیخته خود قرار گرفته است در داخل یک میدان مغناطیسی ضعیف قرار می گیرد. اگر از اسپین الکترون صرف نظر شود تعداد شکافتگی ترازها در داخل میدان چقدر است ؟

۱. 16 ۲. 4 ۳. 3 ۴. 7

۱۸- در طیف اتمی ، ساختار فوق ریز ناشی از تصحیحات مربوط به کدامیک از برهم کنش های زیر است ؟

۱. برهم کنش اسپین الکترون و اندازه حرکت زاویه ای الکترون
۲. برهم کنش اسپین الکترون و میدان الکتریکی خارجی
۳. برهم کنش اسپین الکترون با میدان مغناطیسی ناشی از گشتاور مغناطیسی ذاتی هسته
۴. برهم کنش به نوع اتم وابسته است.

۱۹- کدام گزینه حالت اسپین سه تایی یک سیستم دو الکترونی نمی باشد؟

۱. $\chi_+^{(1)} \chi_+^{(2)}$ ۲. $\chi_-^{(1)} \chi_-^{(2)}$ ۳. $\frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_+^{(1)} \chi_-^{(2)} - \chi_-^{(1)} \chi_+^{(2)})$ ۴. $\frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_+^{(1)} \chi_-^{(2)} + \chi_-^{(1)} \chi_+^{(2)})$

۲۰- ویژه مقادیر عملگر پاریته P_{12} چقدر است ؟

۱. $\pm 1, 0$ ۲. ± 1 ۳. $+1, 0$ ۴. $-1, 0$

۲۱- دستگاههایی که از ذرات یکسان با اسپین درست تشکیل شده اند با کدام توابع موج توصیف می شوند؟

۱. متقارن

۲. پادمتقارن

۳. متقارن و پادمتقارن

۴. به نوع ذرات بستگی دارد.

۲۲- انرژی اتم هلیوم در اولین حالت برانگیخته چقدر است ؟

۱. $-108.8eV$

۲. $54.4eV$

۳. $-68eV$

۴. $-13.6eV$

۲۳- کدام گزینه در مورد جابجایی انرژی اتم هلیوم در اولین حالت برانگیخته درست است ؟

۱. جابجایی انرژی در حالت سه تایی برابر حالت تک تایی می باشد.

۲. جابجایی انرژی در حالت سه تایی کمتر از حالت تک تایی می باشد.

۳. جابجایی انرژی در حالت سه تایی بیشتر از حالت تک تایی می باشد.

۴. جابجایی انرژی در هر دو حالت سه تایی و تک تایی صفر است.

۲۴- کدام رابطه پیمانه لورنتز نامیده می شود ؟

۱. $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(r,t) = 0$

۲. $\vec{\nabla} \times \vec{A}(r,t) = 0$

۳. $\vec{\nabla} \times \vec{A}(r,t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi(r,t)}{\partial t} = 0$

۴. $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(r,t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi(r,t)}{\partial t} = 0$

۲۵- کدام گزینه ارتباط بین میدان الکتریکی با پتانسیل های عددی و برداری به درستی نشان می دهد ؟

۱. $\vec{E}(r,t) = -\frac{\partial \vec{A}(r,t)}{\partial t} - \vec{\nabla} \Phi(r,t)$

۲. $\vec{E}(r,t) = \frac{\partial \vec{A}(r,t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \Phi(r,t)$

۳. $\vec{E}(r,t) = \frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A}(r,t)$

۴. $\vec{E}(r,t) = \frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{A}(r,t)$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- ویژه مقادیر نمایش ماتریسی $\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ بدست آورید ؟

۱.۲۰ نمره

۲- اندازه گیری S_x برای یک سیستم اسپین $\frac{1}{2}$ منجر به مقدار ویژه $+\frac{\hbar}{2}$ می شود. اگر پس از آن اندازه گیری

$S_x \cos \phi + S_y \sin \phi$ انجام شود احتمال نتیجه مقدار $+\frac{\hbar}{2}$ را محاسبه کنید.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	الف
2	ج
3	ب
4	د
5	الف
6	د
7	ج
8	ب
9	الف
10	د
11	ج
12	ج
13	الف
14	د
15	الف
16	ب
17	د
18	ج
19	ج
20	ب
21	الف
22	ج
23	ب
24	د
25	الف

۱- حاصل $[[[L_y, L_z], L_y], L_x]$ کدام است؟

۱. $-i\hbar^2 L_y$ ۲. $-i\hbar^2 L_x$ ۳. $-i\hbar^2 L_z$ ۴. صفر

۲- در معادلات ویژه مقادری L_z و L^2 حقیقی بودن مقادیر l و m با کدام گزینه تائید می شود؟

۱. عملگرهای L_z و L^2 ویژه توابع همزمان دارند.
۲. عملگرهای L_z و L^2 جابجاپذیر هستند.
۳. عملگرهای L_z و L^2 با هامیلتونی جابجا می شوند.
۴. عملگرهای L_z و L^2 هرمیتی هستند.

۳- از اثر عملگر L_z روی کدام گزینه $Y_{r,\varphi}(\theta, \varphi) = Ae^{i\varphi} \sin^2 \theta \cos \theta$ حاصل می شود؟

۱. $Be^{i\varphi} (\Delta \cos^2 \theta - \cos \theta)$ ۲. $Be^{i\varphi} \sin \theta (\Delta \cos^2 \theta - 1)$
۳. $Be^{i\varphi} \sin \theta \cos^2 \theta$ ۴. $Be^{i\varphi} \sin^2 \theta \cos^2 \theta$

۴- حالت $Y_{\varphi,\varphi}(\theta, \varphi)$ با کدام گزینه می تواند متناسب باشد؟

۱. $\sin^4 \theta$ ۲. $\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ ۳. $\sin \theta \cos^3 \theta$ ۴. $\cos^4 \theta$

۵- طبق قضیه بسط، کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \langle \theta', \varphi' | l, m \rangle \langle l, m | \theta, \varphi \rangle = \frac{1}{\sin \varphi} \delta(\theta - \theta') \delta(\varphi - \varphi')$

۲. $\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \langle \theta', \varphi' | l, m \rangle \langle l, m | \theta, \varphi \rangle = 1$

۳. $\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \langle \theta', \varphi' | l, m \rangle \langle l, m | \theta, \varphi \rangle = \frac{1}{\sin \theta} \delta(\theta - \theta') \delta(\varphi - \varphi')$

۴. $\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \langle \theta', \varphi' | l, m \rangle \langle l, m | \theta, \varphi \rangle = \delta(\theta - \theta') \delta(\varphi - \varphi')$

۶- مقدار $\langle \frac{1}{r} \rangle$ برای اتم هیدروژن گونه با $Z = 1$ و تابع موج $R_{\varphi\varphi}(r)$ کدام است؟

۱. $\frac{64}{\sqrt{a_0^3}}$ ۲. $\frac{4}{\sqrt{a_0^3}}$ ۳. $\frac{2}{\sqrt{a_0^3}}$ ۴. $\frac{64}{2\sqrt{a_0^3}}$

۷- کدامیک از توابع زیر در مبدا ($\rho=0$) نامنظم است؟

۴. $\frac{\sin \rho}{\rho^2}$

۳. $\frac{\sin \rho}{\rho}$

۲. $\frac{\sin^2 \rho}{\rho^2}$

۱. $\frac{e^{-\rho}}{\rho}$

۸- برای حالت $l=1$ ماتریس $L_x L_y$ کدام است؟

۴. $\frac{1}{2} \hbar^2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

۳. $\frac{1}{2} \hbar^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

۲. $\frac{1}{2} i \hbar^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

۱. $\frac{1}{2} i \hbar^2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

۹- ویژه مقادیر ماتریس $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام گزینه است؟

۴. $\lambda = 0, \pm \sqrt{2}$

۳. $\lambda = 0, \pm 1$

۲. $\lambda = 0, \pm \sqrt{2}i$

۱. $\lambda = 0, \pm i$

۱۰- در رابطه $M = C^+ A C$ ، اگر ماتریس M یک ماتریس قطری باشد، در مورد ماتریس های A و C چه می توان گفت؟

۲. ماتریس C هرمیتی و ماتریس A هامیلتونی است.

۱. ماتریس C یکانی و ماتریس A هرمیتی است.

۴. ماتریس C متعامد و ماتریس A یکانی است.

۳. ماتریس C هامیلتونی و ماتریس A هرمیتی است.

۱۱- حاصل کدام عبارت $\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x$ ماتریس است؟

۴. $\begin{bmatrix} i+1 & 1 \\ i & i-1 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} i-1 & 1 \\ i & i+1 \end{bmatrix}$

۲. $\begin{bmatrix} 1 & 1-i \\ i-1 & 1 \end{bmatrix}$

۱. $\begin{bmatrix} i & 1-i \\ i-1 & i \end{bmatrix}$

۱۲- از اثر عملگر S_- روی $\chi_+^1 \chi_-^2$ کدام گزینه حاصل می شود؟

۴. $\frac{\hbar}{\sqrt{2}} (\chi_+^1 \chi_-^2 + \chi_-^1 \chi_+^2)$

۳. $\hbar \chi_+^1 \chi_-^2$

۲. $\hbar \chi_-^1 \chi_-^2$

۱. صفر

۱۳- چهار فرمیون مشابه با حالت اسپینی یکسان و سه بوزون مشابه را در یک چاه پتانسیل $V(x)$ قرار داده ایم. اگر طیف

انرژی برای هر دو گونه ذره $E_n = nE_0$ باشد، انرژی حالت پایه سیستم کدام است؟

۴. $11E_0$

۳. $10E_0$

۲. $9E_0$

۱. $13E_0$

۱۴- تابع حالت ذره ای با اسپین $\frac{1}{2}$ در لحظه t برابر $\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} e^{-i\omega t} \\ 2e^{i\omega t} \end{bmatrix}$ است. مقدار $\langle S_y \rangle$ کدام است؟

۴. $\frac{2}{5} \hbar \sin(2\omega t)$

۳. $\frac{2}{5} \hbar \cos(2\omega t)$

۲. $\frac{2}{5} \hbar \sin(\omega t)$

۱. صفر

۱۵- تابع حالت یک اتم هیدروژن به صورت $\psi(r) = (2\psi_{100} + 5\psi_{200} + \sqrt{7}\psi_{210} - 2i\psi_{211})\chi_+$ است. این تابع حالت می تواند ویژه حالت همزمان چه عملگرهایی باشد؟

۱. S_z, S^2, L^2 ۲. S_z, L_z, S^2 ۳. L^2, L_z, H ۴. L^2, S^2, H

۱۶- وقتی در اتم هیدروژن واقعی اثر اختلالی اسپین مدار را در نظر می گیریم، برای تابع موج $R_{fr}(r)$ چند حالت تبهگن (واگن) برای هامیلتونی غیراختلالی خواهیم داشت؟

۱. 32 ۲. 12 ۳. 14 ۴. 16

۱۷- اگر تابع موج ذره ای با اسپین $\frac{1}{2}$ برابر $\psi(r, \theta, \phi) = R(r) [C_1 Y_{10}(\theta, \phi) \chi_+ + C_2 Y_{11}(\theta, \phi) \chi_-]$ باشد، در این صورت در رابطه $J_z \psi(r, \theta, \phi) = A \hbar \psi(r, \theta, \phi)$ ، عدد Λ کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. $\frac{3}{2}$ ۳. صفر ۴. $C_1 - C_2$

۱۸- کدام گزینه در مورد پاریده ذرات یا اتم ها صحیح است؟

۱. پاریده حالت پایه اتم پوزیترونیم مثبت است.
۲. پاریده ذاتی پوزیترون منفی است.
۳. پاریده حالت $l=1$ هیدروژن مثبت است.
۴. نوترون و پروتون پاریده مخالف هم دارند.

۱۹- برای یک گاز الکترونی متراکم، مدول کپه ای B چه نسبتی با چگالی الکترون ها در واحد حجم دارد؟

۱. $B^{\frac{5}{2}} \propto n^{\frac{3}{2}}$ ۲. $B^{\frac{1}{2}} \propto n^{\frac{3}{2}}$ ۳. $B^{\frac{1}{2}} \propto n^{\frac{1}{2}}$ ۴. $B^{\frac{1}{2}} \propto n^{\frac{5}{2}}$

۲۰- کمیت $\frac{eB}{\hbar}$ چه بعد فیزیکی دارد؟ (B میدان مغناطیسی است).

۱. عکس مساحت ۲. مساحت ۳. طول ۴. عکس طول

سوالات تشریحی

۱.۵۰ نمره

۱- برای حالت $Y_{21}(\theta, \phi)$ ویژه مقادیر عملگرهای $\frac{3}{5}L_x - \frac{4}{5}L_y$ و $2L_x - 6L_y + 3L_z$ را پیدا کنید.

۱.۵۰ نمره

۲- ماتریس $M = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ را قطری کنید.

۱.۵۰ نمره

۳- اصل وردشی ریتز را با ذکر مثالی توضیح دهید.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	الف
2	د
3	ب
4	الف
5	ج
6	ب
7	د
8	ب
9	ب
10	الف
11	الف
12	ب
13	الف
14	د
15	ب
16	ج
17	الف
18	ب
19	د
20	الف

۱- حاصل عبارت $\langle Y_{2,1} | L_z | Y_{2,2} \rangle$ کدام است؟

۱. $\sqrt{2}\hbar$ ۲. $\hbar$ ۳. $2\hbar$ ۴. $2\sqrt{2}\hbar$

۲- تعداد ماکزیمم های دامنه احتمال تابع موج شعاعی اتم هیدروژن برای $\psi_{3,1,0}$ کدام است؟

۱. 2 ۲. 3 ۳. 5 ۴. 1

۳- دستگاهی از ذرات با بار e و اسپین $\frac{1}{2}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = B_0 \hat{k}$ قرار می گیرد مقدار چشمداشتی عملگر S_z با کدام گزینه برابر است؟

۱. $\frac{\hbar}{2} \sin \omega t$ ۲. $\frac{\hbar}{2} \cos \omega t$ ۳. 0 ۴. مقداری ثابت

۴- اثرات نسبیتی و اسپین مدار در اتم هیدروژن واقعی تراز $n=2$ را به چند تراز تجزیه می کند؟

۱. 1 ۲. 4 ۳. 2 ۴. 3

۵- ماکزیمم چگالی احتمال برای حالت پایه اتم هیدروژن در چه شعاعی رخ می دهد؟

۱. a_0 ۲. $2a_0$ ۳. $3a_0$ ۴. $\frac{a_0}{2}$

۶- در پدیده بهنجار زیمان چند گذار مجاز بین حالت های $l=1, l=0$ وجود دارد؟

۱. 2 ۲. 3 ۳. 4 ۴. 1

۷- دستگاهی متشکل از دو ذره یکسان با اسپین $\frac{1}{2}$ داریم برای $s=0$ تابع موج فضایی و تحت تعویض نشان اسپینی می باشد.

۱. پادمتقارن - متقارن ۲. دمتقارن - پادمتقارن ۳. متقارن - متقارن ۴. پادمتقارن - پادمتقارن

۸- اولین حالت برانگیخته در اتم هلیوم چندگانه تبهگن است؟

۱. 8 ۲. 6 ۳. 4 ۴. 2

۹- حاصل جابجایی $[L, S]$ کدام گزینه است؟

۱. $-y_{2,-2}^*$ ۲. $-y_{2,2}^*$ ۳. $y_{2,-2}^*$ ۴. $y_{2,2}^*$

۱۰- $y_{2,-2}$ با کدام گزینه زیر برابر است؟

۱. متوسط تکانه زاویه ای همیشه صفر است.
۲. متوسط مولفه تکانه خطی ذره ثابت حرکت است.
۳. متوسط تکانه زاویه ای ذره در راستای این محور دوران بطور خطی با زمان تغییر می کند.
۴. متوسط تکانه زاویه ای ذره در راستای این محور دوران ثابت حرکت است.

۱۱- اگر هامیلتونی ذره ای تحت دوران حول محوری ناورداء باشد کدام گزینه درست است؟

۱. متوسط تکانه زاویه ای همیشه صفر است.
۲. متوسط مولفه تکانه خطی ذره ثابت حرکت است.
۳. متوسط تکانه زاویه ای ذره در راستای این محور دوران بطور خطی با زمان تغییر می کند.
۴. متوسط تکانه زاویه ای ذره در راستای این محور دوران ثابت حرکت است.

۱۲- کدام گزینه زیر نشان می دهد تکانه زاویه ای ثابت حرکت است؟

۱. $[p_x, L_z] = 0$ ۲. $[L, S] = 0$ ۳. $[L, H] = 0$ ۴. $[L, H] = i\hbar$

۱۳- مقدار انتظاری $\langle \frac{1}{r} \rangle$ برای حالت پایه یک اتم هیدروژن گونه با عدد اتمی Z کدام است؟

۱. $\frac{Z}{a_0}$ ۲. $\frac{a_0}{Z}$ ۳. $\frac{a_0}{4Z}$ ۴. $\frac{Z}{4a_0}$

۱۴- در داخل یک ابررسانا میدان مغناطیسی B صفر است این اثر مرتبط با کدام گزینه زیر است؟

۱. اشتراک ۲. پائولی ۳. بوهم ۴. مایسنر

۱۵- اگر A^+ عملگر افزایشده در نوسانگر هارمونیک باشد حاصل $\langle 3|A^+|2 \rangle$ برابر است با:

۱. ۰ ۲. $\sqrt{3}$ ۳. $\sqrt{2}$ ۴. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۶- حاصل $S_{-}\chi_{+}$ چیست؟

۱. 0 ۲. $\hbar\chi_{-}$ ۳. $-\hbar\chi_{-}$ ۴. $\hbar\chi_{+}$

۱۷- تغییر انرژی الکترون اتم هیدروژن در حالت زمینه تحت تاثیر میدان الکتریکی یکنواخت در اختلال مرتبه اول برابر است با:

۱. 0 ۲. $3eEa_0$ ۳. eEa_0 ۴. $\frac{3}{2}eEa_0$

۱۸- تابع موج فرمیون ها می باشد و ذراتی که از آمار بوز اینیشتین پیروی می کنند دارای اسپین می باشند.

۱. متقارن - صحیح ۲. پادمقارن - صحیح
۳. متقارن - نیمه صحیح ۴. پادمقارن - نیمه صحیح

۱۹- یک ذره در پتانسیل $\frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)$ قرار دارد. تبهگنی تا سومین تراز انرژی چقدر است؟

۱. 3 ۲. 10 ۳. 12 ۴. 9

۲۰- توزیع احتمال تابع شعاعی اتم هیدروژن کدام گزینه است؟

۱. $|R_{nl}|^2$ ۲. $r^2 |R_{nl}|$ ۳. $r^2 |R_{nl}|^2$ ۴. $r |R_{nl}|^2$

سوالات تشریحی

۱.۵۰ نمره

۱- اندازه گیری دستگاه S_x با اسپین $\frac{1}{2}$ مقدار $\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه می دهد. آنگاه عملگر $S_x \cos \varphi + S_y \sin \varphi$ را اندازه می گیرند، احتمال اینکه نتیجه $\frac{\hbar}{2}$ بدست آید چقدر است؟

۱.۵۰ نمره

۲- با استفاده از عملگر بالابرنده و یا پایین برنده ویژه توابع $y_{l,m}(\theta, \varphi)$ را به ازای $l=2$ و $m=0,1,2$ بدست آورید؟ ($y_{2,2} = A \sin^2 \theta e^{2i\varphi}$)

۱.۵۰ نمره

۳- یک مولکول متشکل از دو اتم یکسان را در نظر بگیرید و فرض کنید هامیلتونی این مولکول بصورت $\frac{L^2}{2I}$ باشد که I گشتاور لختی دورانی مولکول است. طیف انرژی و ویژه توابع این مولکول را در حالتی که تابع موج دو اتم دارای اسپین $\frac{1}{2}$ و در حالت تکتایی باشند را حساب کنید؟

نمبر سوال	ياسخ صحیح
1	ب
2	الف
3	الف
4	الف
5	الف
6	الف
7	الف
8	الف
9	الف
10	الف
11	الف
12	الف
13	الف
14	الف
15	الف
16	الف
17	الف
18	الف
19	الف
20	الف

۱- حاصل عبارت $\langle Y_{2,1} | L_- | Y_{2,2} \rangle$ کدام است؟

۱. $\sqrt{2}\hbar$ ۲. $\hbar$ ۳. $2\hbar$ ۴. $2\sqrt{2}\hbar$

۲- تعداد ماکزیمم های دامنه احتمال تابع موج شعاعی اتم هیدروژن برای $\psi_{3,1,0}$ کدام است؟

۱. 2 ۲. 3 ۳. 5 ۴. 1

۳- دستگاهی از ذرات با بار e و اسپین $\frac{1}{2}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = B_0 \hat{k}$ قرار می گیرد مقدار چشمداشتی عملگر S_z با کدام گزینه برابر است؟

۱. $\frac{\hbar}{2} \sin \omega t$ ۲. $\frac{\hbar}{2} \cos \omega t$ ۳. 0 ۴. مقداری ثابت

۴- اثرات نسبیتی و اسپین مدار در اتم هیدروژن واقعی تراز $n=2$ را به چند تراز تجزیه می کند؟

۱. 1 ۲. 4 ۳. 2 ۴. 3

۵- ماکزیمم چگالی احتمال برای حالت پایه اتم هیدروژن در چه شعاعی رخ می دهد؟

۱. a_0 ۲. $2a_0$ ۳. $3a_0$ ۴. $\frac{a_0}{2}$

۶- در پدیده بهنجار زیمان چند گذار مجاز بین حالت های $l=1, l=0$ وجود دارد؟

۱. 2 ۲. 3 ۳. 4 ۴. 5

۷- دستگاهی متشکل از دو ذره یکسان با اسپین $\frac{1}{2}$ داریم برای $s=0$ تابع موج فضایی و تحت تعویض نشان اسپینی می باشد.

۱. پادمتقارن - متقارن ۲. متقارن - پادمتقارن ۳. متقارن - متقارن ۴. پادمتقارن - پادمتقارن

۸- اولین حالت برانگیخته در اتم هلیوم چندگانه تبهگن است؟

۱. 8 ۲. 6 ۳. 4 ۴. 2

۹- حاصل جابجایی $[L, S]$ کدام گزینه است؟

۱. 0 ۲. 0/5 ۳. $i\hbar$ ۴. 1

۱۰- $y_{2,-2}$ با کدام گزینه زیر برابر است؟

۱. $-y_{2,-2}^*$ ۲. $-y_{2,2}^*$ ۳. $y_{2,-2}^*$ ۴. $y_{2,2}^*$

۱۱- اگر هامیلتونی ذره ای تحت دوران حول محوری ناوردا باشد کدام گزینه درست است؟

۱. متوسط تکانه زاویه ای همیشه صفر است
۲. متوسطه مولفه تکانه خطی ذره ثابت حرکت است
۳. متوسط مولفه تکانه زاویه ای ذره در راستای این محور دوران بطور خطی با زمان تغییر میکند.
۴. متوسط تکانه زاویه ای ذره در راستای این محور دوران ثابت حرکت است.

۱۲- کدام گزینه زیر نشان می دهد تکانه زاویه ای ثابت حرکت است؟

۱. $[p_x, L_z] = 0$ ۲. $[L, S] = 0$ ۳. $[L, H] = 0$ ۴. $[L, H] = i\hbar$

۱۳- مقدار انتظاری $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle$ برای حالت پایه یک اتم هیدروژن گونه با عدد اتمی Z کدام است؟

۱. $\frac{z}{a_0}$ ۲. $\frac{a_0}{z}$ ۳. $\frac{a_0}{4z}$ ۴. $\frac{z}{4a_0}$

۱۴- در داخل یک ابررسانا میدان مغناطیسی B صفر است این اثر مرتبط با کدام گزینه زیر است؟

۱. اشتارک ۲. پائولی ۳. بوهم ۴. مایسنر

۱۵- اگر A^+ عملگر افزایشده در نوسانگر هارمونیک باشد حاصل $\langle 3|A^+|2 \rangle$ برابر است با:

۱. 0 ۲. $\sqrt{3}$ ۳. $\sqrt{2}$ ۴. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۶- حاصل $S_{-}\chi_{+}$ چیست؟

۱. 0 ۲. $\hbar\chi_{+}$ ۳. $-\hbar\chi_{+}$ ۴. $\hbar\chi_{-}$

۱۷- تغییر انرژی الکترون اتم هیدروژن در حالت زمینه تحت تاثیر میدان الکتریکی یکنواخت در اختلال مرتبه اول برابر است با:

۱. 0 ۲. $3eEa_0$ ۳. eEa_0 ۴. $\frac{3}{2}eEa_0$

۱۸- تابع موج فرمیون ها می باشد و ذراتی که از آمار بوز اینیشتین پیروی می کنند دارای اسپین می باشند.

۱. متقارن - صحیح
۲. پادمتقارن - صحیح
۳. متقارن - نیمه صحیح
۴. پاد متقارن - نیمه صحیح

۱۹- یک ذره در پتانسیل $\frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)$ قرار دارد. تبهگنی تا سومین تراز انرژی چقدر است؟

۱. 3
۲. 10
۳. 12
۴. 9

۲۰- توزیع احتمال تابع شعاعی اتم هیدروژن کدام گزینه است؟

۱. $|R_{nl}|^2$
۲. $r^2|R_{nl}|$
۳. $r^2|R_{nl}|^2$
۴. $r|R_{nl}|^2$

سوالات تشریحی

۱- اندازه گیری دستگاه S_x با اسپین $\frac{1}{2}$ مقدار $\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه می دهد. آنگاه عملگر $S_x \cos \varphi + S_y \sin \varphi$ را اندازه می گیرند، احتمال اینکه نتیجه $\frac{\hbar}{2}$ بدست آید چقدر است؟

۲- با استفاده از عملگر بالابرنده و یا پایین برنده ویژه توابع $y_{l,m}(\theta, \varphi)$ را به ازای $l=2$ و $m=0,1,2$ بدست آورید؟ ($y_{2,2} = A \sin^2 \theta e^{2i\varphi}$)

۳- یک مولکول متشکل از دو اتم یکسان را در نظر بگیرید و فرض کنید هامیلتونی این مولکول بصورت $\frac{L_z^2}{2I}$ باشد که I گشتاور لختی دورانی مولکول است. طیف انرژی و ویژه توابع این مولکول را در حالتی که تابع موج دو اتم دارای اسپین $\frac{1}{2}$ و در حالت تکتابی باشند را حساب کنید؟

۴- ذره بارداری را که در نوسانگر هماهنگ که برای آن $H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ می باشد دستخوش میدان الکتریکی ثابتی است و در نتیجه $H_1 = qEx$: جابجایی تراز n ام را تا مرتبه اول در qE محاسبه کنید؟

باسمك صحيح
شمار
سواب

1	ب
2	الف
3	الف
4	الف
5	الف
6	الف
7	الف
8	الف
9	الف
10	الف
11	الف
12	الف
13	الف
14	الف
15	الف
16	الف
17	الف
18	الف
19	الف
20	الف

۱- مقدار S_z برای حالت ${}^2P_{1/2}$ کدام است؟

۱. $-\frac{1}{4}\hbar$ ۲. $\frac{3}{4}\hbar$ ۳. $\frac{3}{2}\hbar$ ۴. $-\frac{3}{4}\hbar$

۲- اگر اسپین هسته $I = \frac{7}{2}$ و اندازه حرکت زاویه ای کل الکترون $J = \frac{3}{2}$ باشد، عدد کوانتومی کل چه مقادیری می تواند داشته باشد؟

۱. ۲, ۳, ۴, ۵ ۲. $\pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$ ۳. $\pm 2, \pm 5$ ۴. ۲, ۵

۳- ویژه مقادیر ماتریس L_x برای حالت $\ell = 1$ کدام هستند؟

۱. $\lambda = 0, \pm i\sqrt{2}$ ۲. $\lambda = 0, \pm i$ ۳. $\lambda = 0, \pm 1$ ۴. $\lambda = 0, \pm\sqrt{2}$

۴- برای $\ell = 1$ ، حاصل ماتریسی 2L_y کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

۵- حاصل $\text{Tr}[L_x, L_z]$ برای حالت $\ell = 2$ کدام است؟

۱. $-i\hbar$ ۲. $2i\hbar$ ۳. $2\hbar$ ۴. صفر

۶- حاصل $\langle \frac{1}{r^2} \rangle$ برای اتم هیدروژن و تابع موج $R_{r,r}(r)Y_{r,r}(\theta, \varphi)$ کدام است؟

۱. $\frac{5}{18a_0^2}$ ۲. $\frac{2}{48a_0^2}$ ۳. $\frac{2}{9a_0^2}$ ۴. $\frac{5}{9a_0^2}$

۷- اگر $Y_{r,r}(\theta, \varphi) = Ae^{r i \varphi} \sin^r \theta$ باشد، در این صورت $Y_{r,r}(\theta, \varphi)$ کدام خواهد بود؟

۱. $Y_{r,r}(\theta, \varphi) = Be^{r i \varphi} \cos^r \theta \sin^r \theta$ ۲. $Y_{r,r}(\theta, \varphi) = Be^{r i \varphi} \cos^r \theta$ ۳. $Y_{r,r}(\theta, \varphi) = Be^{r i \varphi} \sin^r \theta$ ۴. $Y_{r,r}(\theta, \varphi) = Be^{r i \varphi} \sin^r \theta \cos \theta$

۸- حاصل $\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l Y_{l,m}^*(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}) Y_{l,m}(\theta, \varphi)$ کدام است؟

۱. $\frac{\sqrt{3}}{2} \delta(\theta - \frac{\pi}{6}) \delta(\varphi - \frac{\pi}{3})$ ۲. $2 \delta(\theta - \frac{\pi}{6}) \delta(\varphi - \frac{\pi}{3})$ ۳. $\frac{\sqrt{3}}{2} \delta(\theta - \frac{\pi}{3}) \delta(\varphi - \frac{\pi}{6})$ ۴. $2 \delta(\theta - \frac{\pi}{3}) \delta(\varphi - \frac{\pi}{6})$

۹- حاصل $\langle 4, 2 | L_+ L_- | 4, 2 \rangle$ کدام است؟

۱. $2\sqrt{7}\hbar^2$ ۲. $14\hbar^2$ ۳. $7\sqrt{2}\hbar^2$ ۴. $\sqrt{7}\hbar^2$

۱۰- پس از حل معادله شعاعی برای حالت $n=4$ ، چند حالت تبهگنی وجود دارد؟

۱. ۲۲ . ۲. ۵۰ . ۳. ۲۵ . ۴. ۴۴

۱۱- حاصل $[L_z, [L_+, [L_-, L_+]]]$ کدام است؟

۱. $\frac{2}{\hbar} L_z$. ۲. $\frac{2}{\hbar} L_x$. ۳. $\frac{2}{\hbar} L$. ۴. صفر

۱۲- بردار اسپینی الکترونی به جای قرار گرفتن در صفحه x ، با محور z ها زاویه 90° درجه می سازد. در اینصورت فرکانس حرکت تقدیمی اسپین در میدان مغناطیسی B کدام است؟

۱. $\frac{egB}{2m_e}$. ۲. صفر . ۳. $\frac{egB}{m_e}$. ۴. نامتناهی

۱۳- اگر حالت اولیه تابع موج اسپین ذره ای به صورت $\psi(0) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ و در لحظات بعد $\psi(t) = \begin{bmatrix} ae^{i\omega_0 t/2} \\ be^{i\omega_0 t/2} \end{bmatrix}$ باشد، در اینصورت $\langle S_y \rangle$ کدام است؟

۱. $\frac{\hbar}{2} \cos \omega_0 t$. ۲. $\frac{\hbar}{2} \sin 2\omega_0 t$. ۳. $\frac{\hbar}{2} \cos 2\omega_0 t$. ۴. $\frac{\hbar}{2} \sin \omega_0 t$

۱۴- کدامیک از توابع زیر در نزدیکی مبدا مختصات رفتار نامنظم دارد؟

۱. ρ^2 . ۲. $\frac{\sin^2 \rho}{\rho^2}$. ۳. $\rho \cot \rho$. ۴. $\frac{\cos^2 \rho}{\rho^2}$

۱۵- کدام گزینه در مورد تعامد توابع بسل صحیح است؟

۱. $\int_0^1 x^2 j_l(\alpha_m x) j_l(\alpha_n x) dx = 0$. ۲. $\int_0^\infty x^2 j_l(\alpha_m x) j_l(\alpha_n x) dx = 0$. ۳. $\int_0^\infty x j_l(\alpha_m x) j_l(\alpha_n x) dx = 0$. ۴. $\int_0^1 x j_l(\alpha_m x) j_l(\alpha_n x) dx = 0$

۱۶- اگر A یک ماتریس معمولی، B یک ماتریس هرمیتی و U یک ماتریس یکانی باشند، کدام ماتریس قطری است؟

۱. $B^{-1}UB$. ۲. $U^\dagger AU$. ۳. $B^\dagger AB$. ۴. $B^{-1}AB$

۱۷- حاصل $S_- \chi_-^{(1)} \chi_+^{(2)}$ کدام است؟

۱. $\frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \chi_-^{(1)} \chi_-^{(2)}$. ۲. $\frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \chi_+^{(1)} \chi_-^{(2)}$. ۳. $\sqrt{2} \hbar \chi_-^{(1)} \chi_-^{(2)}$. ۴. صفر

۱۸- در کدام گزینه، اثر میدان الکتریکی روی ترازهای اتم هیدروژن گونه بررسی می شود؟

۱. اثر اسپین - مدار . ۲. اثر عادی زیمان . ۳. اثر غیرعادی زیمان . ۴. اثر اشتارک

۱۹- ویژه بردارهای ماتریس $S_x \cos \phi + S_y \sin \phi$ کدامند؟

$$1. \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} e^{i\phi/2} \\ e^{\pm i\phi/2} \end{bmatrix} \quad 2. \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} e^{\pm i\phi/2} \\ e^{i\phi/2} \end{bmatrix} \quad 3. \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} e^{-i\phi/2} \\ \pm e^{i\phi/2} \end{bmatrix} \quad 4. \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} \pm e^{i\phi/2} \\ e^{-i\phi/2} \end{bmatrix}$$

۲۰- اختلال $H_1 = \epsilon x$ را بر نوسانگر $H_0 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 + \frac{p^2}{2m}$ اعمال می کنیم. در اینصورت کدام گزینه صحیح است؟

۱. مرکز پتانسیل $\frac{4}{m\omega^2}$ جابجا می شود و انرژی $\frac{8}{m\omega^2}$ بالا می رود.
۲. مرکز پتانسیل $-\frac{4}{m\omega^2}$ جابجا می شود و انرژی $\frac{8}{m\omega^2}$ پائین می آید.
۳. مرکز پتانسیل $\frac{4}{m\omega^2}$ جابجا می شود و انرژی $\frac{16}{m\omega^2}$ بالا می رود.
۴. مرکز پتانسیل $-\frac{4}{m\omega^2}$ جابجا می شود و انرژی $\frac{16}{m\omega^2}$ پائین می آید.

سوالات تشریحی

۱- در مورد جوابهای معادله شعاعی $\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] R(r) + k^2 R(r) = 0$ و برای ذره آزاد به ازای مقادیر مختلف ℓ بحث کنید.

۲- عبارت های $S.L \left| \ell \pm \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2} \right\rangle$ را محاسبه کنید.

۳- معادلات الکترومغناطیسی ماکسول را نوشته و با استفاده از آنها و به همراه معادله پیوستگی، پیمانه کولمب را به دست آورید.

۴- ماتریس یکانی قطری کننده ماتریس $\begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ را بیابید.

نمبر رد سواب	ياسخ صحيح
1	ب
2	الف
3	د
4	الف
5	د
6	ب
7	د
8	الف
9	ب
10	ج
11	ج
12	الف
13	الف
14	د
15	الف
16	ب
17	ب
18	د
19	ج
20	ب

۱- کدام مجموعه عملگرها، ویژه توابع همزمان دارند؟

۱. $H, L_x, L_{\pm}$ ۲. $H, L_z, L_{\pm}$ ۳. H, L^2, L_x ۴. H, L_x, L_y

۲- حاصل $[L_y, [L_z, [L_x, L_z]]]$ کدام است؟

۱. $i/\hbar L_x$ ۲. $i/\hbar L_y$ ۳. $i/\hbar L_z$ ۴. صفر

۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱. $[L_{\pm}, L_z] = \mp \hbar L_{\pm}$ ۲. $L_- L_+ = L^2 - L_z^2 + \hbar L_z$ ۳. $L_+ L_- = L^2 - L_z^2 - \hbar L_z$ ۴. $[L_{\pm}, L_z] = \pm \hbar L_{\pm}$

۴- با استفاده از L_- و $Y_{r,0}(\theta, \varphi) = B e^{i\varphi} \sin^r \theta$ ، ویژه تابع $Y_{r,0}(\theta, \varphi)$ کدام گزینه می تواند باشد؟

۱. $A e^{i\varphi} r \sin \theta \cos \theta$ ۲. $A e^{i\varphi} \sin \theta \cos \theta$ ۳. $A(r \cos^r \theta - 1)$ ۴. $A e^{i\varphi} \sin \theta \cos \theta$

۵- هامیلتونی هر پتانسیل مرکزی فقط به بستگی دارد و بنابراین همه ویژه مقادیر انرژی، تبهگنی برابر خواهند داشت.

۱. L_x و $2n$ ۲. L^2 و $(2l+1)$ ۳. r و $(2l+1)$ ۴. L_z و $(2l+1)$

۶- معمولاً تبهگنی از ناشی می شود.

۱. تغییرات انرژی ۲. مدارهای بیضوی ۳. حرکت تقدیمی ۴. وجود ثابت حرکت اضافی

۷- حاصل $\langle r^2 \rangle$ برای تابع موج $R_{32}(r)$ اتم هیدروژن کدام است؟

۱. $\frac{9}{5} a_0^2$ ۲. $\frac{1}{5} a_0^2$ ۳. a_0^2 ۴. $\frac{9}{20} a_0^2$

۸- در معادله $\frac{d^2 u}{d\rho^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} u + u = 0$ ، در چه صورت جوابی به صورت $\frac{\sin \rho}{\rho}$ دارد؟

۱. $\ell \neq 0$ ، $\rho \longrightarrow 0$ ۲. $\ell = 0$ ، $\rho \longrightarrow \infty$ ۳. $\ell \neq 0$ ، $\rho \longrightarrow \infty$ ۴. $\ell = 0$ ، $\rho \longrightarrow 0$

۹- انرژی اختلال ناشی از اثر اسپین - مدار در اتم های هیدروژن گونه با کدام گزینه متناسب است؟

۱. $\langle \frac{1}{r^2} \rangle$ ۲. $\langle r^2 \rangle$ ۳. $\langle r^2 \rangle$ ۴. $\langle \frac{1}{r^2} \rangle$

۱۰- ویژه مقادیر ماتریس $\begin{bmatrix} e^{i\beta} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\beta} \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱. $\lambda = 0, \lambda = \pm i$ ۲. $\lambda = 1, \lambda = \pm i\beta$ ۳. $\lambda = 1, \lambda = e^{\pm i\beta}$ ۴. $\lambda = 0, \lambda = \pm i\beta$

۱۱- اگر U ماتریس یکانی و A ماتریس هرمیتی باشد، در اینصورت کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\text{Tr}A = 0$. ۲. $\text{Tr}[A, U] = 0$. ۳. $\text{Tr}U = 0$. ۴. $[A, U] = 0$.

۱۲- ویژه بردارهای عملگر $S_x \cos \phi + S_y \sin \phi$ کدامند؟

۱. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{\pm i\phi/2} \\ \mp e^{i\phi/2} \end{bmatrix}$. ۲. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{\pm i\phi/2} \\ \pm e^{i\phi/2} \end{bmatrix}$. ۳. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{\pm i\phi/2} \\ \pm e^{i\phi/2} \end{bmatrix}$. ۴. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{-i\phi/2} \\ \pm e^{i\phi/2} \end{bmatrix}$.

۱۳- کدام گزینه در مورد ماتریس های پائولی صحیح است؟

۱. $\det(\sigma_i) = 0$. ۲. $\det(\sigma_i^T) = 0$. ۳. $\det(\sigma_i^T) = -1$. ۴. $\det(\sigma) = 1$.

۱۴- حاصل $S_- \chi_-^{(1)} \chi_-^{(2)}$ کدام است؟

۱. $A \chi_+^{(1)} \chi_+^{(2)}$. ۲. $A(\chi_-^{(1)} \chi_+^{(2)} - \chi_+^{(1)} \chi_-^{(2)})$. ۳. $A(\chi_-^{(1)} \chi_+^{(2)} + \chi_+^{(1)} \chi_-^{(2)})$. ۴. صفر .

۱۵- اثر خطی استارک سبب شکافتگی حالت های $n=2$ می شود. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱. این حالتها در حضور میدان الکتریکی دیگر ویژه حالت های L_z نیستند.
۲. این حالتها در حضور میدان الکتریکی ویژه حالت های L^2 هستند.
۳. این حالتها در حضور میدان الکتریکی دیگر ویژه حالت های L^2 نیستند.
۴. در این حالتها L_z ثابت حرکت خوبی نیست.

۱۶- ساختار فوق ریز در کدام گزینه بیان شده است؟

۱. اختلال در اثر نسبیتی حرکت الکترون
۲. اختلال اثر اسپین هسته و تکانه زاویه ای کل الکترون
۳. اختلال در اثر جرم کاهش یافته
۴. اختلال در اثر اسپین مدار الکترون

۱۷- مقدار $S \cdot J$ برای حالت 3P_1 چقدر است؟

۱. $\frac{3}{4} \hbar^2$. ۲. $\frac{1}{4} \hbar^2$. ۳. $\frac{3}{2} \hbar^2$. ۴. صفر .

۱۸- در اتم ها، کدام پدیده از نیروهای تعویض سرچشمه می گیرد؟

۱. اصل طرد پائولی . ۲. ابررسانائی . ۳. فرومغناطیس . ۴. قاعده هوند .

۱۹- کدام گزینه یک تبدیل پیمانه ای را بیان می کند؟

۱. $A'(r, t) = A(r) + \frac{\partial}{\partial t} g(r, t), \phi'(r, t) = \phi(r, t) - \nabla g(r, t)$

۲. $\nabla \cdot A(r) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial t} = 0$

۳. $\nabla \cdot A(r) = 0$

۴. $A'(r, t) = A(r) - \nabla g(r, t), \phi'(r, t) = \phi(r, t) + \frac{\partial}{\partial t} g(r, t)$

۲۰- پیمانه لورنتز کدام است؟

۱. $A = -\frac{1}{r} \times B$

۲. $\nabla \cdot A(r) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial t} = 0$

۳. $\nabla \cdot A(r) = 0$

۴. $\nabla \times A = B$

سوالات تشریحی

۱/۵۰ نمر

۱- ویژه مقدارهای ماتریس $\begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta e^{-i\alpha} \\ -\sin \beta e^{i\alpha} & \cos \beta \end{bmatrix}$ را به دست آورید.

۱/۵۰ نمر

۲- با استفاده از $L_{\pm} = L_x \pm iL_y$ ، حاصل $[L_+, L_-]$ ، $[L_z, L_{\pm}]$ و L_+L_- را به دست آورید.

۱/۵۰ نمر

۳- حاصل $\hat{S} \cdot \hat{L} \left| \ell \pm \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2} \right\rangle$ را به دست آورید.

۱/۵۰ نمر

۴- به طور مختصر اصل وردش ریلی ریتز را توضیح دهید.

شماره
سوال

پاسخ صحیح

- | | |
|----|-----|
| 1 | ج |
| 2 | ج |
| 3 | الف |
| 4 | د |
| 5 | ب |
| 6 | د |
| 7 | الف |
| 8 | د |
| 9 | الف |
| 10 | ج |
| 11 | ب |
| 12 | د |
| 13 | الف |
| 14 | د |
| 15 | ج |
| 16 | ب |
| 17 | الف |
| 18 | ج |
| 19 | د |
| 20 | ب |