

عنوان درس: ریاضیات گسسته

۱- کدام گزینه درست است؟

۱. $\neg p \vee q \equiv \neg p \wedge \neg q$
 ۲. $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
 ۳. $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee q$
 ۴. $\neg p \vee q \equiv \neg(p \vee q)$

۲- با توجه به $[p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \rightarrow \neg q)]$ کدام گزاره را می تواند نتیجه دهد؟

۱. $\neg s$
 ۲. $\neg s \wedge t$
 ۳. s
 ۴. $s \wedge t$

۳- ساده شده دوگان $[(p \vee T) \wedge (q \vee F)] \vee (r \wedge s \wedge T)$ گزاره کدام است؟

۱. $q \vee (r \wedge s)$
 ۲. $q \vee (r \rightarrow s)$
 ۳. $q \wedge (r \wedge s)$
 ۴. $q \rightarrow (r \wedge s)$

۴- نقیض گزاره سوردار $\forall x \exists y \forall i, j, k (x = 2i \wedge y = 3j \rightarrow xy = 6k)$ کدام است؟

۱. $\exists x \forall y \exists i, j, k (x = 2i \vee y = 3j \vee xy = 6k)$
 ۲. $\exists x \forall y \exists i, j, k (x \neq 2i \vee y \neq 3j \vee xy = 6k)$
 ۳. $\exists x \forall y \exists i, j, k (x = 2i \wedge y = 3j \wedge xy \neq 6k)$
 ۴. $\exists x \forall y \exists i, j, k (x \neq 2i \vee y = 3j \rightarrow xy \neq 6k)$

۵- اگر $A = B = \{a, b, c, d\}$ و $R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, a), (d, c), (c, b)\}$ باشد و نیز $A_1 = \{c, d\}$ ، در این صورت $R(A_1)$ کدام است؟

۱. $R(A_1) = \{(c, a), (d, c)\}$
 ۲. $R(A_1) = \{a, c, d\}$
 ۳. $R(A_1) = \{(c, a), (c, b), (d, c)\}$
 ۴. $R(A_1) = \{a, b, c\}$

۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد حاصل $A^{(2)}$ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
 ۲. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
 ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
 ۴. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

۷- اگر رابطه های $R = \{(x, y) \mid x < y\}$ و $S = \{(x, y) \mid x > y\}$ روی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ تعریف شده باشد رابطه SOR کدام است؟

۱. $SOR = \{(4, 4), (4, 3), (4, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 2), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$

۲. $SOR = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

۳. $SOR = \{(4, 4), (4, 3), (3, 3), (3, 2), (2, 2), (2, 4)\}$

۴. $SOR = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 2), (3, 3)\}$

۸- دسته هم ارزی $[3]$ برای رابطه R روی مجموعه اعداد صحیح مثبت کدام است؟

رابطه R به صورت زیر $\frac{a}{b} = 2^m$ $aRb \Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{Z}$ تعریف شده است.

۲. $[3] = \{\dots, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, 3, 3 \times 2^1, 3 \times 2^2, 3 \times 2^3, \dots\}$

۱. $[3] = \{3, 3 \times 2^1, 3 \times 2^2, 3 \times 2^3, \dots\}$

۴. $[3] = \{\dots, \frac{8}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2, 2 \times 3^1, 2 \times 3^2, 2 \times 3^3, \dots\}$

۳. $[3] = \{3, 2 \times 3^1, 2 \times 3^2, 2 \times 3^3, \dots\}$

۹- اگر ماتریس رابطه R به صورت $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد کدام خاصیت را دارد؟

۴. ضد بازتابی

۳. تقارنی

۲. تعدی

۱. بازتابی

۱۰- کدام رابطه یک ترتیب جزئی است؟

۲. $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x^2 = y^2$

۱. $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x \neq y$

۴. $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x < y$

۳. $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x \equiv y \pmod{5}$

۱۱- از مجموعه های D_{10} ، D_{12} ، D_{15} و D_{20} کدام با یکدیگر یکرخت می شوند؟ (هر D با رابطه عاد کردن $|$)

۴. D_{10} و D_{15}

۳. D_{20} و D_{15}

۲. D_{10} و D_{12}

۱. D_{20} و D_{10}

۱۲- کدام گزینه یک جبر بول می تواند باشد؟

۱. $(D_{24}, |)$

۲. $(P(\{a, b\}), \subseteq)$

۳. $(D_{20}, |)$

۴. (A, \subseteq) , $A = \{\{\}, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}\}$

۱۳- یک ترتیب توپولوژیکی برای $(D_{12}, |)$ کدام گزینه می تواند باشد؟

۱. $2 <_I 3 <_I 1 <_I 4 <_I 6 <_I 12$

۲. $1 <_I 3 <_I 4 <_I 2 <_I 6 <_I 12$

۳. $1 <_I 2 <_I 4 <_I 6 <_I 3 <_I 12$

۴. $1 <_I 3 <_I 2 <_I 6 <_I 4 <_I 12$

۱۴- برای شبکه $(D_{20}, |)$ کدام گزینه در مورد متمم هر عنصر درست است؟

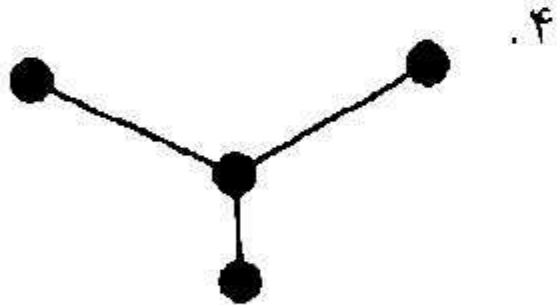
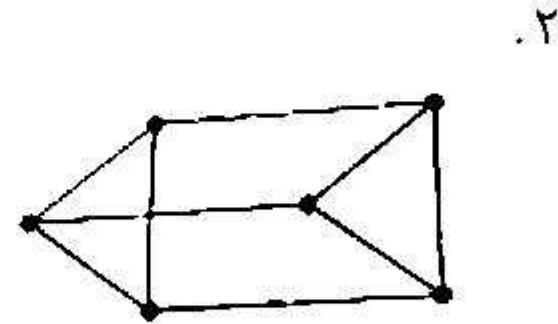
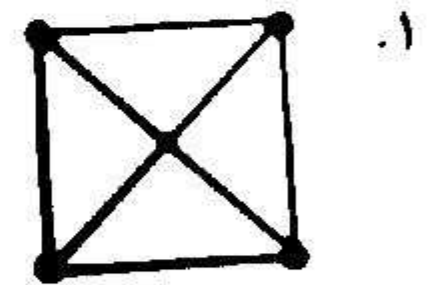
۱. $2' = 3$

۲. $5' = 2$

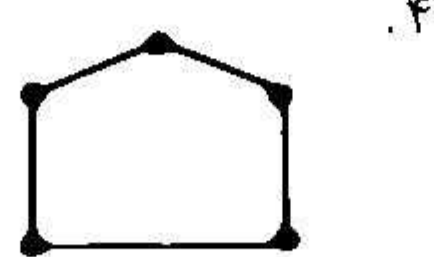
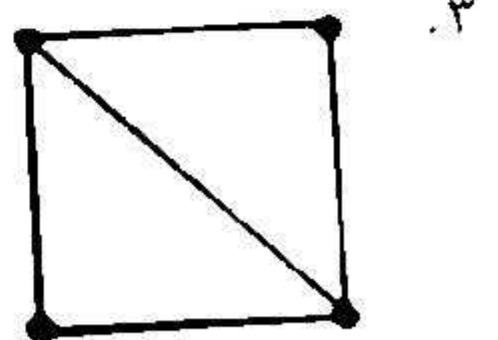
۳. $4' = 5$

۴. $10' = 1$

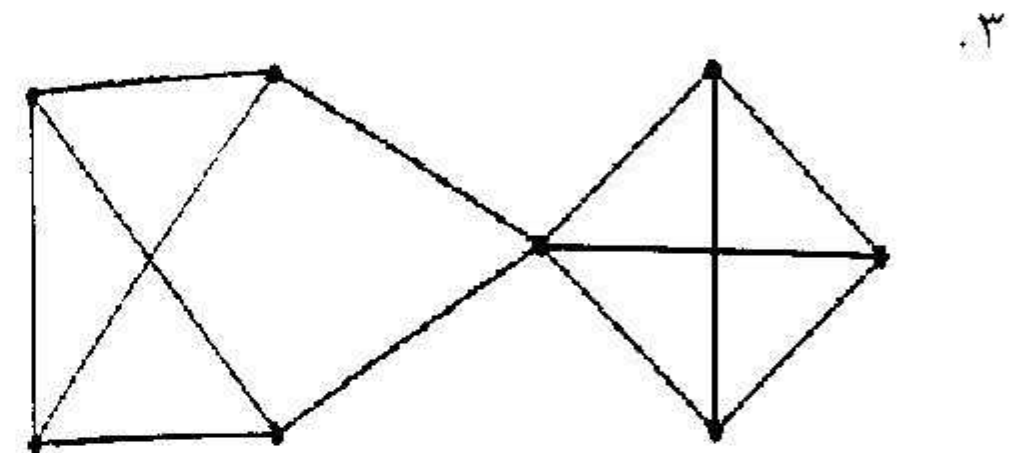
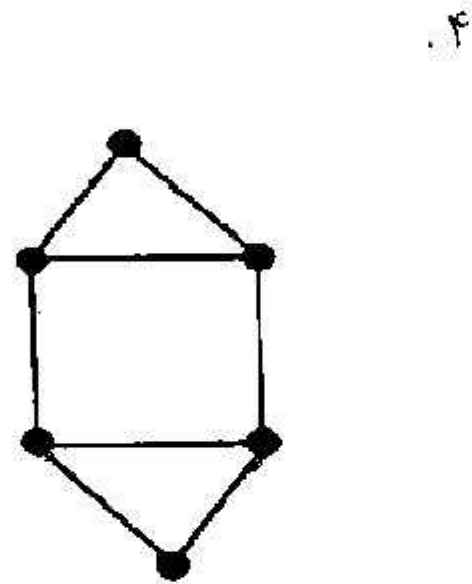
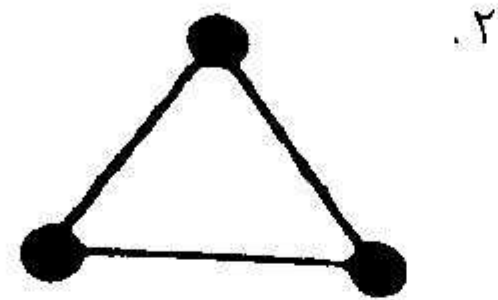
۱۵- کدام گراف یک گراف کامل است؟



۱۶- کدام گراف یک گراف ۲-منتظم است؟



۱۷- کدام گراف دارای رأس برشی است؟



۱۸- گراف K_7 دارای چند دور هامیلتونی که یال مشترک ندارند می باشد؟

۴ . ۴

۳ . ۴۲

۲ . ۳

۱ . ۲۱

۱۹- اگر K_n از K_{n-2} ، ۱۳ یال بیشتر داشته باشد n کدام است؟

۴ . ۱۰

۳ . ۹

۲ . ۸

۱ . ۷

۲۰- عبارت پیشوندی عبارت $\frac{a}{b-c+d} * (e-a) * c$ کدام است؟

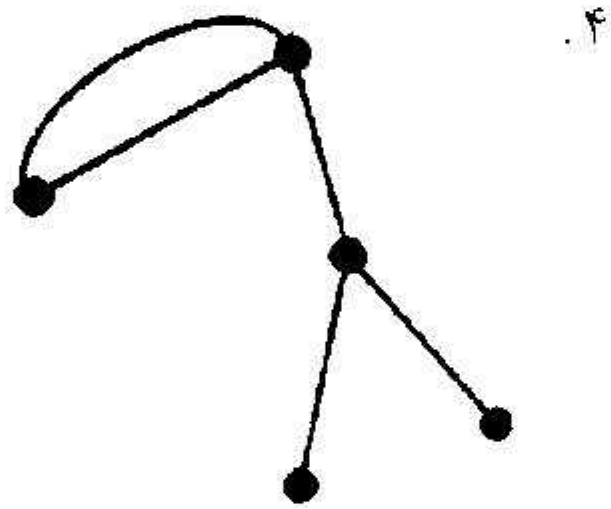
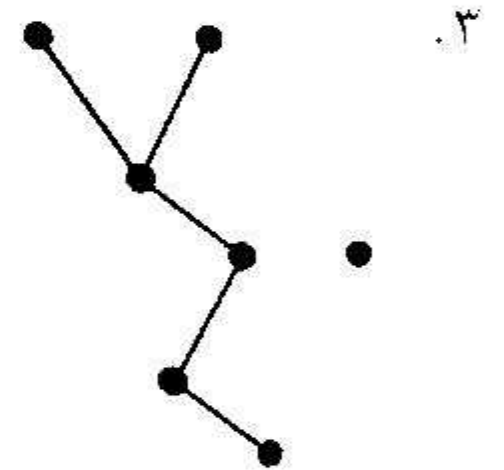
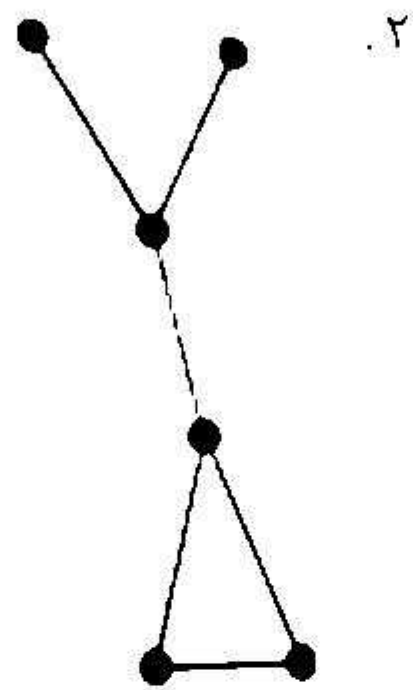
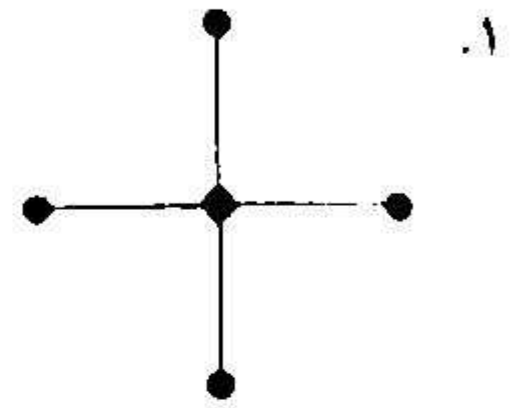
۲ . $*c * -ea / +d - abc$

۱ . $abc - d + / ea - *c *$

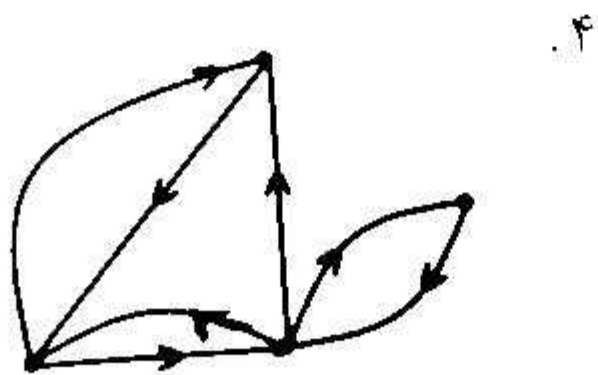
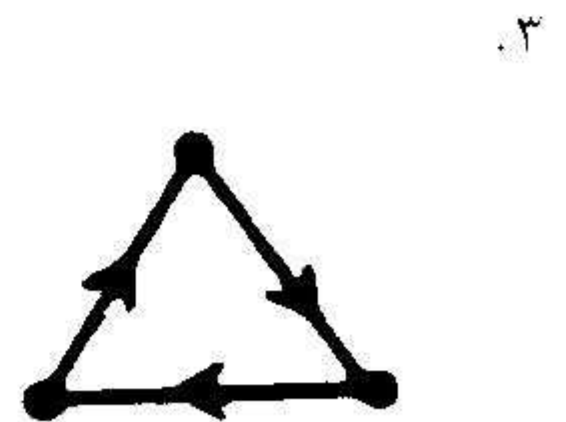
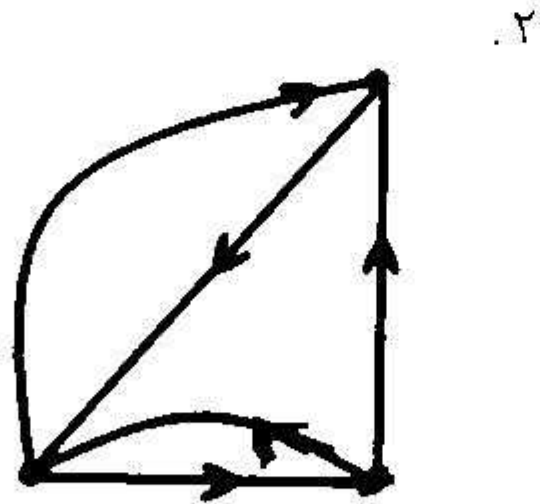
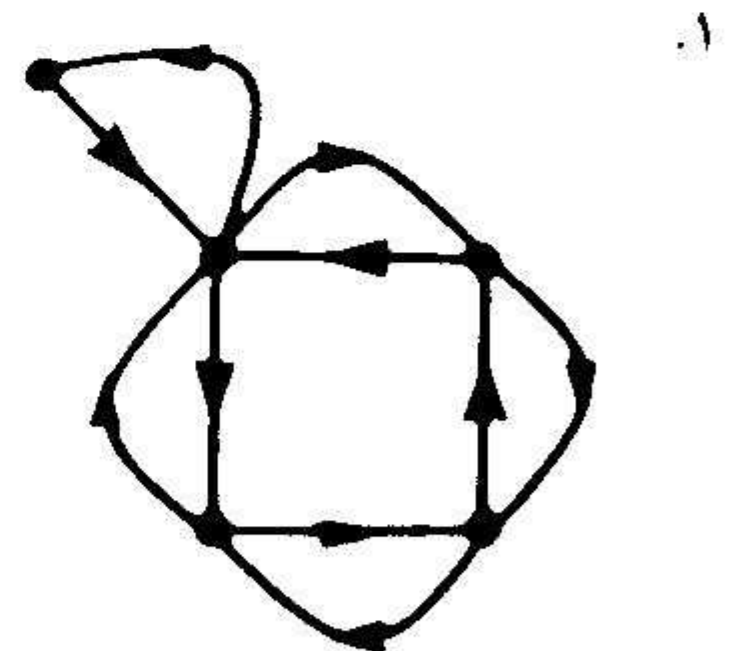
۴ . $** / a + -bcd - eac$

۳ . $** / + - - abcdeac$

۲۱- کدام گراف یک درخت است؟



۲۲- کدام گراف همبند قوی نیست؟



۲۳- کدام دنباله فیبوناچی است؟

۱. $1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots$ ۲. $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ ۳. $1, 3, 7, 15, 31, 63, \dots$ ۴. $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

۲۴- جواب عمومی رابطه بازگشتی $\begin{cases} a_n = 2a_{n-1}, n \geq 1 \\ a_0 = 3 \end{cases}$ کدام است؟

۱. $a_n = 3^n$ ۲. $a_n = 2(3^n)$ ۳. $a_n = 2^n$ ۴. $a_n = 3(2^n)$

۲۵- معادله مشخصه رابطه بازگشتی $a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}$ کدام است؟

۱. $r^n - 6r^{n-1} + 11r^{n-2} - 6r^{n-3} = 0$ ۲. $r^n + 6r^{n-1} - 11r^{n-2} + 6r^{n-3} = 0$
۳. $r^{n-3} + 6r^{n-2} - 11r^{n-1} + 6r^n = 0$ ۴. $r^{n-3} - 6r^{n-2} + 11r^{n-1} - 6r^n = 0$

سوالات تشریحی

۱/۲۰ نمره

۱- به ازای هر $n \in \mathbb{Z}^+$ ثابت کنید $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (راهنمایی: با استفاده از استقرای ریاضی)

۱/۲۰ نمره

۲- فرض کنید رابطه $R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (b, a)\}$ روی $A = \{a, b, c, d\}$ تعریف شده باشد. بستر بازتابی، بستر تقارنی و بستر تعدی (با روش دلخواه) رابطه R را به دست آورید.

۱/۲۰ نمره

۳- عبارت $xyz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + y$ را با استفاده از الگوریتم کوبین مک کلاسی ساده کنید. (با توضیحات کامل)

۱/۲۰ نمره

۴- عبارت ریاضی $(a+5) * (\frac{3b+c}{d+2})$ را به صورت پیشوندی و پسوندی بنویسید و درخت دودویی آن را رسم کنید.

۱/۲۰ نمره

۵- رابطه بازگشتی $\begin{cases} a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} \\ a_0 = 1, a_1 = 6 \end{cases}$ را حل کنید.

شماره سوال	پاسخ صحيح
1	ب
2	ج
3	الف
4	ج
5	د
6	الف
7	ب
8	الف
9	ب
10	ج
11	د
12	ب
13	د
14	ج
15	الف
16	د
17	ج
18	ب
19	ب
20	د
21	الف
22	ج
23	ب
24	د
25	الف

سوالات تشریحی

نمره ۱/۲۰

۱-

به ازای $n = 1$ گزاره فوق تبدیل به
 $S(1) = 1 = 1^2 = \frac{1 \cdot (1+1) \cdot (2 \cdot (1)+1)}{6} = 1$
می شود و لذا $S(1)$ درست است.

فرض استقرا: اگر $S(k)$ درست باشد یعنی
آنگاه ثابت می کنیم

حکم: $S(k+1)$ نیز درست است یعنی

$$S(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

درست است.

با توجه به فرض داریم

$$\begin{aligned} S(k+1) &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 \\ &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\ &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{6(k+1)^2}{6} \\ &= \frac{(k+1)[k(2k+1) + 6(k+1)]}{6} \\ &= \frac{(k+1)[2k^2 + k + 6k + 6]}{6} \end{aligned}$$

بنابراین حکم برقرار است.

نمره ۱/۲۰

۲- مسئله شماره ۱۰ از صفحه ۱۰۳ کتاب درسی

دقیقا همان مسئله است. به جای اعداد از حروف استفاده شده است.

نمره ۱/۲۰

۳- مثال ۳-۵۸ از صفحه ۱۶۴ کتاب درسی

در کتاب جدول در (ب) قسمتی که رنگی شده را ننوشته و باید اینجور می نوشت

۱-۱ xz (۱و۲)

بقیه همانند کتاب است.

۱- عبارت $p \rightarrow q$ معادل کدام عبارت است؟

۱. $\neg p \wedge q$
۲. $p \vee q$
۳. $p \vee \neg q$
۴. $\neg p \vee q$

۲- کدام گزینه درست است؟

۱. سور عمومی و سور وجودی هردو به یک دامنه از متغیرها اشاره دارند
۲. سور صفر فقط به مقدار صفر اشاره دارد
۳. سور عمومی شامل همه متغیرهای دامنه مورد اشاره میباشند
۴. سور وجودی ممکن است دارای مقدار تهی باشد

۳- نتیجه استنتاج مقابل کدام گزینه است؟

- $p \rightarrow q$
- $r \rightarrow s$
- $\neg q \vee \neg s$

۱. $\neg p \vee \neg r$
۲. $p \rightarrow \neg s$
۳. $\neg p \wedge \neg r$
۴. $p \rightarrow q$

۴- داخل پرانتز کدام گزینه قرار میگیرد؟

$[p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \rightarrow \neg q)] \rightarrow (\quad)$

۱. $\neg q \vee \neg s$
۲. $t \vee s$
۳. $p \rightarrow \neg s$
۴. $\neg p \wedge s$

۵- مدار اویلری چیست؟

۱. مداری که از تمام راس ها دوبار عبور کند
۲. مداری که از تمام یالهای گراف عبور کند (و فقط یکبار هم عبور کند)
۳. مداری که فقط از راس های با درجه زوج عبور کند
۴. مداری که از بیشتر یالهای گراف عبور کند

۶- ماتریس مجاورت گراف بدون جهت است.

۱. همواره نامتقارن
۲. همواره دارای قطر با مقادیر یک
۳. همواره پایین مثلثی
۴. همواره متقارن

۷- در یک گراف همبند و مسطح $E=22$ و $R=6$ میباشد تعداد راسهای گراف کدام گزینه است؟

۱. ۱۶
۲. ۸
۳. ۱۰
۴. ۱۸

۸- کدام گزینه درست است؟

۱. اگر درجه هر راس گراف حداقل $n-1$ باشد انگاه گراف دور همیلتونی دارد
۲. اگر درجه هر راس گراف حداقل $n/2$ باشد انگاه گراف دور همیلتونی دارد
۳. اگر درجه هر راس گراف حداکثر $n/2$ باشد انگاه گراف دور همیلتونی دارد
۴. اگر مجموع درجات راسهای گراف $n(n+1)/2$ باشد انگاه گراف دور همیلتونی دارد

۹- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. گرافی با ۱۰ راس می تواند خود مکمل باشد.
۲. گراف دو بخشی قطعا فاقد دور است.
۳. گراف $K_{m,n}$. $K_{m,n}$ یکریخت هستند.
۴. گراف K_n برای $n > 2$ همیلتونی است.

۱۰- کدام گزینه درست است؟

۱. مجموعه ای از زیر مجموعه های یک مجموعه با عمل زیرمجموعه مساوی، توزیع پذیر نیست.
۲. مجموعه مرتب کامل شبکه نیست.
۳. همه نمودارهای های شبکه توزیع پذیر است.
۴. نمودار مجموعه مقسوم علیه های عدد ۲۰ شبکه است.

۱۱- در یک گراف برای دو راس غیر مجاور u و v اگر مجموع درجه راسهای u و v بزرگتر و مساوی با n باشد. کدام گزینه در مورد این گراف صحیح است؟ n تعداد راسهای گراف میباشد

۱. دور همیلتونی دارد.
۲. مسیر همیلتونی دارد.
۳. گراف همیلتونی است.
۴. گراف اویلری میباشد.

۱۲- کدام گزینه درست نیست؟

۱. گراف کامل با ۴ راس می تواند به مسطح تبدیل شود.
۲. فرمول اویلر در هر گراف مسطح صادق است .
۳. اگر فرمول اویلر برقرار نباشد، گراف مسطح نیست.
۴. اگر تعداد نواحی برابر ۲، تعداد یالها برابر ۷ و تعداد رئوس برابر ۷ باشد، حتما گراف مسطح خواهد بود.

۱۳- عبارت پسوندی معادل $a+b \times c$ برابر است با....

۱. $a+bc+$
۲. $abc+$
۳. $abc+\times$
۴. $a \times bc+$

۱۴- گرافی با ۶ راس a, b, c, d, e, f موجود است با استفاده از الگوریتم کروسکال درخت فراگیر مینیم ان را به دست آورده ایم مجموع وزن یالهای درخت فراگیر مینیمم آن چند است؟

- $Ab=1$ $be=1$
- $Bc=2$ $ec=2$
- $Cf=3$ $ae= 1$
- $Fe=3$
- $Ed=4$
- $Ad=4$

- ۱. ۱۱
- ۲. ۱۲
- ۳. ۱۰
- ۴. ۱۴

۱۵- کدام گزینه درست است؟

- ۱. تعداد یالهای یک درخت به اندازه تعداد راس های آن است.
- ۲. ارتفاع برگ در یک درخت همواره صفر است.
- ۳. در درخت m تایی هر راس حداکثر m فرزند دارد.
- ۴. یک درخت ممکن است بیشتر از یک ریشه داشته باشد.

۱۶- با کدام روش میتوان از یک گراف درخت فراگیر ایجاد کرد؟

- ۱. پیمایش پیشوندی
- ۲. پیمایش پسوندی
- ۳. الگوریتم دیجکسترا
- ۴. جستجوی اول عمق

۱۷- رابطه عاد کردن در مجموعه اعداد D_{20} کدام خاصیت را ندارد؟

- ۱. تقارن
- ۲. بازتابی
- ۳. تعدی
- ۴. ضد تقارن

۱۸- رابطه هم نهشتی کدام خاصیت زیر را داراست؟

- ۱. بازتابی
- ۲. تعدی
- ۳. تقارن
- ۴. هر سه

۱۹- کدام رابطه ترتیب کامل است؟

۱. هم نهشت بودن به پایه n
۲. رابطه کوچکتر مساوی بر روی اعداد طبیعی
۳. رابطه عاد کردن روی اعداد صحیح
۴. رابطه عاد کردن روی اعداد طبیعی

۲۰- کدام رابطه بازگشتی نشان دهنده تعداد یالهای گراف کامل میباشد؟

۱. $E(n) = E(n-1) + n$
۲. $E(n) = E(n-2) + n - 1$
۳. $E(n) = E(n-1) + n - 1$
۴. $E(n) = E(n-2) + n + 1$

۲۱- کدام گزینه تعداد رشته های ۸ بیتی که دو صفر متوالی ندارند را بیان میکند؟

۱. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad n \geq 3$
۲. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 3 \quad n \geq 3$
۳. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} \quad n \geq 3$
۴. $a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \quad n \geq 3$

۲۲- حاصل رابطه بازگشتی زیر کدام است؟

$$A_n = 7A_{n-1} \quad n \geq 1$$

$$A_0 = 1$$

۱. $A_n = 7^n + 1$
۲. $A_n = 7^{n-1} + 1$
۳. $A_n = 7^n - 7^{n-1}$
۴. $A_n = 7^n$

۲۳- پیمایش میان ترتیب و پس ترتیب یک درخت به صورت زیر است کدام گره ریشه میباشد؟

inorder= faghdicje

postorder= fgahidjceb

۱. b
۲. f
۳. c
۴. g

۲۴- اولویت کدام عملگر از بقیه بالاتر است؟

۱. ترکیب عطفی
۲. نقیض
۳. ترکیب فصلی
۴. اولویت هر سه عملگر باهم برابر است

۱. فقط در حالتی که عملوند اول درست باشد خروجی درست خواهد داد.
۲. اگر هر دو عملوند ان درست باشند خروجی ان درست است.
۳. اگر هر دو عملوند ان نادرست باشند، خروجی ان درست است.
۴. اگر و فقط اگر یکی از عملوندهای ان درست باشد ، خروجی ان درست است.

سوالات تشریحی

۱- مطابق با پیمایشهای زیر درخت معادل با ان را رسم کنید.

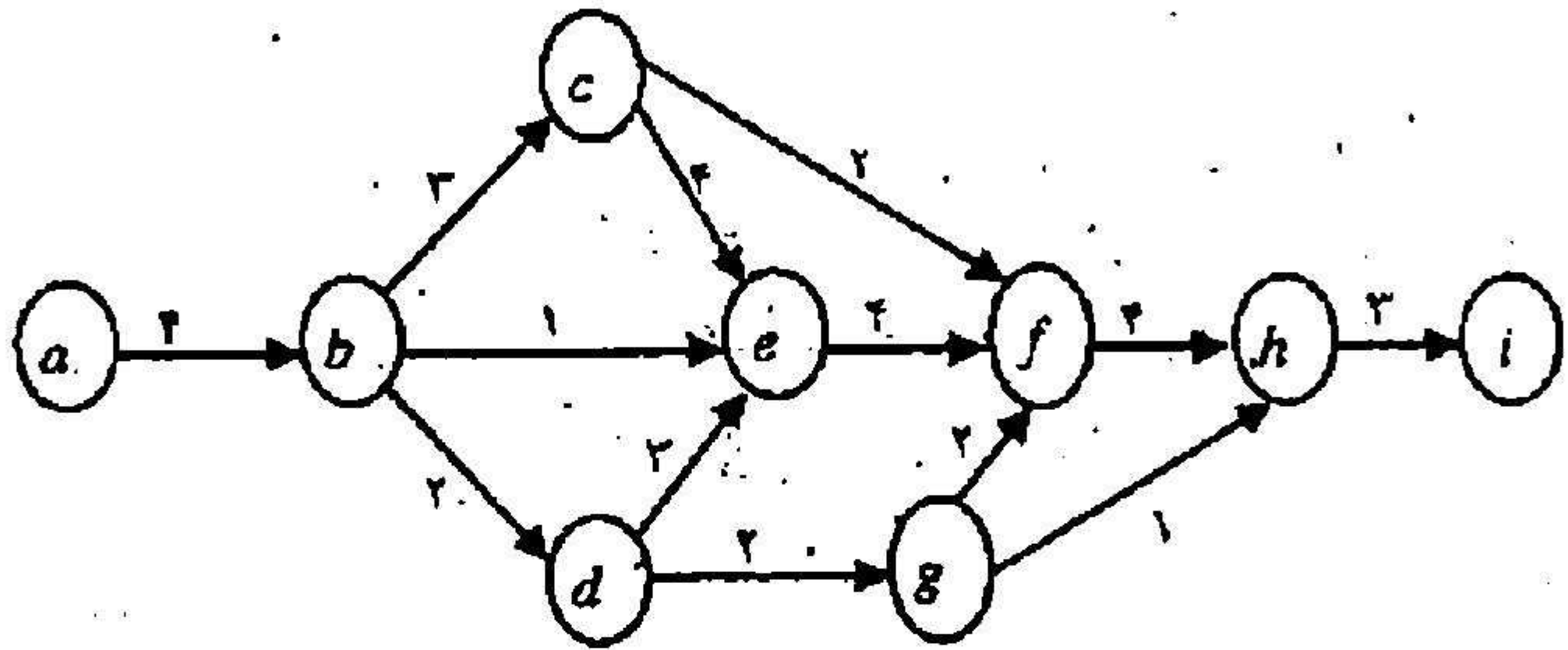
preorder= fedcbajhgi

inorder= deccabjfgghi

نمره ۱/۲۰

۲- روی گراف زیر خواص بازتابی تعدی و تقارنی را بررسی کنید

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad M_S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



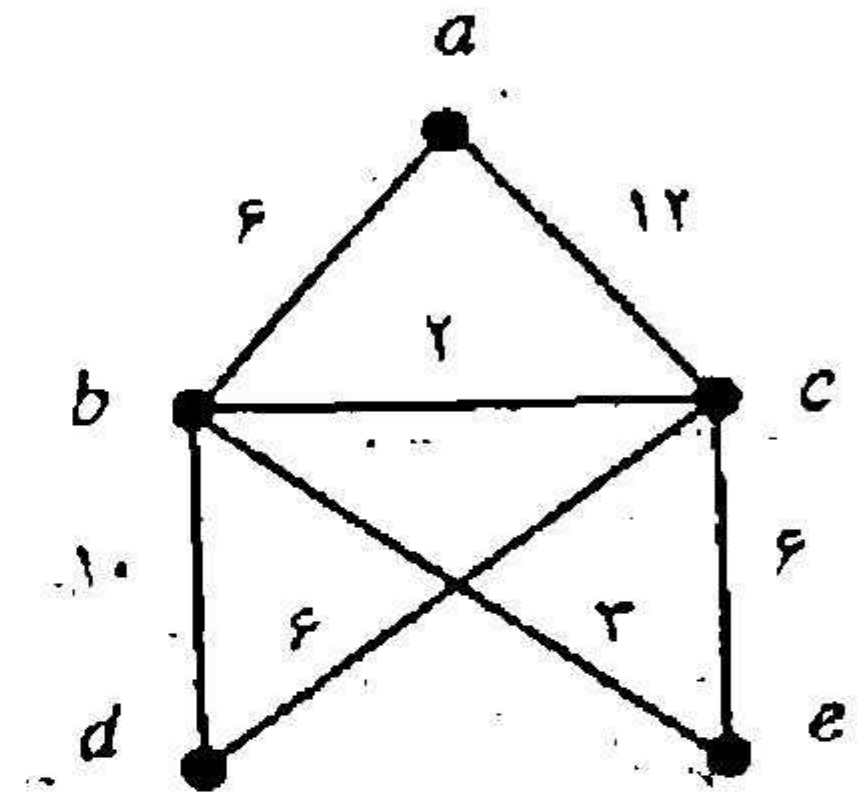
الف $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow (q \wedge r))$

ب $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$

۵- در گراف مقابل موارد زیر را انجام دهید

الف- کوتاه ترین مسیر بین a و b را به دست بیاورید

ب- طول کوتاه ترین دور همیلتونی را در صورت وجود به دست بیاورید



شماره سوال	پاسخ صحیح
1	د
2	ج
3	الف
4	ب
5	ب
6	د
7	د
8	ب
9	الف، ب
10	د
11	الف، ب، ج، د
12	د
13	ج
14	الف
15	ج
16	د
17	الف
18	د
19	ب
20	ج
21	الف
22	د
23	الف
24	ب
25	د

۱- فرض کنید $h: p \rightarrow \{0,1\}$ تابعی باشد که ارزش گزاره P را تعیین می کند. این ارزش می تواند 0 (معادل FALSE) و یا 1 (معادل TRUE) باشد. اگر در مورد گزاره Λ داشته باشیم $h(A) = 1$ در اینصورت کدام گزینه در مورد Λ درست است؟

۱. Λ همیشه False است

۲. نمی توان در مورد راستگو بودن Λ نظر داد

۳. Λ همیشه راستگو است.

۴. $\neg A$ همیشه راستگو است.

۲- مجموعه اعداد حقیقی R عالم سخن و $P(x,y): xy=0$ آنگاه از گزاره های سوردار زیر کدام نادرست است؟

۱. به ازای هر x و هر y داریم $P(x,y)=0$

۲. حداقل یک x و حداقل یک y وجود دارد به گونه ای که داریم $P(x,y)=0$

۳. به ازای هر y حداقل یک x وجود دارد به گونه ای که داریم $P(x,y)=0$

۴. به ازای هر x حداقل یک y وجود دارد به گونه ای که داریم $P(x,y)=0$

۳- کدام استنتاج معتبر است؟

۱. $\neg p \rightarrow F$ ۲. $p \rightarrow r$ ۳. $p \rightarrow r$ ۴. $p \rightarrow r$

$p \rightarrow (q \vee \neg r)$ $p \rightarrow (q \vee \neg r)$ $\neg p$ $p \rightarrow (q \vee \neg r)$

$\neg q \vee \neg s$ $\neg q \vee \neg s$ $\neg p$ $\neg q \vee \neg s$

p p $\therefore \neg r$ p

$\therefore \neg s$ $\therefore s$

۴- کدام یک از عبارات زیر نشان دهنده ترکیب XOR است؟

۱. رمز عبور می تواند یک عدد با حداقل 3 رقم باشد، یا اینکه یک کلمه با حداقل 8 کاراکتر باشد (کاراکتر، هر علامت قابل نمایش در کامپیوتر است).

۲. برای خرید می توانید از پول نقد یا چک پول استفاده نمایید.

۳. به همراه غذا قهوه یا چای سرو می شود.

۴. برای استخدام تجربه برنامه نویسی به زبان ++C یا Java مورد نیاز است.

۵- چرا مجموعه P با رابطه کوچکتر مطلق ($<$) بر روی اعداد صحیح، ترتیب جزئی نیست؟

۱. چون بازتابی نیست

۲. چون پادمتقارن نیست

۳. چون متعددی نیست

۴. چون اعداد منفی در آن قرار دارد

۶- کدام یک از عبارات های زیر هم ارز گزاره $p \rightarrow q$ نیست؟

۱. $\sim p \vee q$ ۲. $\sim q \rightarrow \sim p$ ۳. $p \wedge \sim q$ ۴. $\sim (p \wedge \sim q)$

۷- رابطه $R = \{(1,1), (3,3)\}$ بر روی مجموعه $X = \{1,2,3\}$ تعریف شده است. کدام گزینه در خصوص این رابطه صحیح است؟

۱. رابطه بازتابی است ۲. رابطه ضد بازتابی است ۳. رابطه پادمتقارن است ۴. رابطه پادمتقارن نیست

۸- در خصوص دو رابطه زیر، کدام گزینه صحیح است؟

(الف) $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x = y$

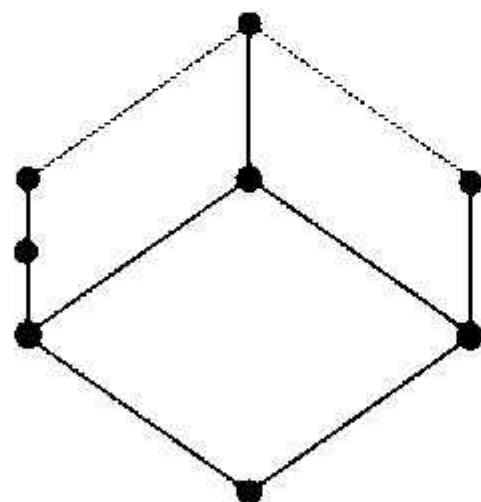
(ب) $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x^2 = y^2$

۱. هر دو ضدبازتابی هستند ۲. هر دو متقارن هستند
۳. هر دو پادمتقارن هستند ۴. هر دو ترتیب جزئی هستند

۹- کدام گزینه جبر بول است؟

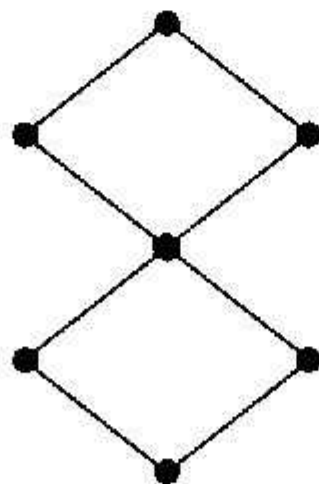
۱. D6

۲.

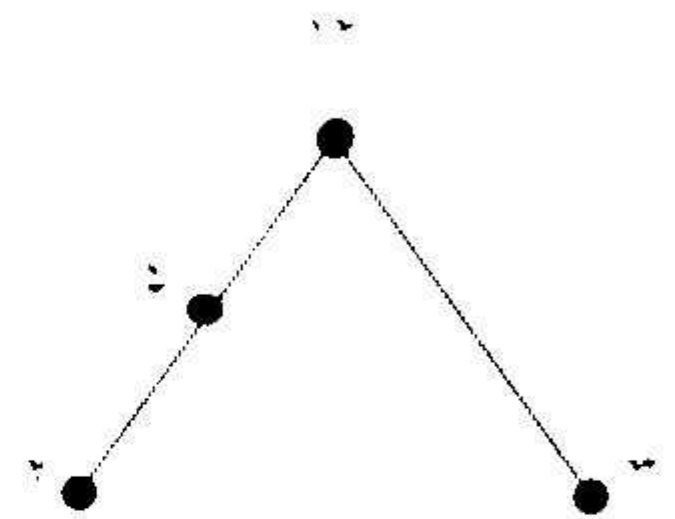


۴.

۳. D54



۱۰- در رابطه زیر عضو مینیمال کدام است؟



۱. 2 و 3

۲. 12

۳. عضو مینیمال ندارد

۴. 2

۱۱- کدام رابطه خاصیت ضدبازتابی دارد؟

۱. رابطه عاد کردن در مجموعه اعداد طبیعی

۳. رابطه $>$ در مجموعه اعداد طبیعی

۲. رابطه هم نهشتی در مجموعه اعداد طبیعی

۴. رابطه عاد کردن در مجموعه اعداد صحیح

۱۲- اگر زیرمجموعه $B = \{1, 2\}$ را از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ با رابطه کوچکتر مساوی انتخاب کنیم، کران بالا (Upper Bound) مجموعه B برابر است با:

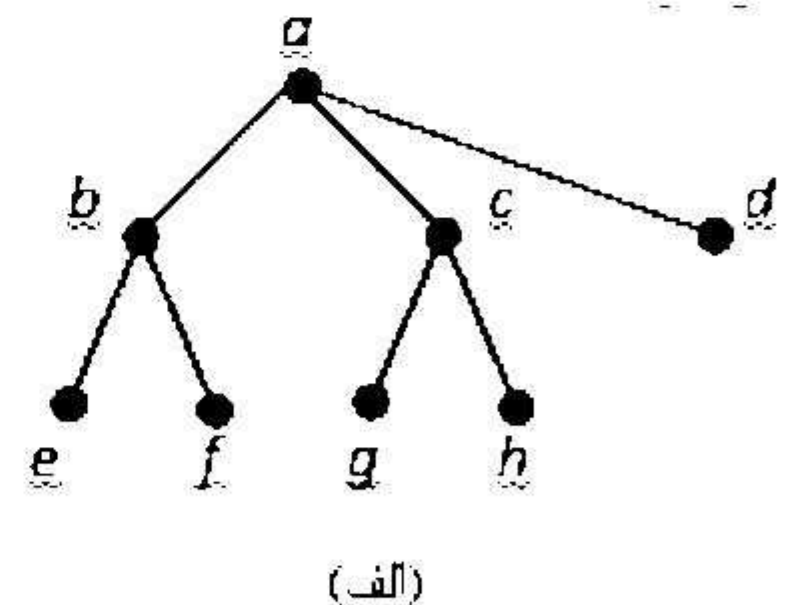
۱. {4}

۲. {1, 2, 3, 4}

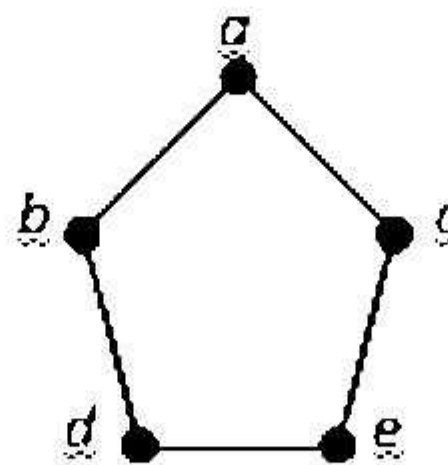
۳. {3, 4}

۴. {2, 3, 4}

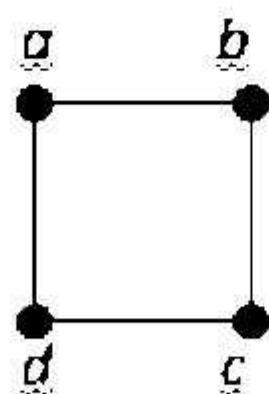
۱۳- کدام گرافها دو بخشی هستند؟



(الف)



(ب)



(ج)

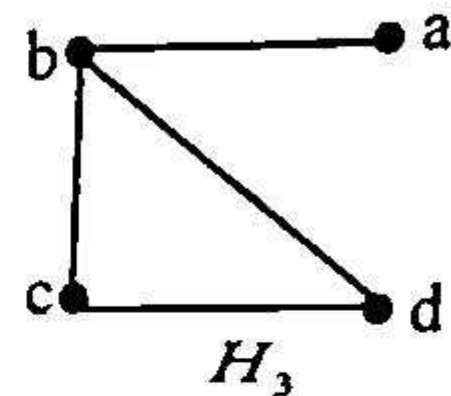
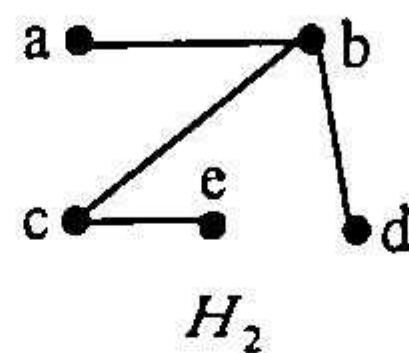
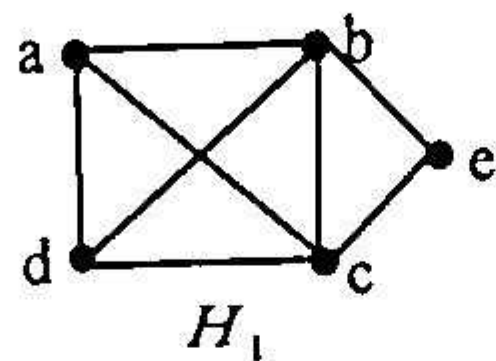
۱. فقط الف

۲. ب و ج

۳. هر سه

۴. الف و ج

۱۴- کدام یک از گرافهای زیر مسیر همیلتونی دارند؟



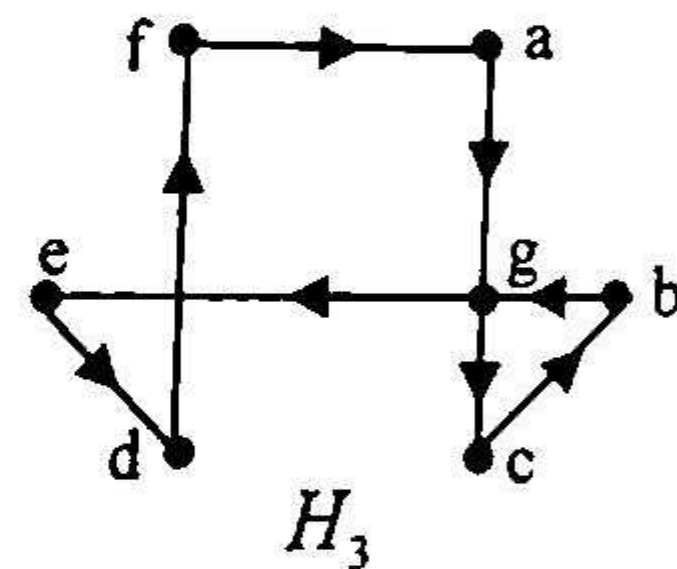
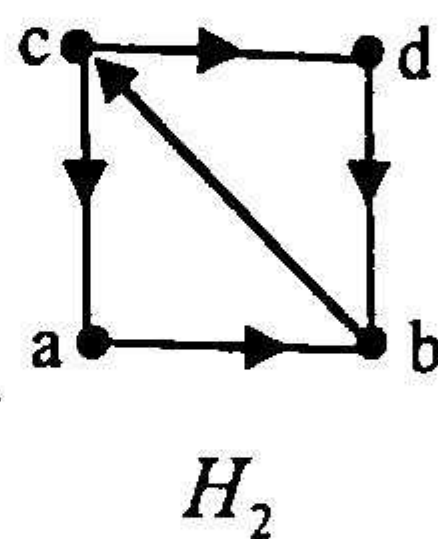
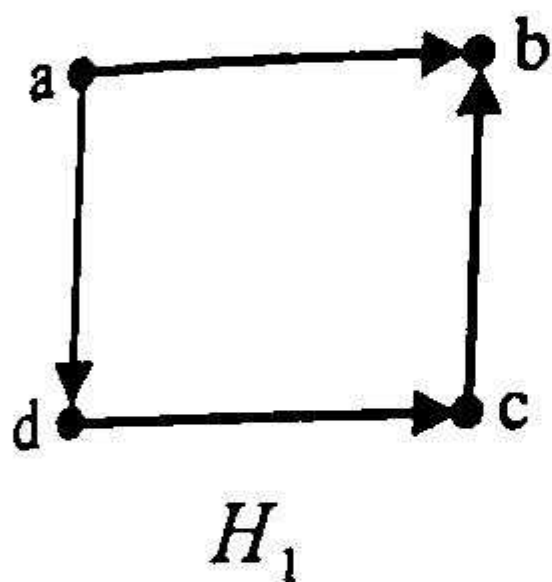
۱. هر سه

۲. فقط H_2

۳. فقط H_1 و H_2

۴. فقط H_1 و H_3

۱۵- کدامیک از گرافهای زیر مدار اویلری دارند؟



۱. فقط H_1 و H_3

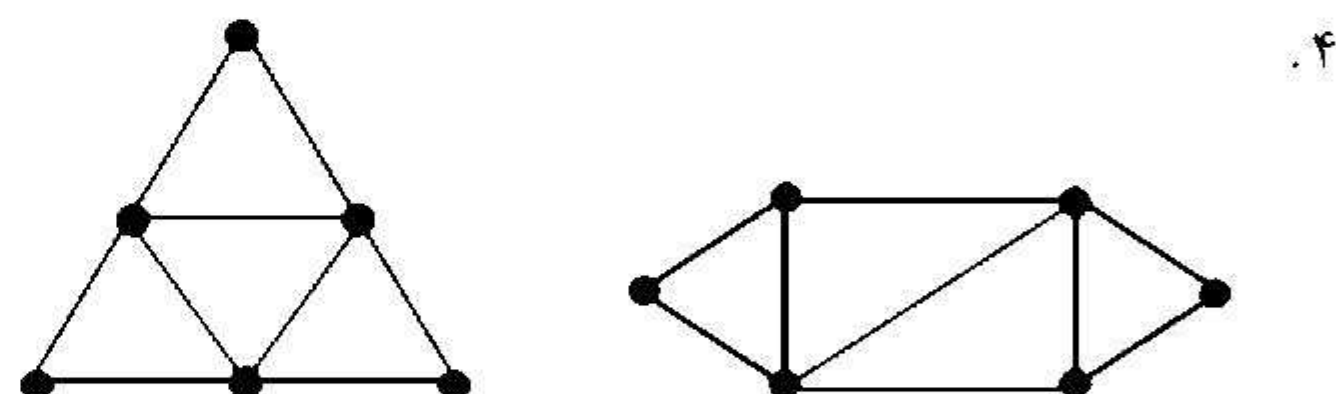
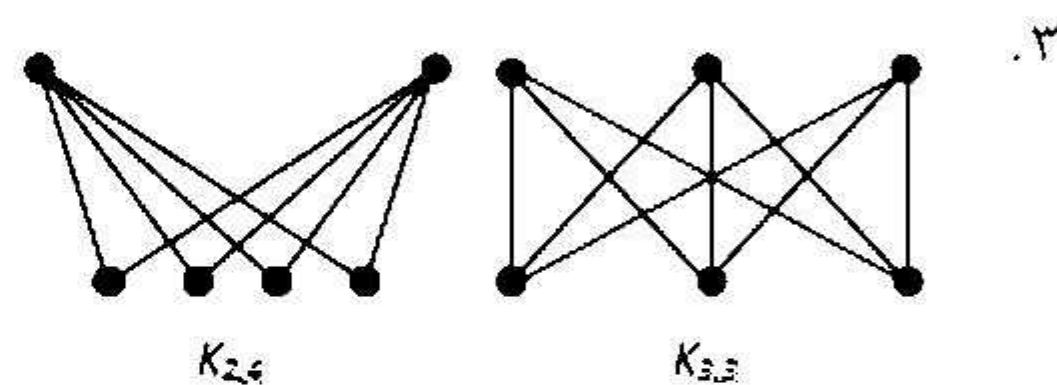
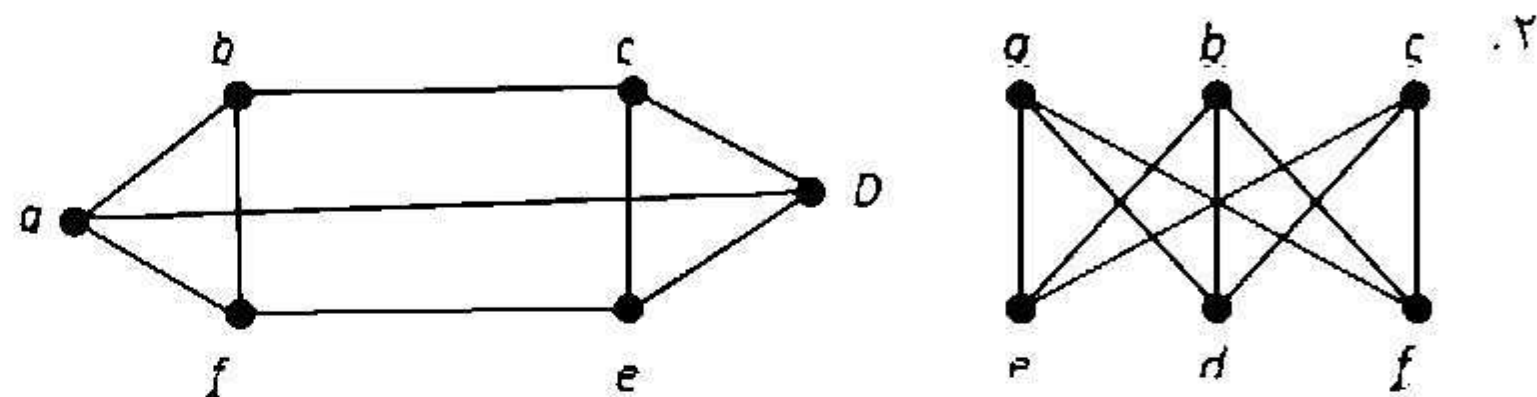
۲. فقط H_1

۳. فقط H_2

۴. فقط H_3

۱۶- کدام زوج گراف های زیر یکریخت هستند؟

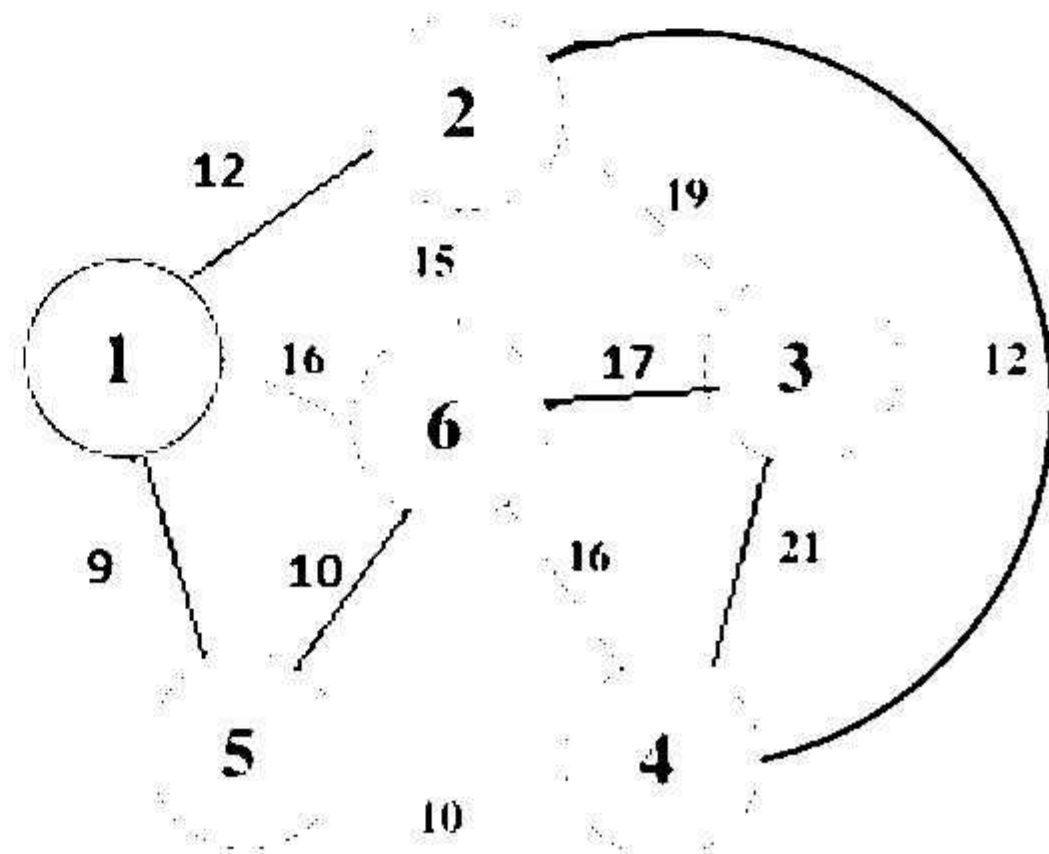
۱. گراف $K_{m,n}$ و گراف $K_{n,m}$



۱۷- گراف K_n از گراف K_{n-2} ، 13 یال بیشتر دارد، n چند است؟

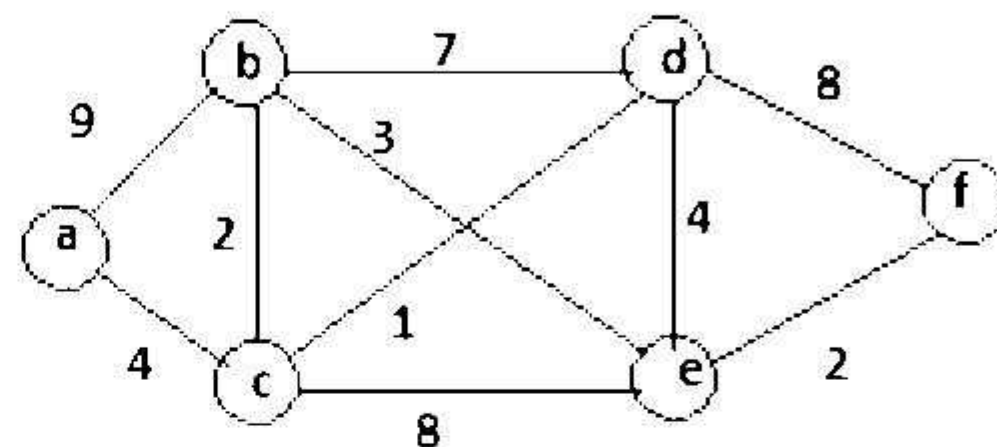
۱. 13 ۲. 16 ۳. 8 ۴. 19

۱۸- در گراف زیر، با شروع از راس 2، کمترین هزینه مدار هامیلتونی برابر است :



۱. 77 ۲. 91 ۳. 81 ۴. 89

۱۹- هزینه مسیر از راس a به f با حل الگوریتم دیجکسترا چند است؟



۱۵ .۴

۹ .۳

۱۳ .۲

۱۱ .۱

۲۰- حداقل تعداد مسیرهای موجود در درختی با ۱۰ راس برابر است با:

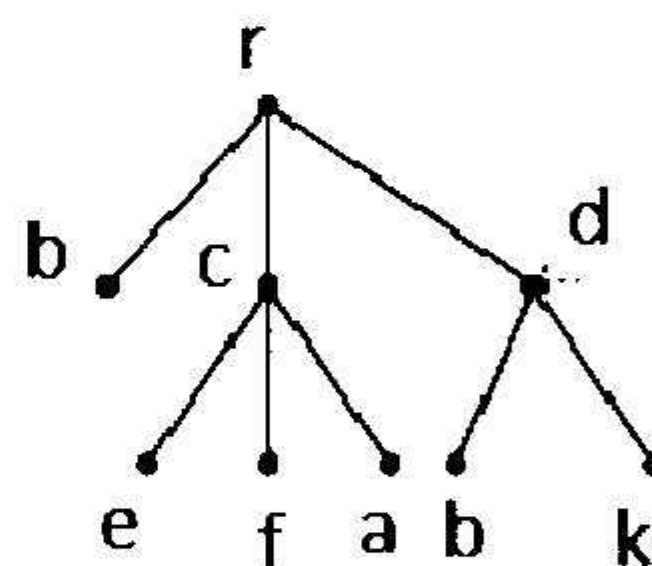
۱۱۰ .۴

۴۰ .۳

۱۰ .۲

۴۵ .۱

۲۱- پیمایش پیش ترتیب در درخت زیر کدام گزینه است؟



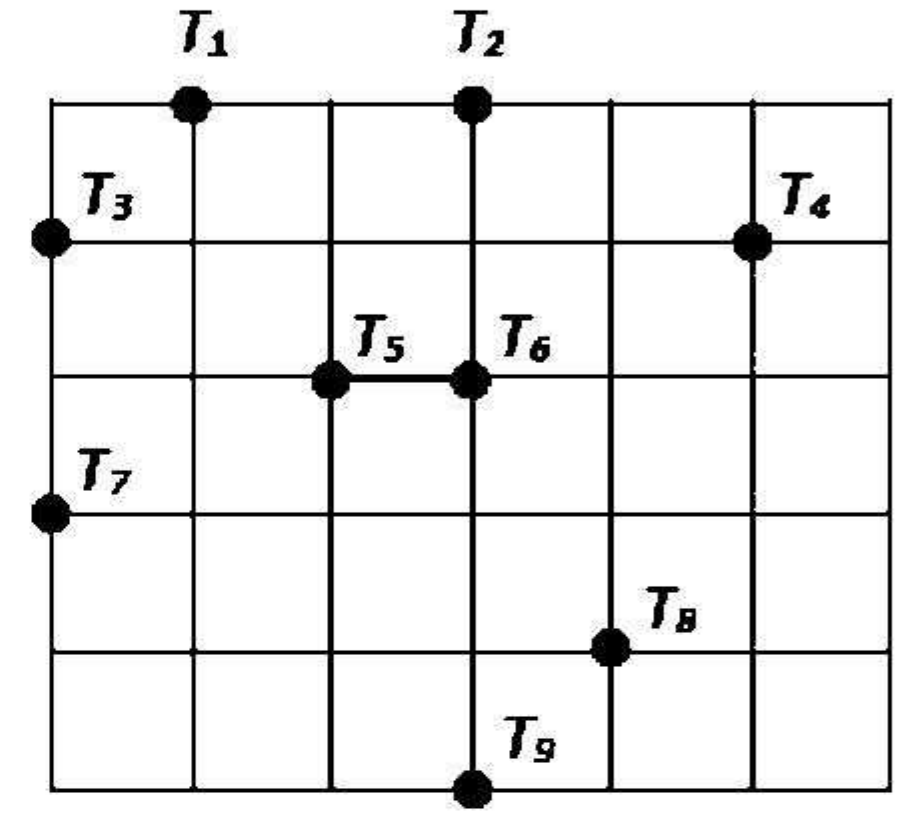
rbcefgdhk .۴

rbcedefghk .۳

cfghkbcd r .۲

befgchkd r .۱

۲۲- یک مهندس برق، مداری با 9 ترمینال مطابق شکل زیر را طراحی نموده است. این مدار باید به ولتاژی معادل 5 ولت متصل گردد. فرض کنید 5 ولت به یکی از ترمینال‌ها وصل است. برای اینکه سیم‌کشی در مدار به کار رود، چقدر سیم لازم است (به‌طوریکه فاصله هر سطر و ستون یک سانتی‌متر باشد)؟



۱. $7 + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ ۲. $5\sqrt{2}$ ۳. $5\sqrt{5}$ ۴. $7 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

۲۳- جواب رابطه بازگشتی $\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + 1 & n \geq 2 \\ a_1 = 1 \end{cases}$ کدام گزینه است؟

۱. $a_n = 2^{n+1} - 1$ ۲. $a_n = 2^n - 1$ ۳. $a_n = 2^{n+1} + 1$ ۴. $a_n = 2^n + 1$

۲۴- رابطه بازگشتی مربوط به مساله "تعداد رشته‌های به طول n که دارای دو صفر متوالی نیستند" کدام گزینه می‌باشد؟

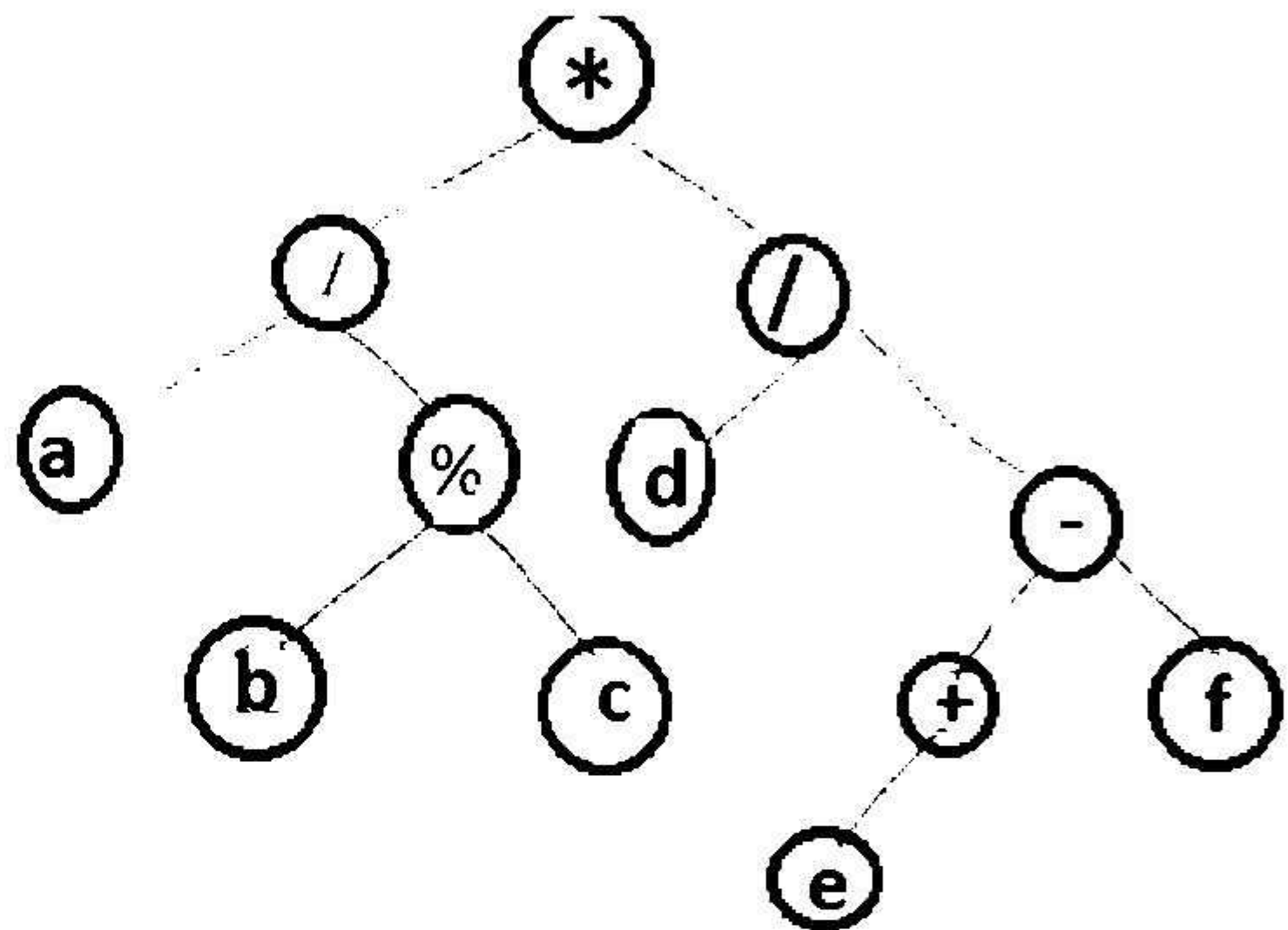
۱. $\begin{cases} a_n = a_{n-1} - a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 4 \end{cases}$ ۲. $\begin{cases} a_n = a_{n-1} + a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 3 \end{cases}$
۳. $\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - 2a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 4 \end{cases}$ ۴. $\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 3 \end{cases}$

۲۵- رابطه زیر روی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را در نظر بگیرید. کلاس هم‌ارزی [1] برابر است با:

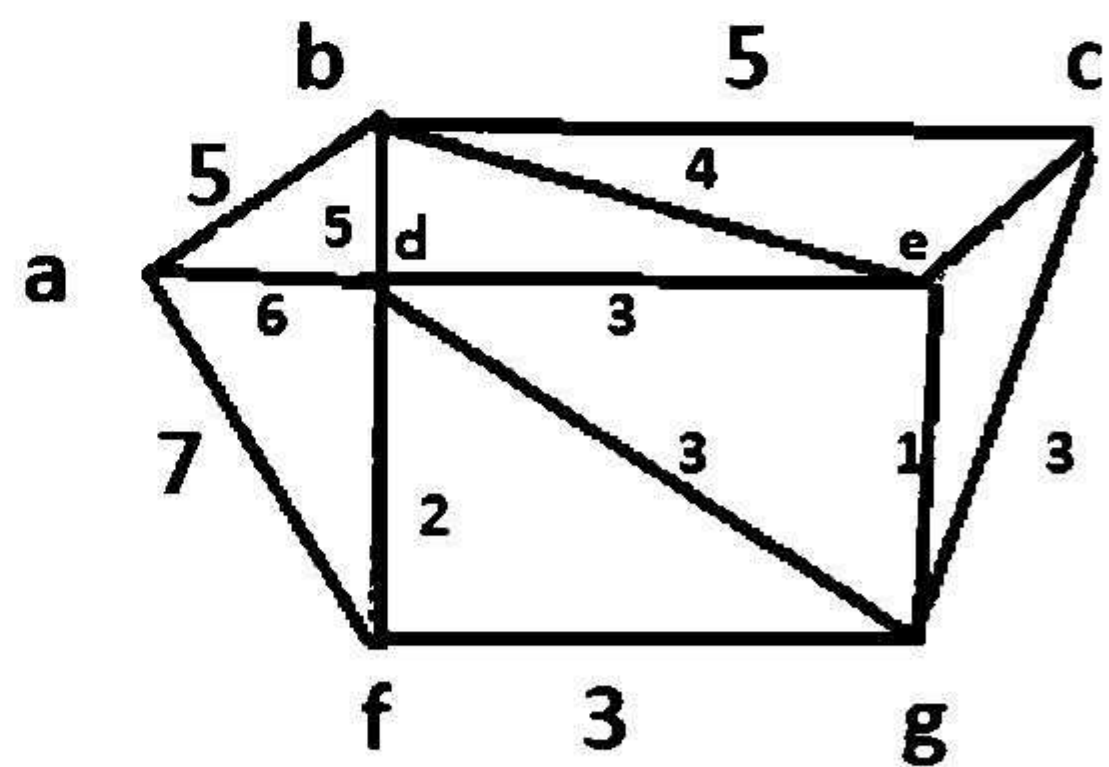
$$R = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (3,3), (4,1), (4,4), (4,2)\}$$

۱. $\{1\}$ ۲. $\{1, 2, 4\}$ ۳. $\{3\}$ ۴. $\{2, 4\}$

۱- preorder درخت زیر را به دست آورید



۲- برای گراف زیر درخت پوشای مینیمم با استفاده از الگوریتم کروسکال بدست آورید.



۳- معادله بازگشتی زیر را حل کنید؟

$$a(n) = 5a(n-1) + 6a(n-2)$$

۴-

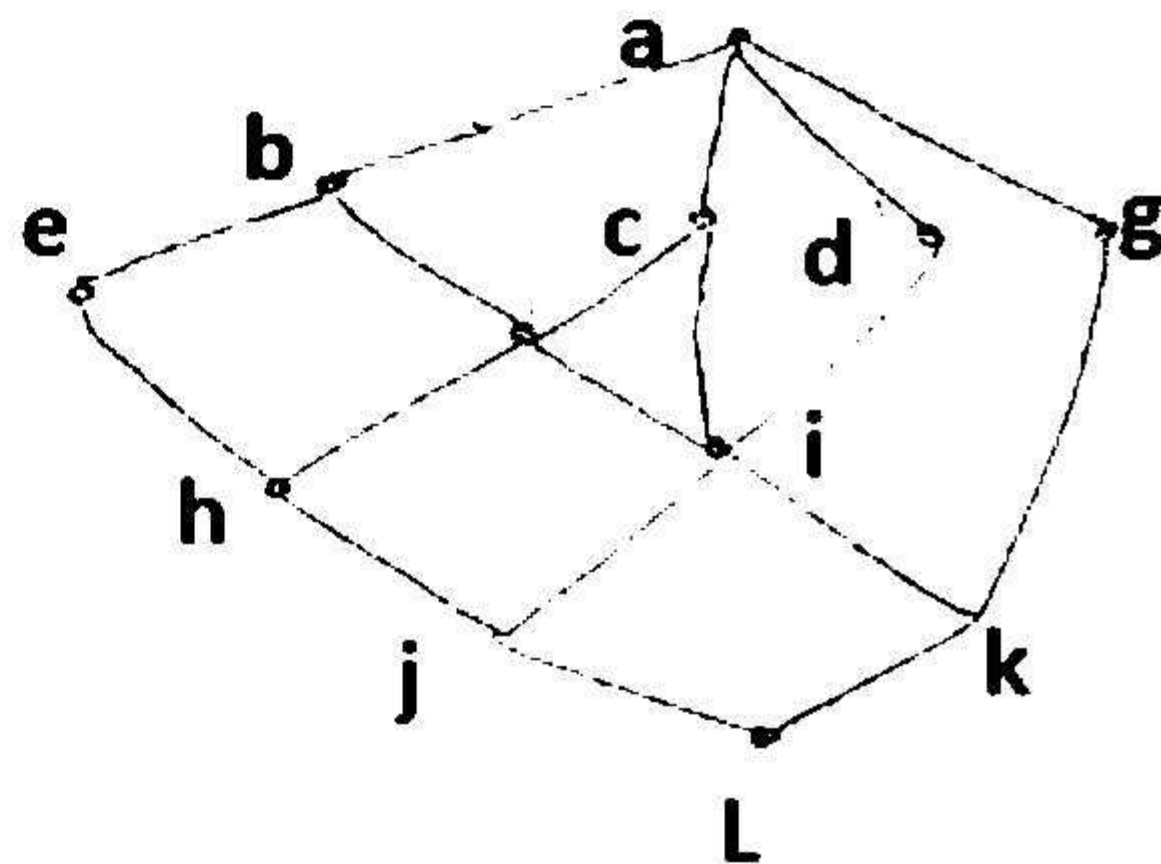
با استفاده از الگوریتم وارشال، بستر متعددی رابطه ی زیر را بدست بیاورید.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱.۲۰ نمره

۵-

گراف زیر را به صورت پیمایش جستجوی اول عمق، پیمایش نموده، حاصل را بنویسید (با شروع از راس a)



۱.۲۰ نمره

پاسخ صحیح شماره سوال

1	ج
2	الف
3	د
4	ج
5	الف
6	ج
7	ج
8	ب
9	الف
10	الف
11	ج
12	د
13	د
14	د
15	د
16	الف
17	ج
18	ج
19	الف
20	الف
21	د
22	د
23	ب
24	ب
25	ب

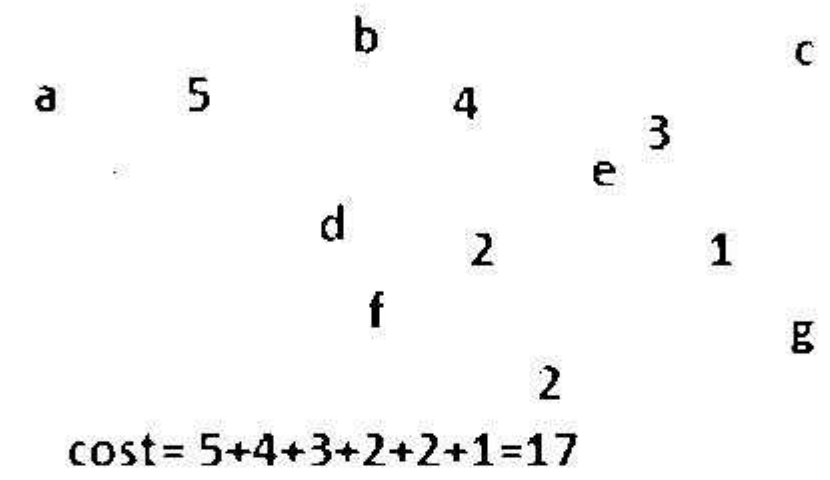
سوالات تشریحی

نمره ۲۰

-۱) $*/a\%bc+d-+ef$

نمره ۲۰

-۲



نمره ۱۰۲۰

-۳) $x^n = -5x^{n-1} + 6x^{n-2} = 0$

$$x^{n-2}(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$r_1 = 2, r_2 = 3$$

$$t(n) = c_1(2^n) + c_2(3^n)$$

$$O(3^n)$$

نمره ۱۰۲۰

-۴)

1	1	1	1
1	1	1	1
0	0	0	1
0	0	0	1

نمره ۲۰

-۵) Abehjlfikcdg

۱- عبارات زیر را در نظر بگیرید، کدامیک گزاره هستند؟

p : مریخ جزء منظومه شمسی است.

z : علی حاتمی یک کارگردان ایرانی است.

q : آن معادله را حساب کن.

r : درس ساختمان گسسته آسان است.

۱. Z, P

۲. همه عبارات گزاره هستند.

۳. P, Z, r

۴. q, r

۲- کدام یک از گزینه های زیر پیرامون هم ارزی گزاره ها صحیح نمی باشد؟

۱. $(P \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow q \wedge r$

۲. $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

۳. $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv (\neg p \leftrightarrow \neg q)$

۴. $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$

۳- در صورتی که ارزش گزاره های p, q و r به ترتیب T, F و T باشد، کدام گزاره ارزش درست دارد؟

۱. $p \downarrow q$

۲. $\neg p \leftrightarrow \neg r$

۳. $p \oplus q \oplus r$

۴. $p \rightarrow q$

۴- هم ارز گزاره نقیض دار $\neg[\forall x \in \mathbb{N}, [(x^2 \leq 10) \wedge (x \text{ is not odd})]]$ کدام گزینه است؟

۱. $\exists x \in \mathbb{N}, [(x^2 > 10) \wedge (x \text{ is odd})]$

۲. $\exists x \in \mathbb{N}, [(x^2 \leq 10) \wedge (x \text{ is not odd})]$

۳. $[\forall x \in \mathbb{N}, [(x^2 > 10) \wedge (x \text{ is odd})]]$

۴. $\exists x \in \mathbb{N}, [(x^2 \leq 10) \vee (x \text{ is not odd})]$

۵- روابط زیر را در نظر بگیرید:

$$R_1 = \{(a, b) \mid a \leq b\}$$

$$R_2 = \{(a, b) \mid a \mid b\}$$

$$R_3 = \{(a, b) \mid a = |b|\}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱. همگی دارای خاصیت بازتابی هستند

۲. همگی دارای خاصیت ضدبازتابی هستند

۳. همگی دارای خاصیت ضدتقارن هستند

۴. همگی دارای خاصیت تقارن هستند

۶- فرض کنید $A = \mathbb{Z}^+$ و رابطه R در A به صورت زیر تعریف شده باشد:
 $aRb \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{m}$

این رابطه هم نهشت بودن است. رابطه R کدامیک از خواص زیر را ندارد؟

۱. بازتابی ۲. ضدتقارن ۳. تقارن ۴. تعدی

۷- رابطه R بر روی اعداد حقیقی به صورت زیر تعریف شده است:

$$aSb \Leftrightarrow a-b \in \mathbb{Z}$$

کدام خاصیت برقرار است؟

۱. ضدبازتابی ۲. هم ارزی ۳. ضدتقارن ۴. ترتیب جزئی

۸- کدامیک از روابط زیر ترتیب جزئی است؟

۱. رابطه هم نهشت بودن به پیمانه n

۲. مجموعه $P(A)$ (مجموعه شامل زیرمجموعه های A) با رابطه \subseteq

۳. رابطه عاد کردن روی مجموعه اعداد صحیح (\mathbb{Z})

۴. رابطه $(\mathbb{Z}, <)$

۹- کدامیک از روابط نشان داده شده توسط ماتریس صفر و یک، نشان دهنده یک ترتیب جزئی است؟

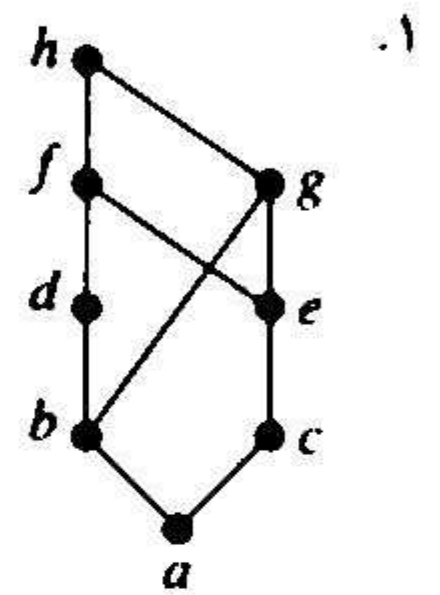
۱. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۰- تابع $f = a + bc'$ به صورت $d.n.f$ کدام گزینه است؟

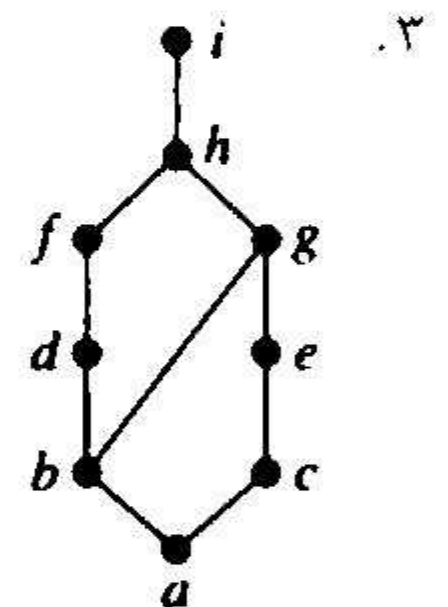
۱. $a'bc' + ab'c' + ab'c + abc' + abc$ ۲. $a'bc' + ab'c' + ab'c + abc' + a'b'c'$

۳. $a'bc' + ab'c' + a'b'c'$ ۴. $ab'c' + a'b'c'$

۱۱- کدامیک از نمودارهای زیر شبکه نیستند؟

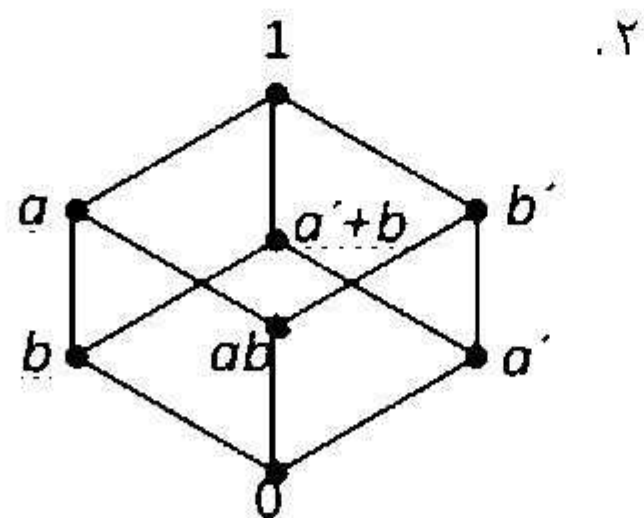


۲. $p(A), \subseteq$ (مجموعه شامل زیرمجموعه های مجموعه A ، و با عمل زیرمجموعه مساوی)

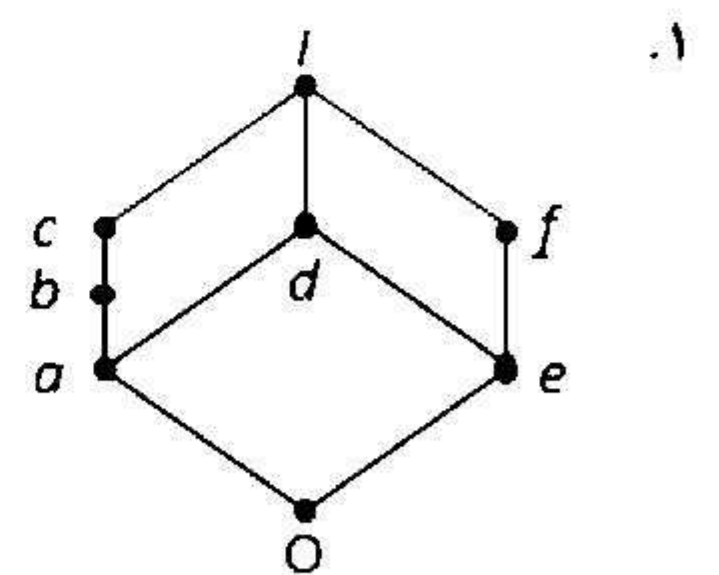


۴. D_{20} و عمل عاد کردن

۱۲- کدام جبر بول نیست؟

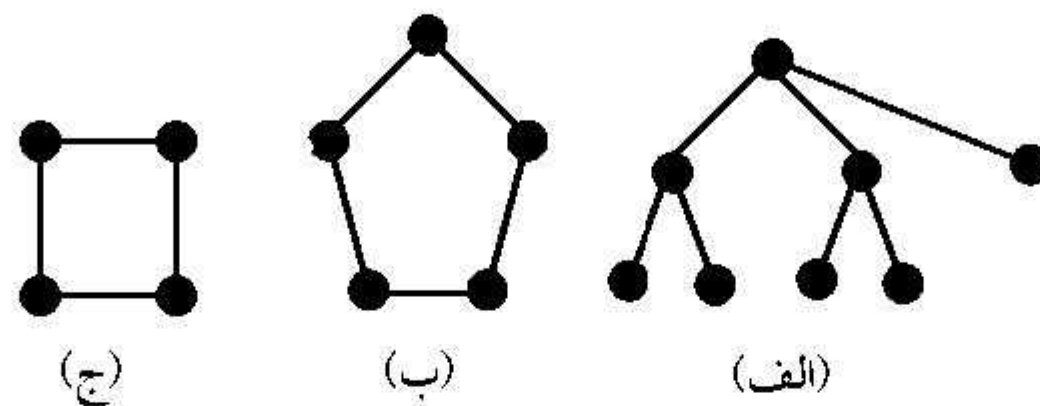


۴. $(P(S), \subseteq)$



۳. D_6

۱۳- گرافهای زیر را در نظر بگیرید. کدام دو بخشی است؟



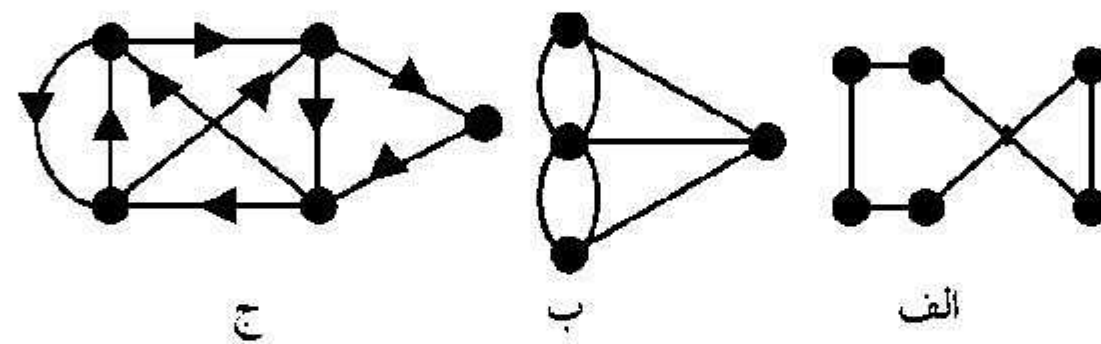
۱. الف و ج

۲. هر سه

۳. ب و ج

۴. فقط الف

۱۴- کدام گراف اویلری است؟



۱. هر سه گراف مدار اویلری دارند

۳. فقط الف مدار اویلری دارد

۲. گرافهای الف و ج مداری اویلری دارند

۴. فقط ب مدار اویلری دارد

۱۵- درخت دودویی عبارت $t + (u * v) / (w + x - y \uparrow z)$ را در نظر گرفته، بالاترین ریشه آن کدام عملگر است.

۱. تقسیم

۲. توان

۳. جمع

۴. ضرب

۱۶- عبارت ریاضی $t + (u * v) / (w + x - y \uparrow z)$ را به صورت پسوندی کدام گزینه است (عمل به معنی توان است)؟

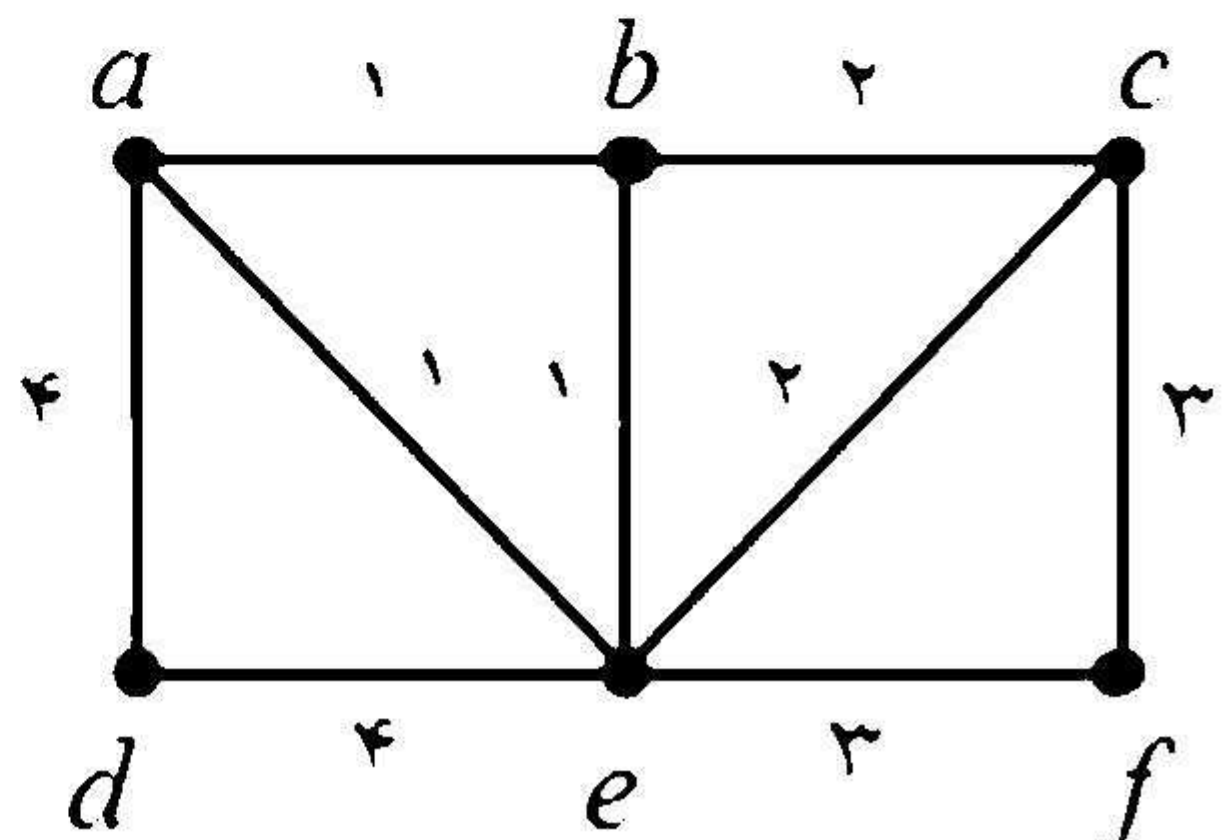
۱. $tu * vw + xyz \uparrow - / +$

۳. $*tu + vw - xyz \uparrow / +$

۲. $tuv * wx + yz \uparrow - / +$

۴. $*tu / vw - xy \uparrow z + +$

۱۷- با استفاده از الگوریتم کروسکال، ترتیب انتخاب یالها در گراف زیر به ترتیب (از چپ به راست) کدام است؟



۱. ab, ae, be, bc, ef, de ۲. ab, be, ec, cf, ed ۳. ab, be, cf, ef, ad ۴. ab, ae, bc, cf, ad

۱۸- درختی با ۱۰ رأس را در نظر بگیرید. حداقل تعداد مسیرهای موجود در این درخت چند تا است؟

۱. ۱۰ ۲. ۴۵ ۳. ۴۰ ۴. ۹۰

۱۹- کدام رابطه بازگشتی، تعداد یالهای گراف کامل K_n را محاسبه می کند؟

۱.
$$\begin{cases} E(n) = (n-1) * \frac{E(n-1)}{2} & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۲.
$$\begin{cases} E(n) = 2 * E(n-1) & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۳.
$$\begin{cases} E(n) = E(n-1) + \frac{(n-1)}{2} & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۴.
$$\begin{cases} E(n) = E(n-1) + (n-1) & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۲۰- حاصل حل رابطه بازگشتی زیر کدام گزینه است:

$$a_n = 7a_{n-1} \quad (n \geq 1)$$

$$a_0 = 1$$

۱. $a_n = 7n - 12$ ۲. $a_n = n^7 + 12$ ۳. $a_n = n^2 + 7$ ۴. $a_n = 7^n$

نمره ۱.۲۰

۱- نشان دهید که: الف) گراف Q_3 مسطح است.

ب) گراف K_5 و همچنین گراف $K_{3,3}$ مسطح نمی باشند.

نمره ۱.۲۰

۲- رابطه R روی مجموعه اعداد حقیقی به این صورت است که x و y در رابطه اند اگر و فقط اگر:

$$x^2 - y^2 = x - y$$

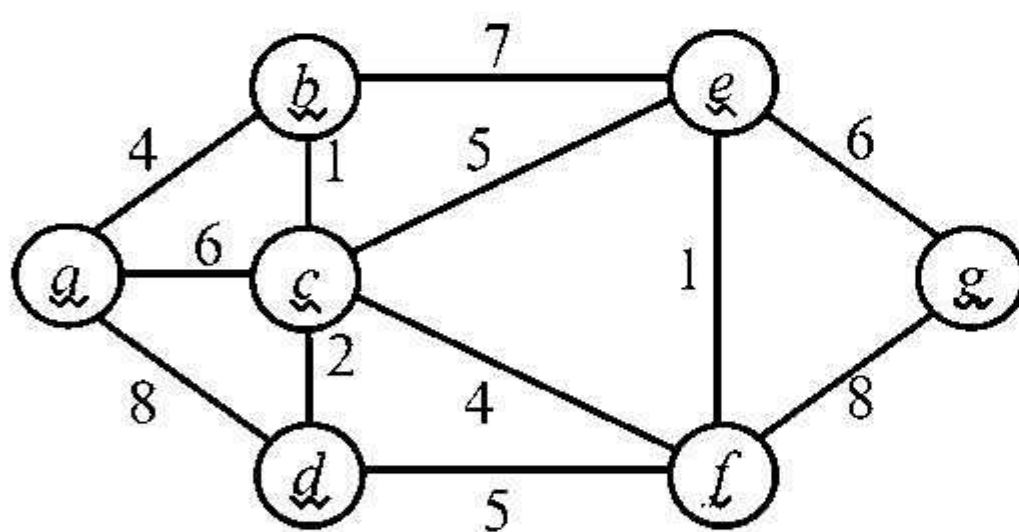
تعریف شده است.

الف) نشان دهید رابطه R هم‌ارزی است.

ب) دسته هم‌ارزی $[۲۷]$ را به دست آورید.

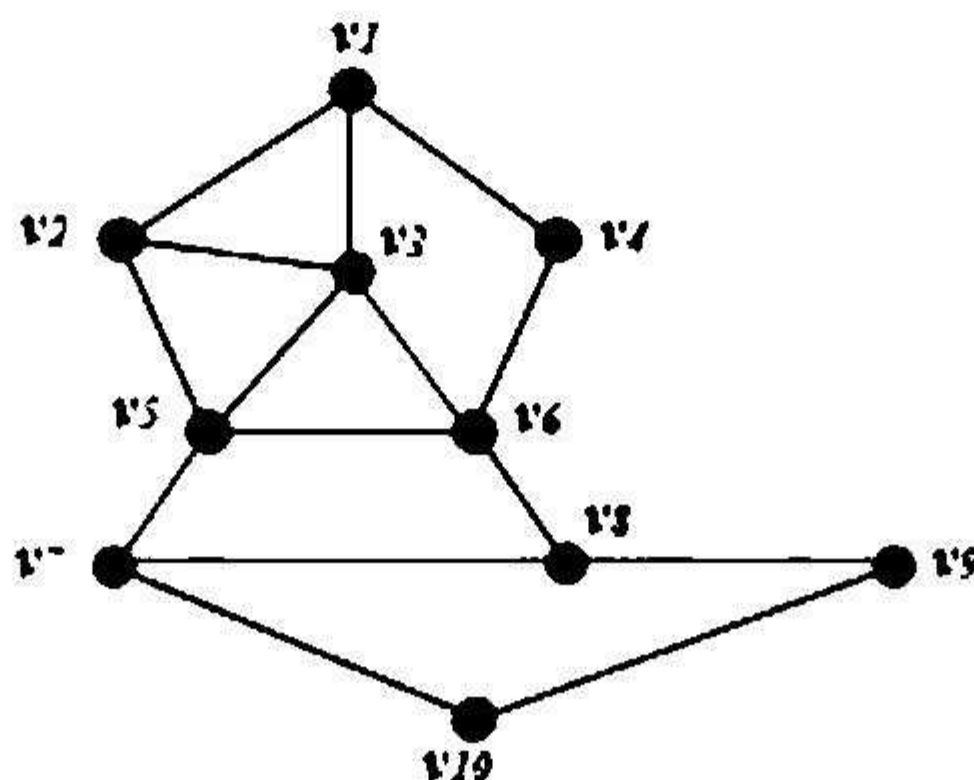
نمره ۱.۲۰

۳- با استفاده از الگوریتم دیجکسترا کوتاهترین مسیر بین رئوس a و g را به دست آورید.



نمره ۱.۲۰

۴- با استفاده از الگوریتم جستجوی اول عمق و جستجوی اول عرض، و با شروع از رأس v_1 ، درخت‌های فراگیری برای گراف شکل زیر رسم نمایید (اولویت ترتیب شماره‌ها باشد).



۵- نشان دهید هر مجموعه مرتب کامل یک شبکه است .

۱.۲۰ نمره

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	الف
2	ج
3	ب
4	الف
5	ج
6	ب
7	ب
8	ب
9	د
10	الف
11	الف
12	الف
13	الف
14	ب
15	ج
16	ب
17	د
18	ب
19	د
20	د

سوالات تشریحی

۱- Q_3

نمره ۱.۲۰

۲- صفحه 78 منبع

نمره ۱.۲۰

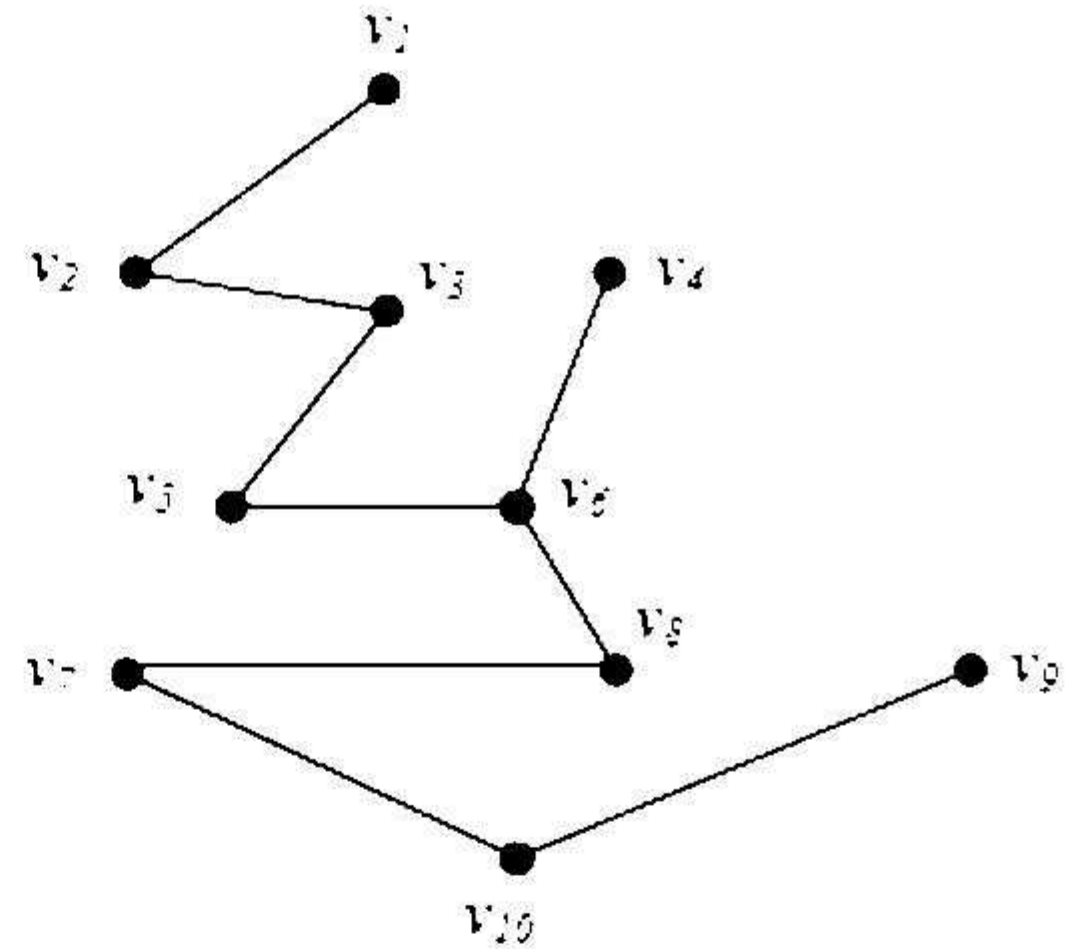
۳- کوتاهترین مسیر

نمره ۱.۲۰

$P=\{a,b,c,d,f,e,g\}$ است با طول ۱۶

۴-

نمره ۱.۲۰



۵-

نمره ۱.۲۰

از آنجا که هر دو عضو در مجموعه مرتب کامل مقایسه پذیر هستند، لذا برای هر دو عضو a, b یا $a \leq b$ یا $b \leq a$. اگر فرض کنیم $a \leq b$ باشد، آن گاه $GLB(\{a, b\}) = a$ و $LUB(\{a, b\}) = b$. در نتیجه هر مجموعه مرتب کامل یک شبکه است.

۱- مجموعه اعداد حقیقی R عالم سخن و $P(x,y) : xy=0$ آنگاه از گزاره‌های سوردار زیر کدام نادرست است؟

۱. به ازای هر x و هر y داریم $P(x,y)=0$

۲. به ازای هر x حداقل یک y وجود دارد به گونه ای که داریم $P(x,y)=0$

۳. به ازای هر y حداقل یک x وجود دارد به گونه ای که داریم $P(x,y)=0$

۴. حداقل یک x و حداقل یک y وجود دارد به گونه ای که داریم $P(x,y)=0$

۲- روابط زیر را در نظر بگیرید:

(الف) رابطه عاد کردن در مجموعه اعداد طبیعی

(ب) رابطه عاد کردن در مجموعه اعداد صحیح

(ج) رابطه $>$ در مجموعه اعداد طبیعی

(د) رابطه هم نهشتی در مجموعه اعداد طبیعی

کدامیک از روابط خاصیت ضد بازتابی دارد؟

۱. رابطه ج

۲. رابطه الف و ج

۳. هر سه رابطه

۴. رابطه ب و د

۳- فرض کنید $h: p \rightarrow \{0,1\}$ تابعی باشد که ارزش گزاره P را تعیین می کند. این ارزش می تواند ۰ (معادل FALSE) و یا ۱ (معادل TRUE) باشد. اگر در مورد گزاره A داشته باشیم $h(A)=1$ در اینصورت کدام گزینه در مورد A درست است؟

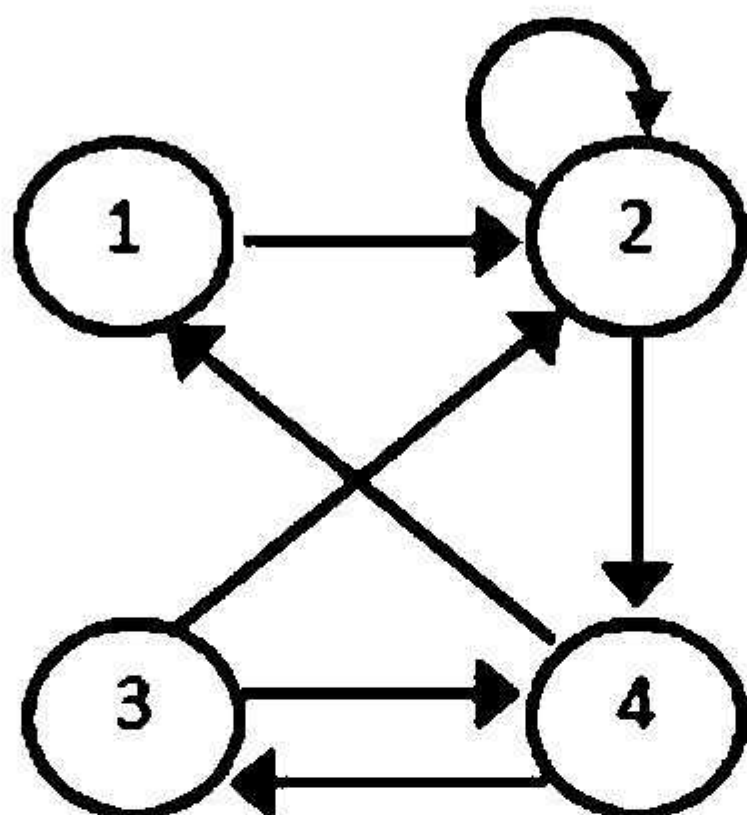
۱. A همیشه راستگو است.

۲. $\neg A$ همیشه راستگو نیست.

۳. $\neg A$ همیشه راستگو است.

۴. نمی توان در مورد راستگو بودن A نظر قطعی بیان نمود.

۴- رابطه R روی مجموعه $A = \{1,2,3,4\}$ را در نظر بگیرید، که به وسیله گراف جهت دار شکل زیر نشان داده شده است. بستار متعدی این رابطه کدام گزینه است؟



۱. $\{(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)\}$
 ۲. $\{(1,1)(1,2)(2,1)(2,2)(3,1)(3,2)(4,1)(4,2)\}$

۳. $\{(1,1)(1,2)(1,3)(2,2)(3,1)(3,2)\}$
 ۴. $\{(1,2)(2,2)(2,4)(3,4)(3,2)(4,1)(4,3)\}$

۵- اگر ارزش گزاره‌های P, Q, R به ترتیب T, T, F باشند، ارزش گزاره‌های $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ و $(R \rightarrow Q) \rightarrow P$ به ترتیب برابر است با:

۱. هر دو T
 ۲. هر دو F
 ۳. اولی F و دومی T
 ۴. اولی T و دومی F

۶- کدام استنتاج معتبر است؟

۱. $p \rightarrow r$ $p \rightarrow (q \vee \neg r)$ $\neg q \vee \neg s$ p <hr/> $\therefore \neg s$	۲. $p \rightarrow r$ $p \rightarrow (q \vee \neg r)$ $\neg q \vee \neg s$ p <hr/> $\therefore s$	۳. $p \rightarrow r$ $\neg p$ <hr/> $\therefore \neg r$	۴. $\neg p \rightarrow F$ <hr/> $\therefore \neg p$
---	--	---	--

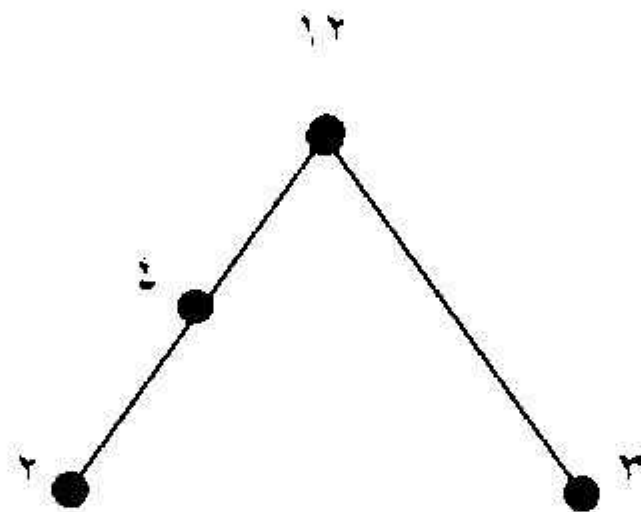
۷- در مورد گزاره $\neg(P \rightarrow \neg P)$ کدام گزینه صحیح است؟

۱. همیشه نادرست است
 ۲. همیشه درست است
 ۳. هم ارز P است
 ۴. هم ارز $\neg p$ است

۸- نقیض‌گزاره "به ازاء هر عدد صحیح و مثبت n ، مقدار $n^2 + 41n + 41$ اول است." کدام گزینه است؟

۱. به ازاء هر عدد صحیح و مثبت n مقدار $n^2 + 41n + 41$ اول نیست.
۲. لااقل یک عدد صحیح و مثبت n وجود دارد به قسمی که $n^2 + 41n + 41$ اول نیست.
۳. لااقل یک عدد صحیح و مثبت n وجود دارد به قسمی که $n^2 + 41n + 41$ اول است.
۴. به ازاء هیچ عدد صحیح و مثبت n مقدار $n^2 + 41n + 41$ اول نیست.

۹- در رابطه زیر عضو مینیمال کدام است؟



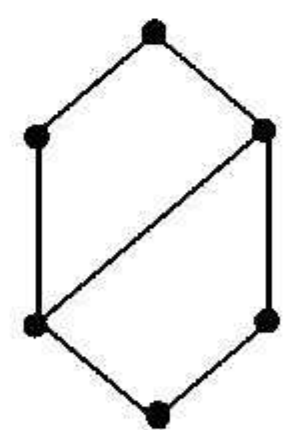
۴. عضو مینیمال ندارد

۳. 2

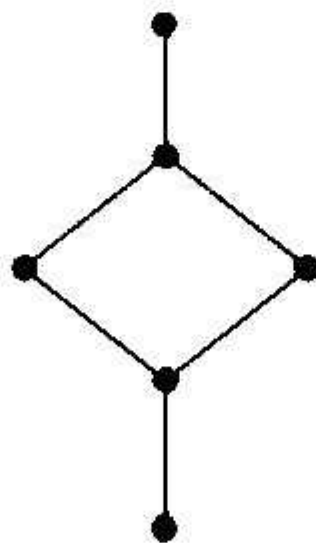
۲. 2 و 3

۱. 12

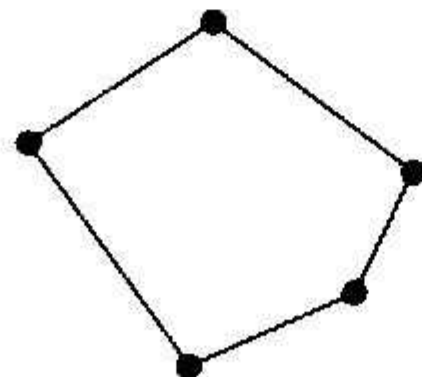
۱۰- کدام گراف شبکه نیست؟



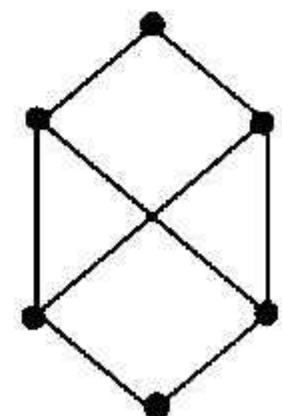
۱.



۲.



۴.



۳.

۱۱- گراف K_n از گراف K_{n-2} ، 13 یال بیشتر دارد، n چند است؟

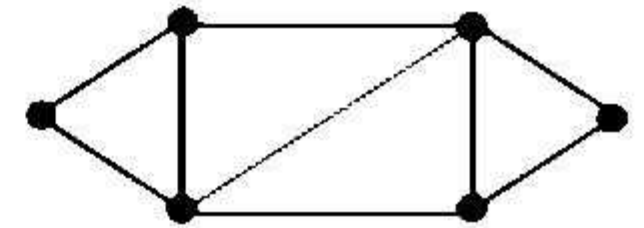
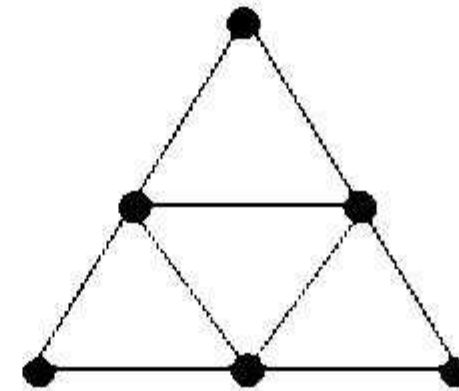
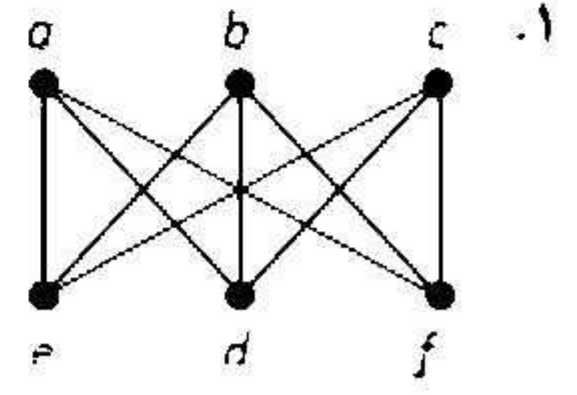
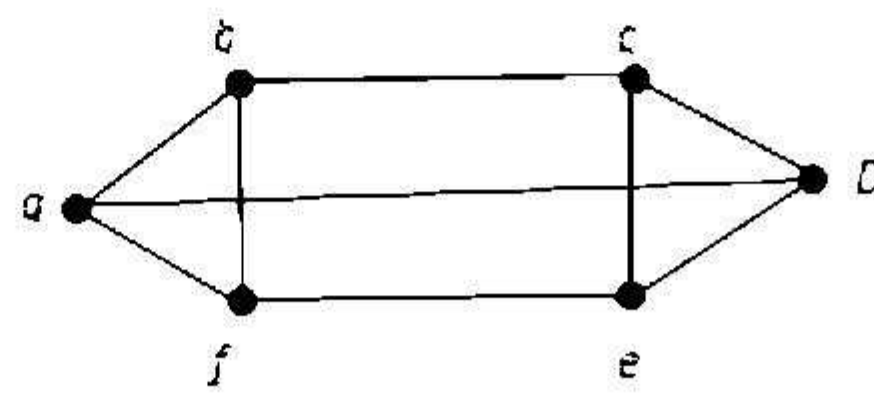
۱. 13

۲. 16

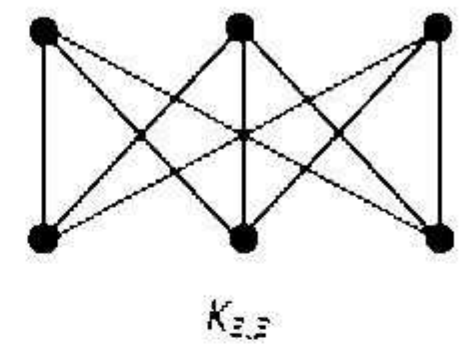
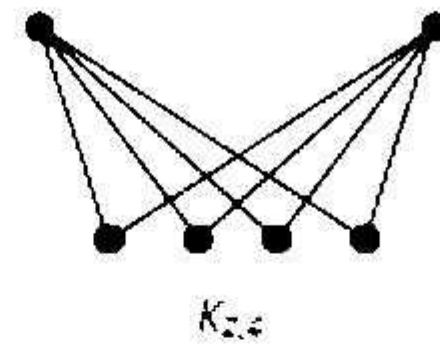
۳. 8

۴. 19

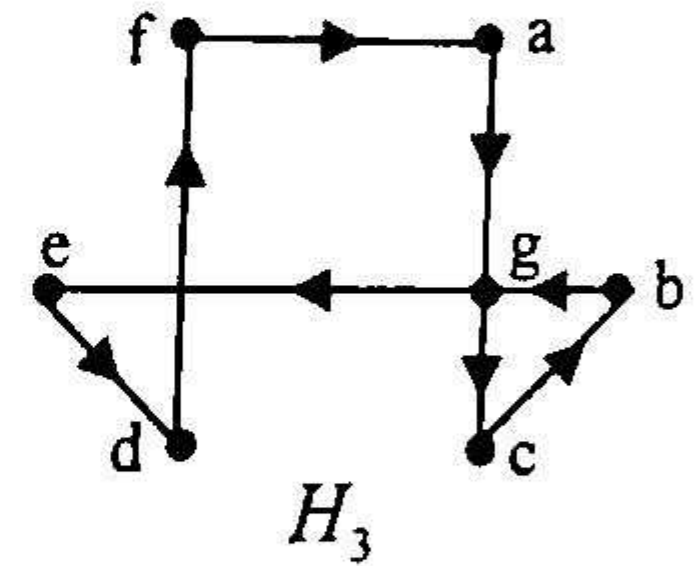
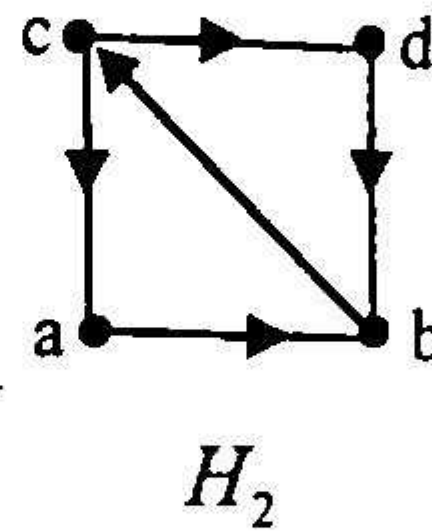
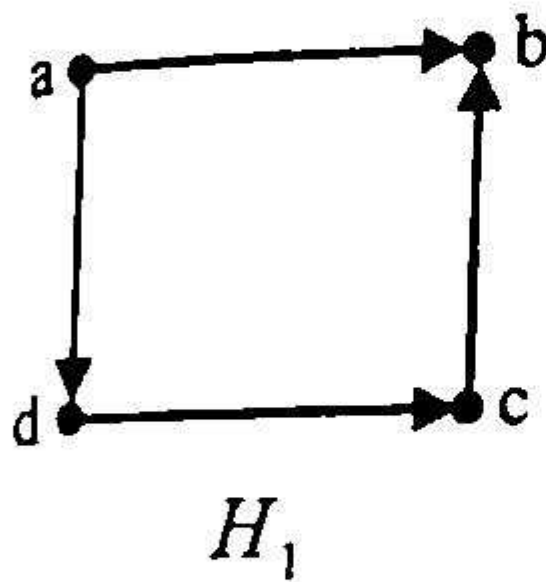
۱۲- کدام زوج گراف های زیر یکریخت هستند؟



۳. گراف $K_{m,n}$ و گراف $K_{n,m}$



۱۳- کدامیک از گرافهای زیر مدار اویلری دارند؟



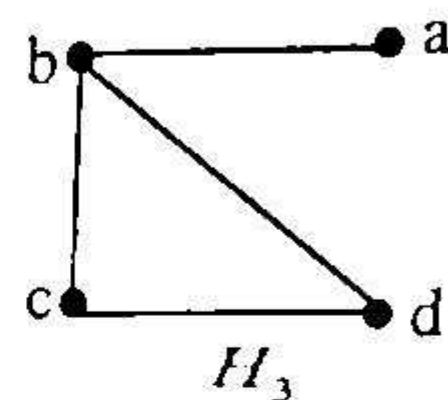
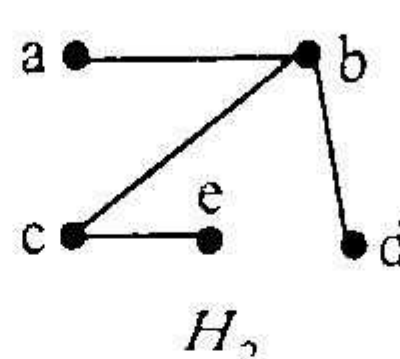
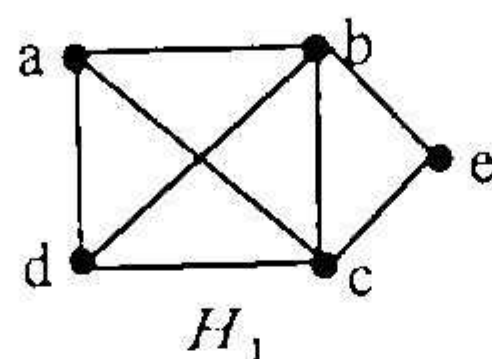
۱. فقط H_3

۲. هر سه

۳. فقط H_1

۴. فقط H_2

۱۴- کدام یک از گرافهای زیر مسیر همیلتونی دارند؟



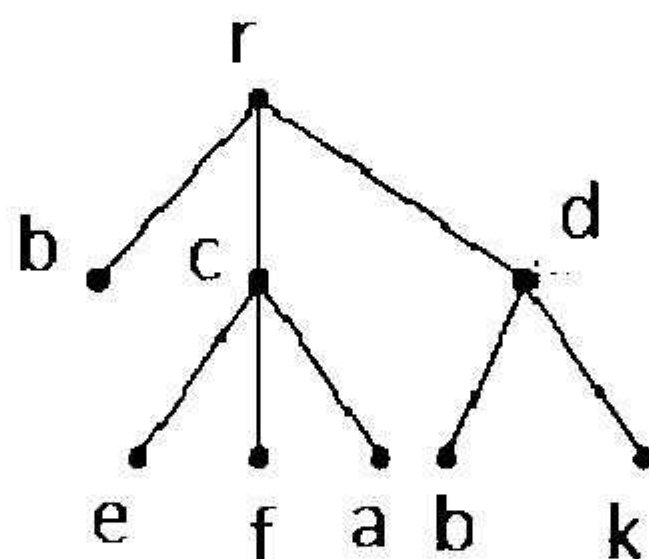
۴. H3 و H1

۳. فقط H1

۲. هیچ کدام

۱. هر سه

۱۵- پیمایش پیش ترتیب در درخت زیر کدام گزینه است؟



۴. befgchkdr

۳. efgkhbcd

۲. rbcefgdhk

۱. rbcddefghk

۱۶- رابط زیر را در نظر بگیرید:

الف) $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x = y$

ب) $\forall x, y \in \mathbb{Z} : xRy \Leftrightarrow x^2 = y^2$

کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر دو ترتیب جزئی است

۲. الف ترتیب جزئی است و ب ترتیب جزئی نیست.

۳. الف ترتیب جزئی نیست و ب ترتیب جزئی است.

۴. هیچ کدام ترتیب جزئی نیستند.

۱۷- رابطه بخش پذیری روی مجموعه اعداد اول $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ را در نظر بگیرید. عضوهای ماکسیمال و مینیمال این رابطه کدام است؟

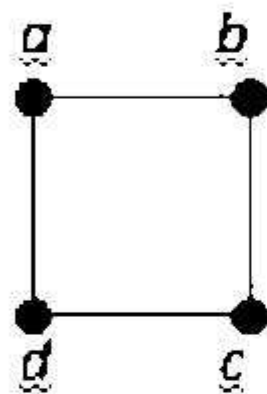
۱. عضو 2 هم ماکسیمال است و هم مینیمال است.

۲. عضو مینیمال 2 است و عضو ماکسیمال ندارد

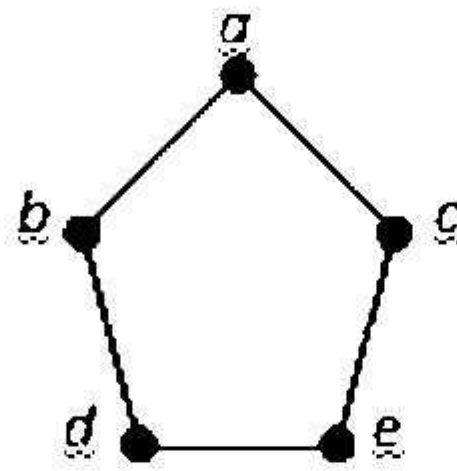
۳. عضو ماکسیمال و مینیمال ندارد

۴. هر عضو هم ماکسیمال است و هم مینیمال

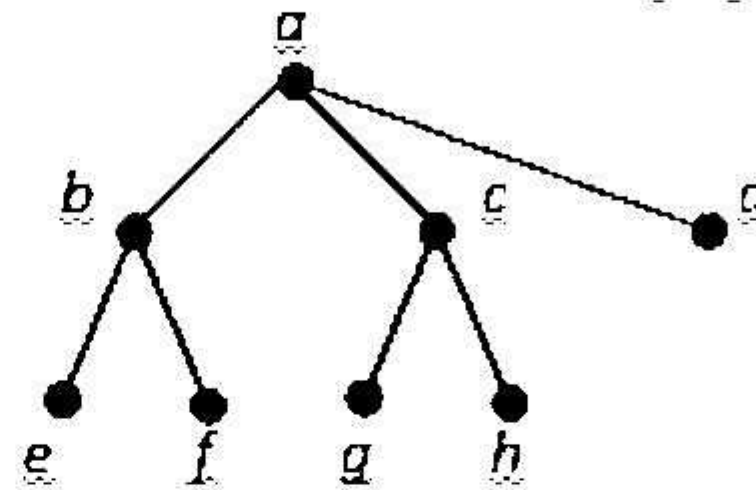
۱۸- در مورد گرافهای زیر کدام گزینه صحیح است؟



(ج)



(ب)



(الف)

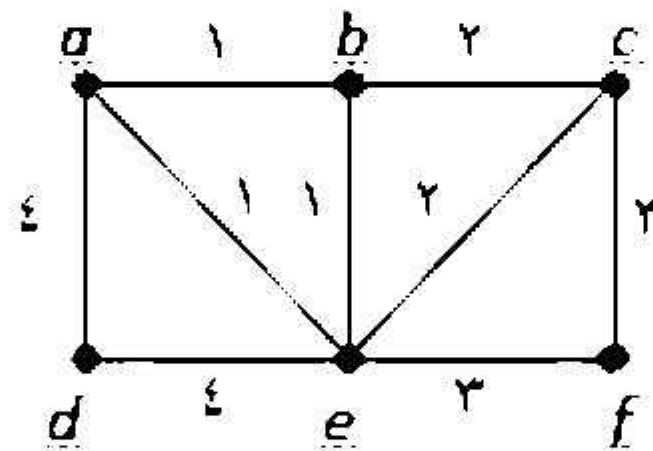
۱. گراف الف و ج دوبخشی است.

۲. هر سه دوبخشی هستند.

۳. فقط الف دو بخشی است.

۴. گراف ب و ج دو بخشی است.

۱۹- گراف زیر را در نظر بگیرید. درخت فراگیر مینیمم با استفاده از الگوریتم کروسکال دارای چه وزنی خواهد بود؟



۱. ۱۱

۲. ۱۲

۳. ۱۳

۴. ۱۴

۲۰- حداقل تعداد مسیرهای موجود در درختی با ۱۰ راس برابر است با:

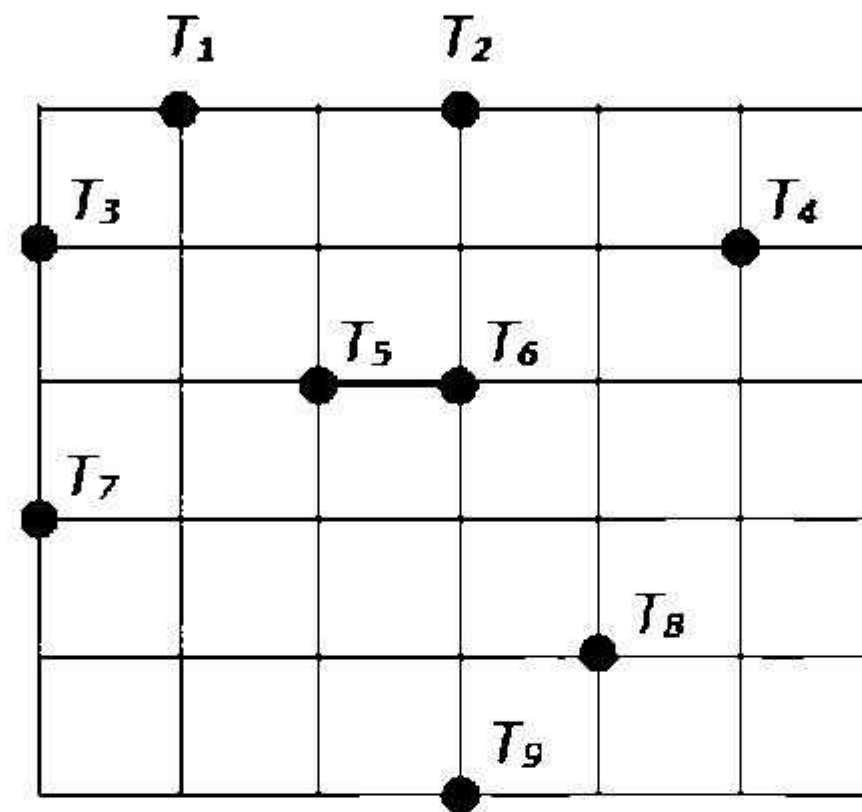
۱. ۲۰

۲. ۱۱

۳. ۱۰

۴. ۴۵

۲۱- یک مهندس برق، مداری با 9 ترمینال مطابق شکل زیر را طراحی نموده است. این مدار باید به ولتاژی معادل 5 ولت متصل گردد. فرض کنید 5 ولت به یکی از ترمینال‌ها وصل است. برای اینکه سیم‌کشی در مدار به کار رود، چقدر سیم لازم است (به‌طوری‌که فاصله هر سطر و ستون یک سانتی‌متر باشد)؟



۴. $5\sqrt{2}$

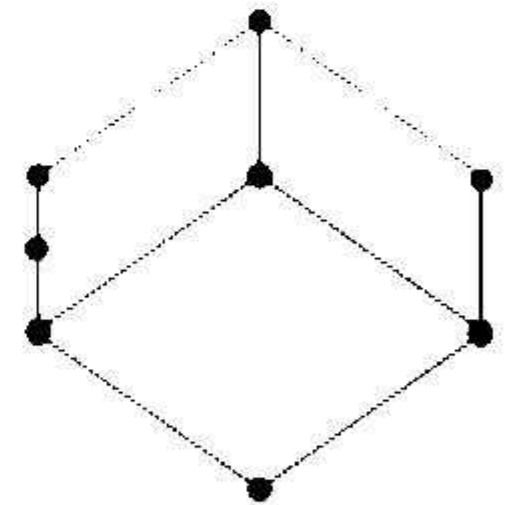
۳. $5\sqrt{5}$

۲. $7 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

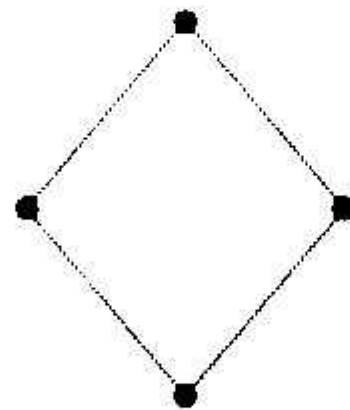
۱. $7 + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$

۲۲- کدام گزینه جبر بول است؟

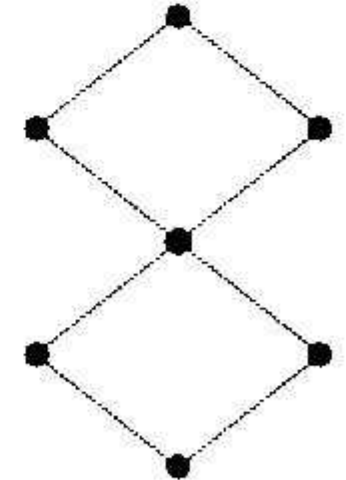
۱.



۲.



۳.



۴. D_{54}

۲۳- جواب معادله بازگشتی روبرو کدام گزینه است؟

$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - 2a_{n-2} & n \geq 2 \\ a_0 = 1, a_1 = 2 \end{cases}$$

۲. $a_n = 3(1+i)^n + 2(1-i)^n$

۱. $a_n = c_1(1+i)^n + c_2(1-i)^n$

۴. $a_n = c_1(1+i)^{2n} + c_2(1-i)^{3n}$

۳. $a_n = 4(1+2i)^n + 2(1-3i)^n$

۲۴- جواب رابطه بازگشتی $\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + 1 & n \geq 2 \\ a_1 = 1 \end{cases}$ کدام گزینه است؟

۱. $a_n = 2^{n+1} - 1$ ۲. $a_n = 2^{n+1} + 1$ ۳. $a_n = 2^n + 1$ ۴. $a_n = 2^n - 1$

۲۵- رابطه بازگشتی مربوط به مساله "تعداد رشته های به طول n که دارای دو صفر متوالی نیستند" کدام گزینه می باشد؟

۲. $\begin{cases} a_n = a_{n-1} - a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 4 \end{cases}$

۱. $\begin{cases} a_n = a_{n-1} + a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 3 \end{cases}$

۴. $\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 3 \end{cases}$

۳. $\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - 2a_{n-2} & n \geq 3 \\ a_1 = 2, a_2 = 4 \end{cases}$

سوالات تشریحی

۱.۵۰ نمره

۱- فرض کنید n یک عدد صحیح است. نشان دهید اگر n2 فرد باشد آن گاه n نیز فرد است.

۱.۵۰ نمره

۲- ماتریس رابطه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

با استفاده از الگوریتم وارشال ماتریس بستار متعدی آن را بیابید

۱.۵۰ نمره

۳- گراف خودمکمل چه گرافی است؟ توضیح دهید و مثالی از آن عنوان نمایید.

۴- اگر پیمایش پس‌ترتیب یک درخت به صورت $fg + hi - jk + \div \times$ ، درخت را رسم نمایید.

۱.۵۰ نمره

نمبر سوال	جواب صحيح
1	الف
2	الف
3	الف
4	الف
5	ج
6	الف
7	ج
8	ب
9	ب
10	ج
11	ج
12	ج
13	الف
14	د
15	ب
16	ب
17	د
18	الف
19	الف
20	د
21	ب
22	ب
23	الف
24	د
25	الف

۱- کدام گزینه در مورد گزاره های p و q صحیح هستند؟

۱. $p \vee q$ وقتی صحیح است که حداقل یکی از گزاره ها صحیح باشند.

۲. گزاره $\neg p \wedge \neg q$ اگر یکی از گزاره ها صحیح و دیگری نادرست باشد، ارزش درست خواهد داشت.

۳. گزاره $\neg p \vee p$ یک گزاره همیشه نادرست است.

۴. گزاره $\neg p \vee \neg p$ یک گزاره همیشه درست است.

۲- گزاره های زیر را در نظر بگیرید:

p : متغیر 12×12 یک اسم متغیر معتبر در زبان برنامه نویسی C است.

q : مریخ جزو منظومه شمسی است.

ارزش گزاره مرکب $p \oplus q$ و $p \rightarrow q$ به ترتیب برابر است با:

۱. هر دو نادرست هستند.

۲. هر دو درست هستند

۳. $p \oplus q$ ارزش درست و $p \rightarrow q$ ارزش نادرست دارد.

۴. $p \oplus q$ ارزش درست دارد ولی در مورد $p \rightarrow q$ نمی توان نظر داد.

۳- با داشتن گزاره های درست $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ و $p \wedge q$ می توان در مورد درستی کدام گزینه نتیجه گرفت؟

۱. r

۲. $\neg r$

۳. $\neg q$

۴. $p \oplus q$

۴- گزاره‌های زیر را در عالم سخن مجموعه اعداد صحیح (Z) در نظر بگیرید:

$$p(x): x \geq 0$$

$$q(x): x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$r(x): x^2 - 3 > 0$$

کدام گزاره زیر درست است؟

$$\forall x[r(x) \wedge q(x)] \quad .۲$$

$$\forall x[p(x) \wedge q(x)] \quad .۱$$

$$\exists x[p(x) \wedge r(x)] \quad .۴$$

$$\forall x[\neg p(x) \vee \neg r(x)] \quad .۳$$

۵- کدام گزینه در مورد روابط زیر صادق است؟

$$R1 = \{(a, b) \mid a = b\}$$

$$R2 = \{(a, b) \mid a = b + 1\}$$

$$R3 = \{(a, b) \mid a \equiv^n b\}$$

۲. رابطه R1 و R3 دارای خاصیت ضدبازتابی هستند

۱. همگی دارای خاصیت بازتابی هستند

۴. رابطه R2 و R3 دارای خاصیت تقارن هستند

۳. رابطه R1 و R2 دارای خاصیت ضدتقارن هستند

۶- کدام ماتریس رابطه نشاندهنده یک رابطه ترتیب جزئی است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .۴$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .۳$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .۲$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .۱$$

۷- کدام گزینه در مورد روابط صحیح است؟

۱. هر رابطه ترتیب جزئی، ترتیب کامل هم هست

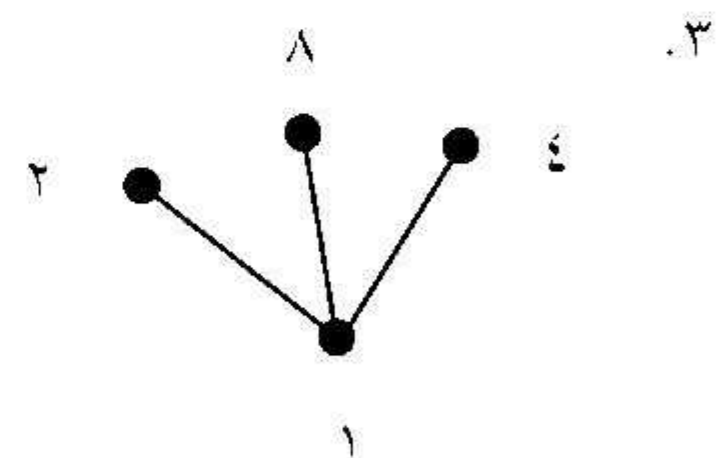
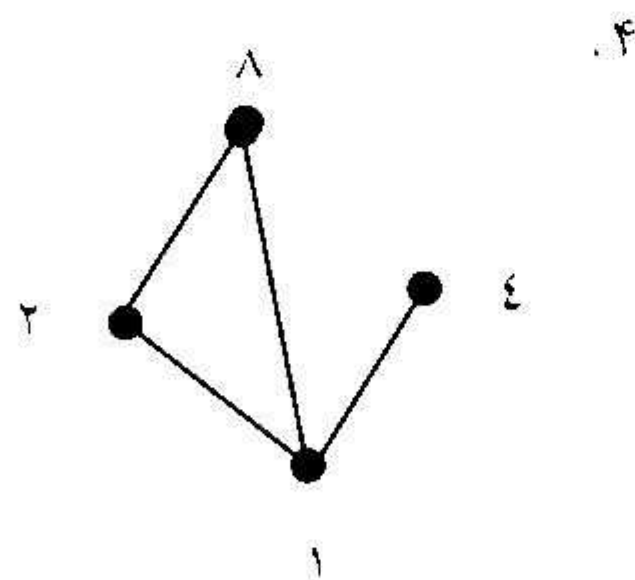
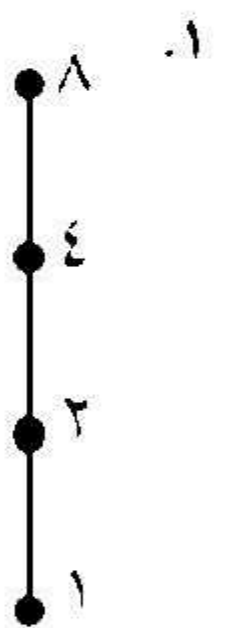
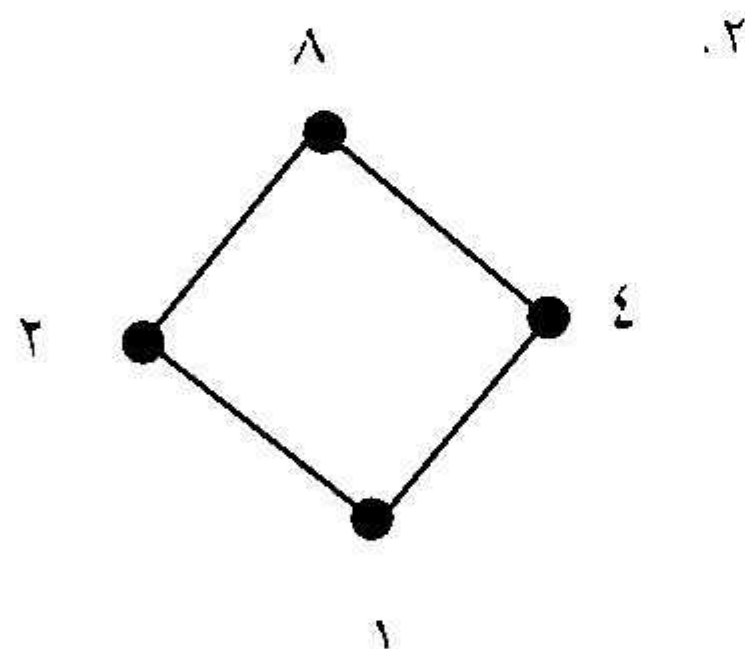
۲. مجموعه $P(\Lambda)$ (مجموعه شامل زیرمجموعه های Λ) با رابطه \subseteq دارای ترتیب جزئی است.

۳. رابطه ترتیب جزئی دارای خاصیت بازتابی، تقارن، تعدی است

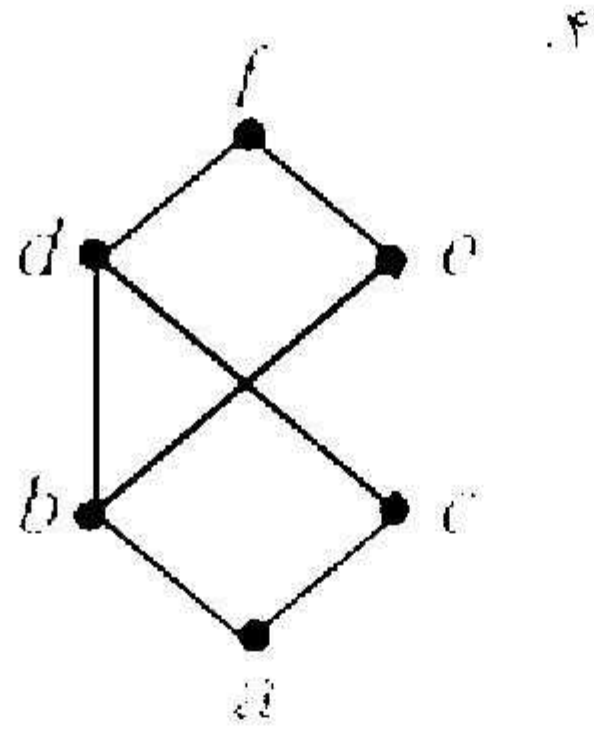
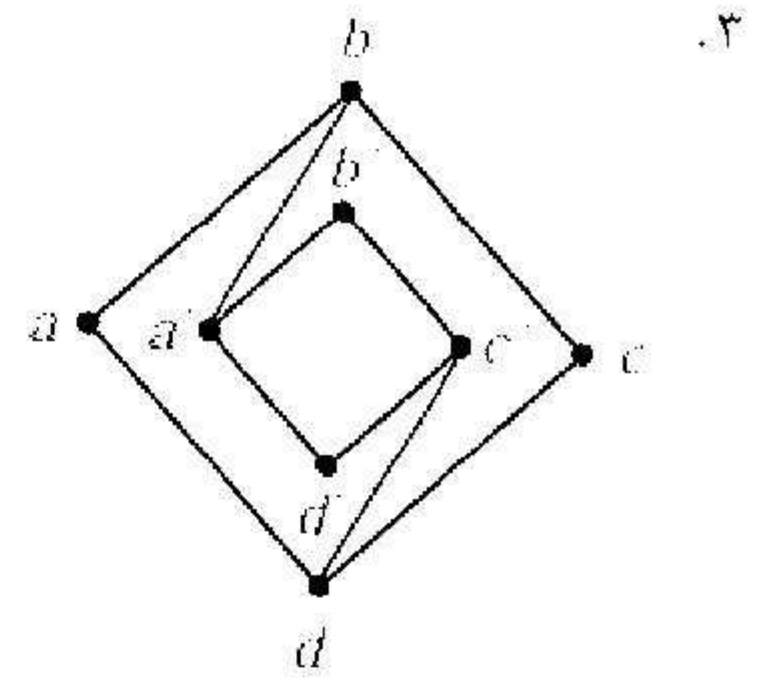
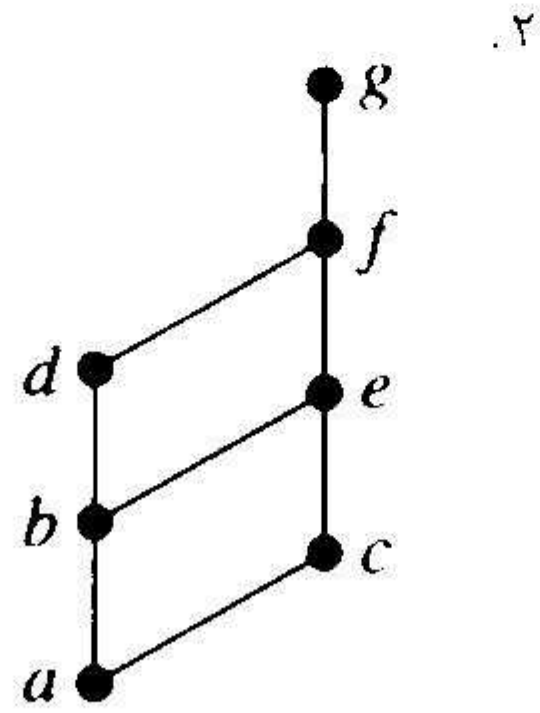
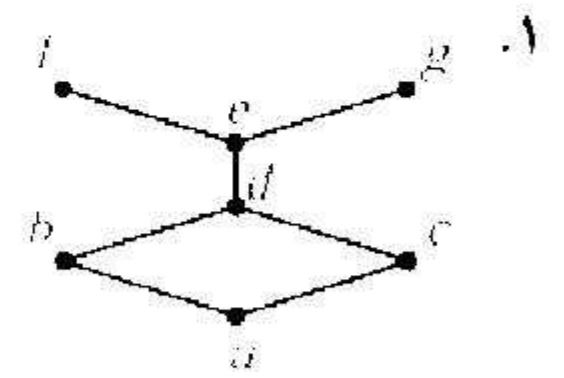
۴. هر رابطه ترتیب جزئی شبکه است

۸- فرض کنید $A = \{1, 2, 4, 8\}$ و رابطه عاد کردن بر روی مجموعه A مفروض باشد. کدام گزینه نمودار هاس رابطه ترتیب

جزئی این رابطه را نشان می دهد؟

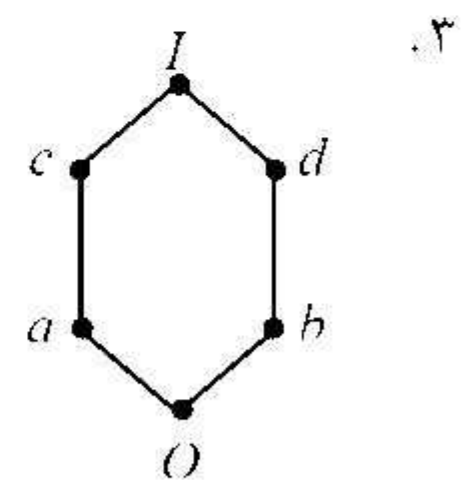
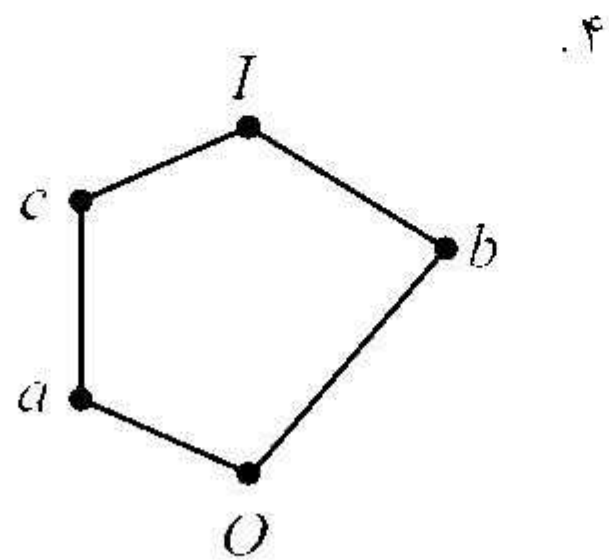
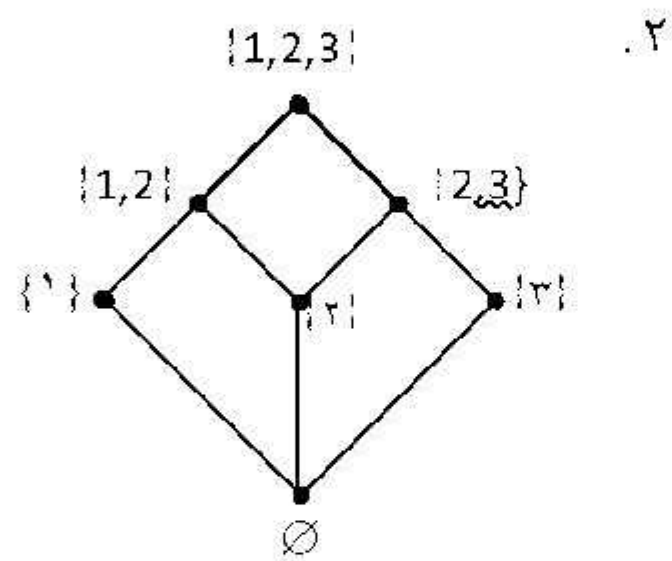


۹- کدامیک از نمودارهای زیر شبکه است؟



۱۰- کدام شبکه توزیع پذیر است؟

۱) $(\mathbb{Z}^+, |)$



۱۱- فرم نرمال c.n.f، تابع $f = xy + x'z$ کدام است؟

۱. $(x + y + z)(x + y' + z')(x' + y' + z)(x' + y + z')$

۲. $(x' + y + z)(x' + y' + z)(x' + y + z')$

۳. $(x + y' + z)(x + y + z')(x' + y' + z)$

۴. $(x + y + z)(x + y' + z)(x' + y + z)(x' + y + z')$

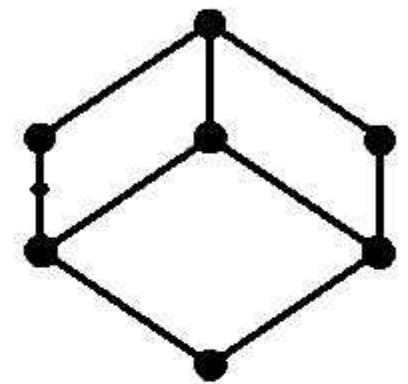
۱۲- عبارت بولی $xyz + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$ به صورت ساده کدام گزینه است؟

۱. $z + \bar{x}\bar{y}$ ۲. $\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$ ۳. $\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y$ ۴. $\bar{y}\bar{z}$

۱۳- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. هر شبکه یکرخت با یک شبکه $(P(A), \subseteq)$ ، جبر بول است.

۲. شبکه مقابل جبر بول است.



۳. شبکه وقتی جبر بول است که محدود، توزیع پذیر و متمم پذیر باشد.

۴. در هر جبر بول رابطه $x + xy = x$ برقرار است

۱۴- رابطه بخش پذیری روی مجموعه اعداد اول $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه در

مورد این رابطه صحیح است؟

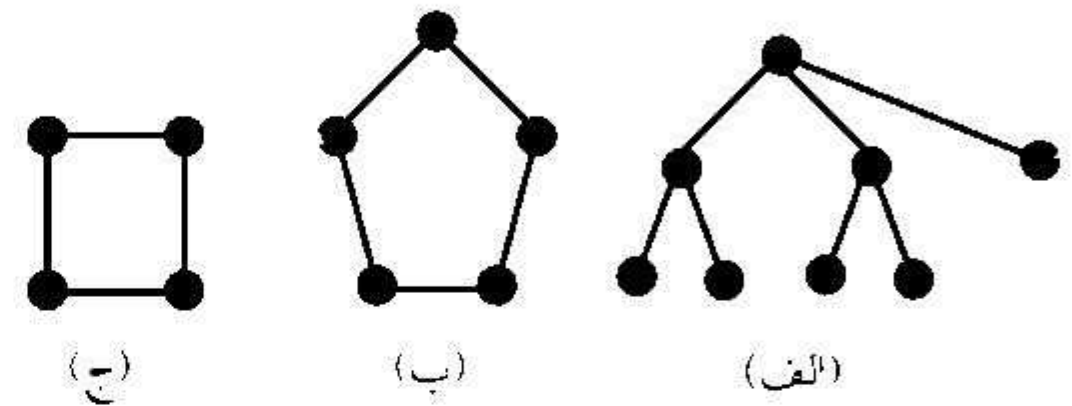
۱. عضو مینیمال 2 و عضو ماکسیمال ندارد.

۲. عضو مینیمال و ماکسیمال ندارد

۳. هر عضو هم مینیمال و هم ماکسیمال است

۴. عضو 2 هم مینیمال و هم ماکسیمال است

۱۵- گرافهای زیر را در نظر بگیرید. کدام دو بخشی هستند؟



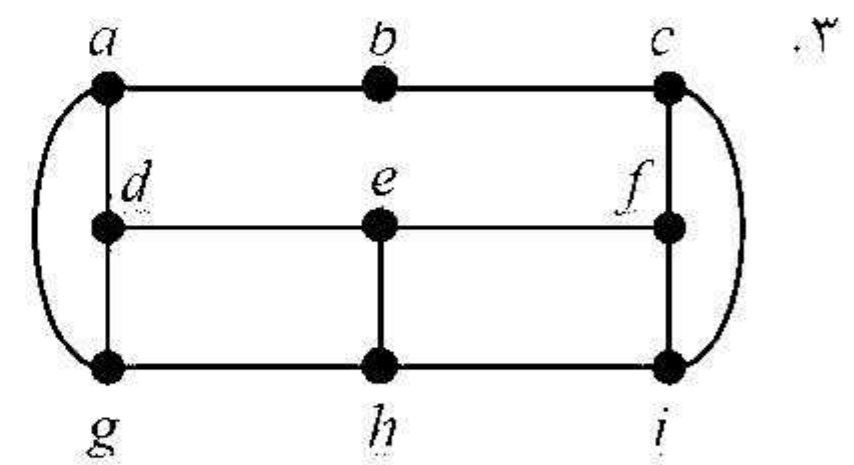
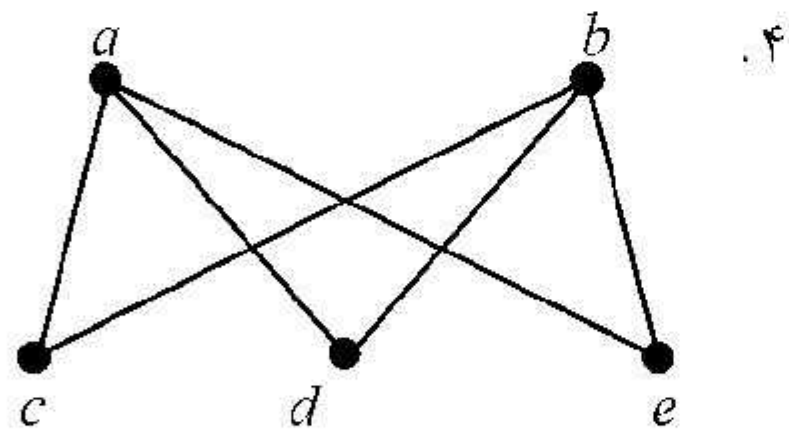
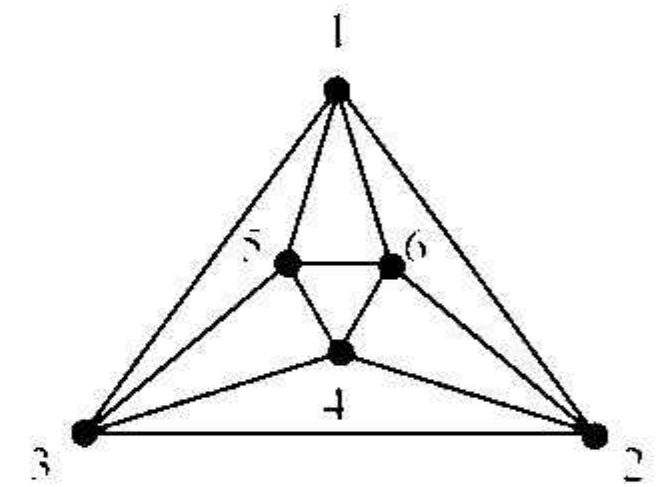
۱. گرافهای الف و ج هر سه

۳. گرافهای ب و ج

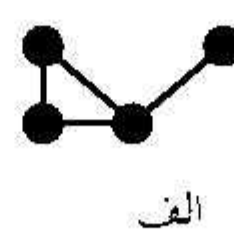
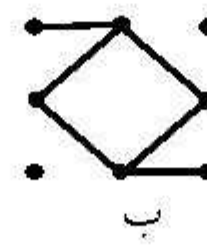
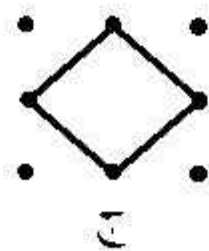
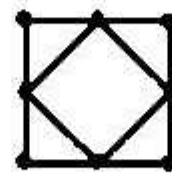
۴. فقط گراف الف

۱۶- کدام گراف دارای دور هامیلتونی نیست؟

۲. گراف K_n برای $n > 2$



۱۷- گراف مقابل و زیر گرافهای الف، ب، ج را در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح است؟



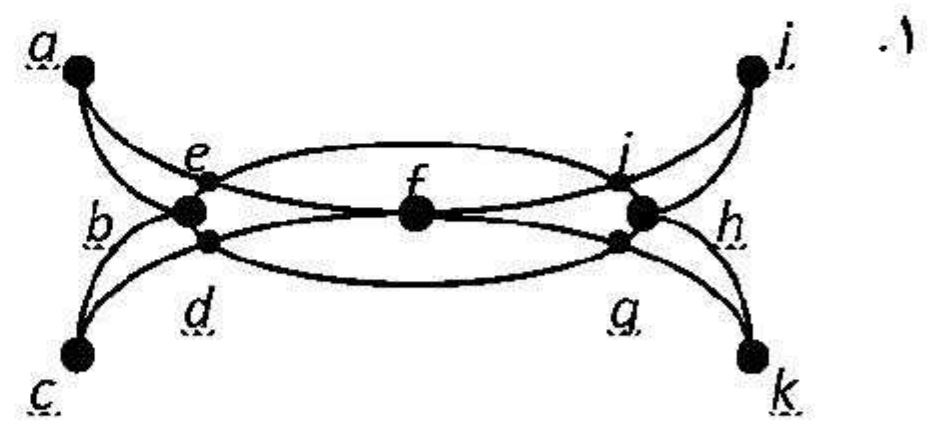
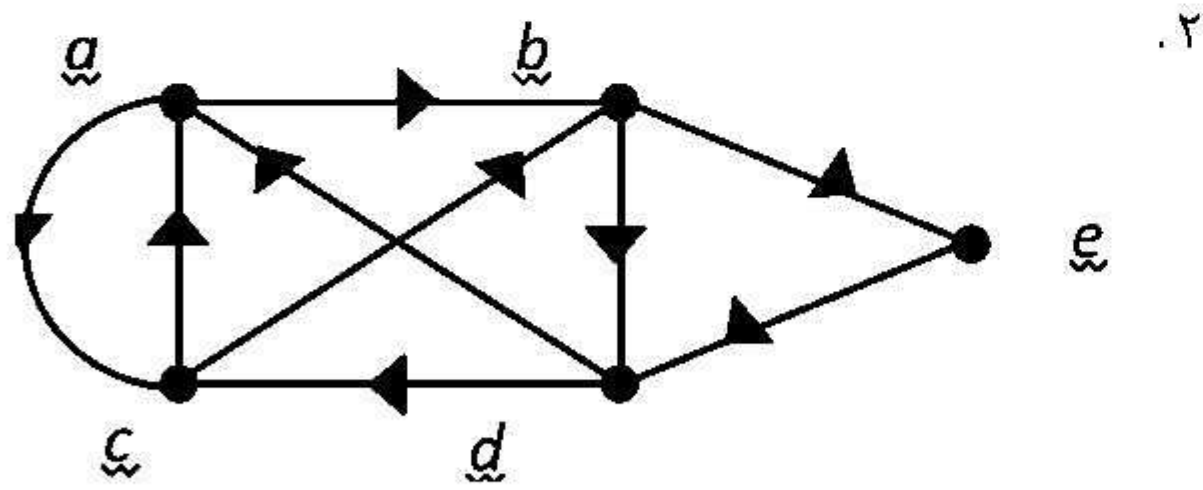
۱. گرافهای ب و ج، زیر گراف فراگیر هستند

۲. هر سه زیر گراف فراگیر هستند

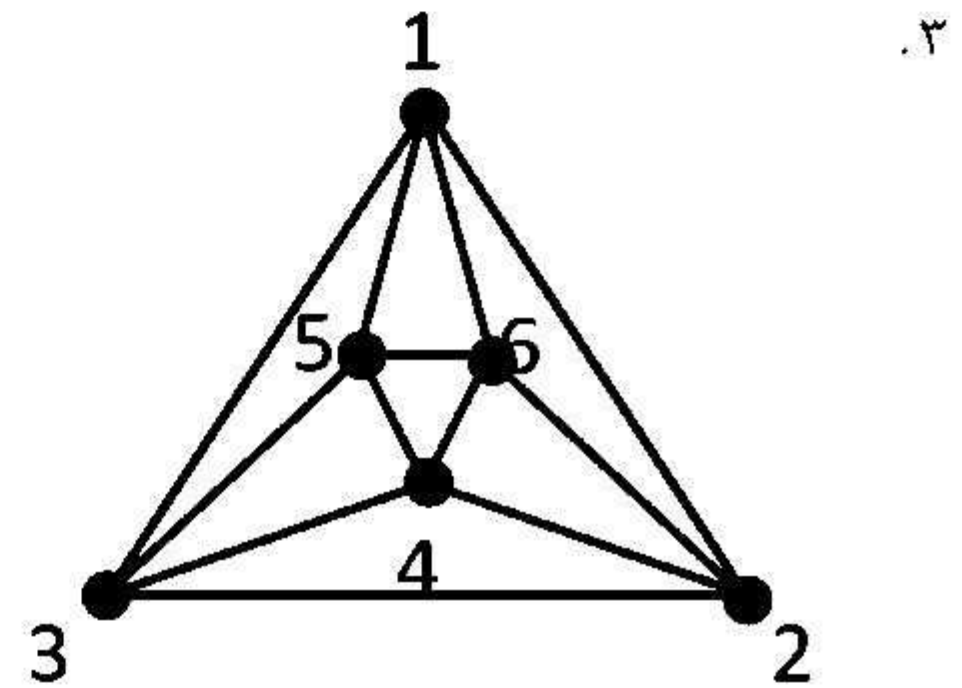
۳. گرافهای الف و ب فراگیر هستند

۴. فقط گراف ب فراگیر است

۱۸- کدام یک از گرافهای زیر دارای مدار اویلری نیست؟



۴. گراف K_n برای $n > 2$



۱۹- کدام گزینه در مورد گرافهای مسطح صحیح نیست؟

۱. گراف k_1, k_2, k_3, k_4 گرافهای مسطح هستند

۲. در گراف مسطح رابطه $|R| - |E| + |V| = 2$ بین تعداد رئوس و یالها و تعداد نواحی برقرار است

۳. گراف k_5 مسطح است

۴. گراف Q_3 مسطح است

۲۰- عبارت پسوندی مربوط به عبارت ریاضی $t + (u * V) / (w + x - y \uparrow z)$ کدام گزینه است. (عمل \uparrow به معنی توان است)

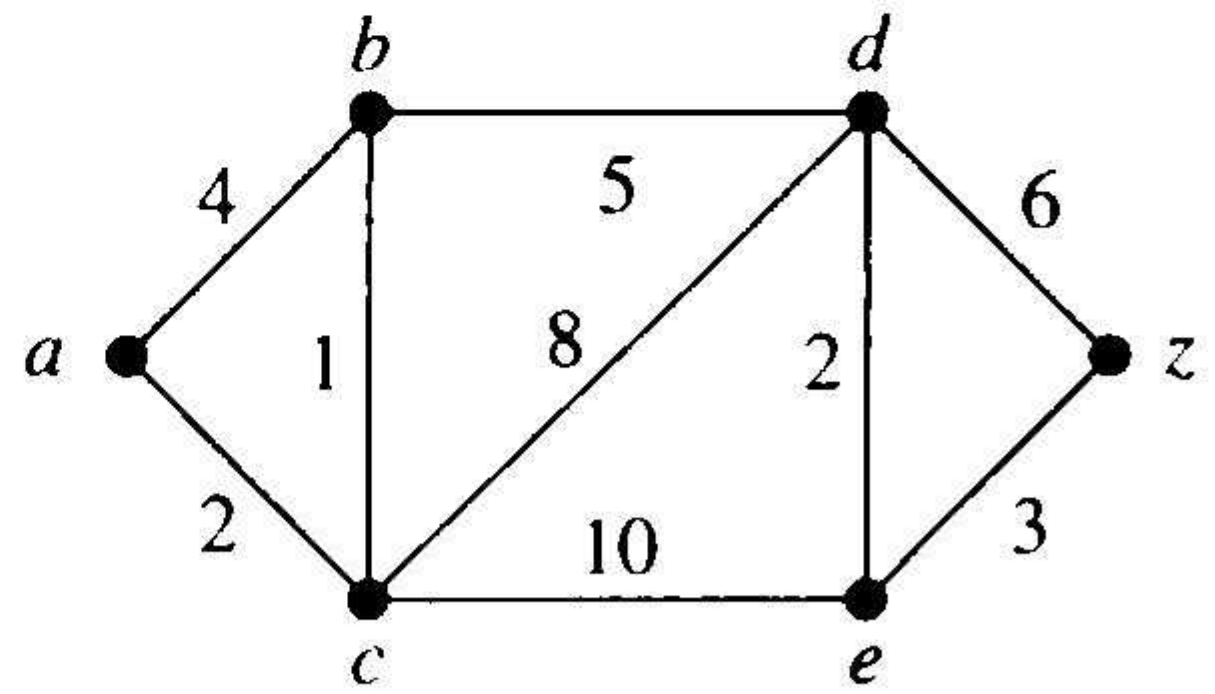
۲. $t * u + vwx \uparrow y - z + /$

۱. $t * uv + wx \uparrow yz - + /$

۴. $tuv * wx + yz \uparrow - / +$

۳. $tuv * +wx \uparrow - yz + /$

۲۱- طول کوتاهترین فاصله بین دو رأس a و z با استفاده از الگوریتم دیجکسترا بر روی گراف زیر کدام است؟



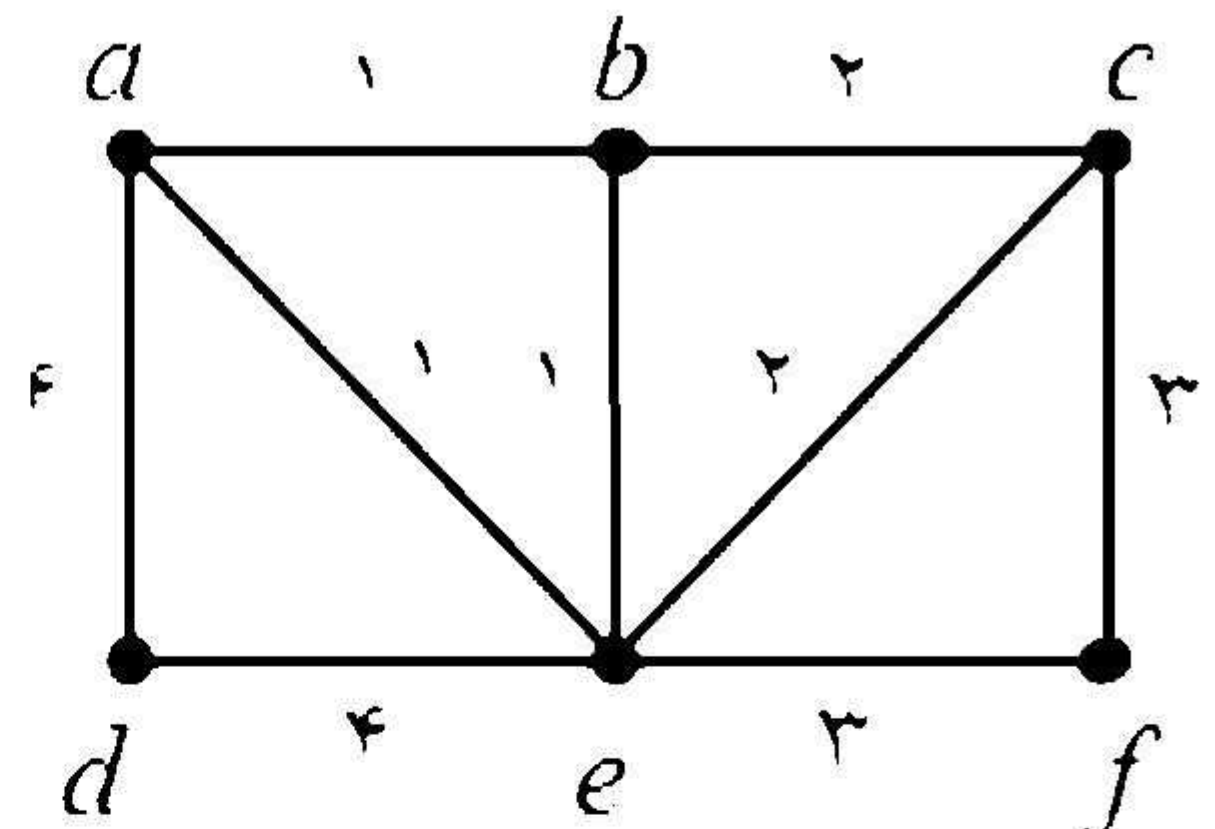
۱۱ .۴

۱۵ .۳

۱۳ .۲

۱۲ .۱

۲۲- با استفاده از الگوریتم کروسکال، ترتیب انتخاب یالها در گراف زیر به ترتیب (از چپ به راست) کدام است؟



ab,ac,bc,cf,ad .۴

ab,bc,cf,cf,ad .۳

ab,bc,cc,cf,cd .۲

ab,ac,bc,bc,cf,de .۱

۲۳- درختی با ۱۰ رأس را در نظر بگیرید. حداقل تعداد مسیرهای موجود در این درخت چند تا است؟

۵۰ .۴

۴۵ .۳

۴۰ .۲

۳۵ .۱

۲۴- درخت m تایی کامل T_m به عمق n را در نظر بگیرید. رابطه‌ای بازگشتی برای محاسبه تعداد رأس‌های T_m برابر است با:

$$a_n = ma_n + m - 1 (a_0 = 1) \quad .۲$$

$$a_n = 2a_n + 1 (a_0 = 1) \quad .۱$$

$$a_n = a_{n-1} + m (a_0 = 0) \quad .۴$$

$$a_n = a_{n-1}m (a_0 = 1) \quad .۳$$

$$\begin{cases} a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3} \\ a_0 = 2, \quad a_1 = 5, \quad a_2 = 15 \end{cases}$$

$$a_n = 1 - (2)^n + 2(3)^n \quad .۲$$

$$a_n = (2)^n + (3)^n \quad .۱$$

$$a_n = (10)^n + (n)^2 \quad .۴$$

$$a_n = (10)^n + (2)^n \quad .۳$$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- هنگام بررسی کیفیت برنامه کامپیوتری، یکی از نخستین مسائل این است که آیا این برنامه کاربردی به درستی فعالیت مورد انتظار را انجام می‌دهد یا خیر؟ یکی از روش‌هایی که می‌تواند در اینگونه بررسی‌ها نقشی اساسی بازی کند، استقرای ریاضی است. فرض کنید، قطعه برنامه پاسکال زیر موجود باشد:

while $n \neq 0$ **do**

begin

$x := x * y;$

$n := n - 1;$

end;

answer $:= x;$

این برنامه، جواب xy^n را برای متغیرهای حقیقی x و y که در آن n عدد صحیح نامنفی است را تولید می‌کند (مقادیر سه متغیر x و y و n به وسیله کاربر مشخص شده است). درستی این جواب را با استفاده از استقرا تحقیق نمایید.

۲- رابطه R روی مجموعه اعداد حقیقی به صورت:

$$xRy \text{ اگر و فقط اگر } x^2 - y^2 = x - y$$

تعریف شده است.

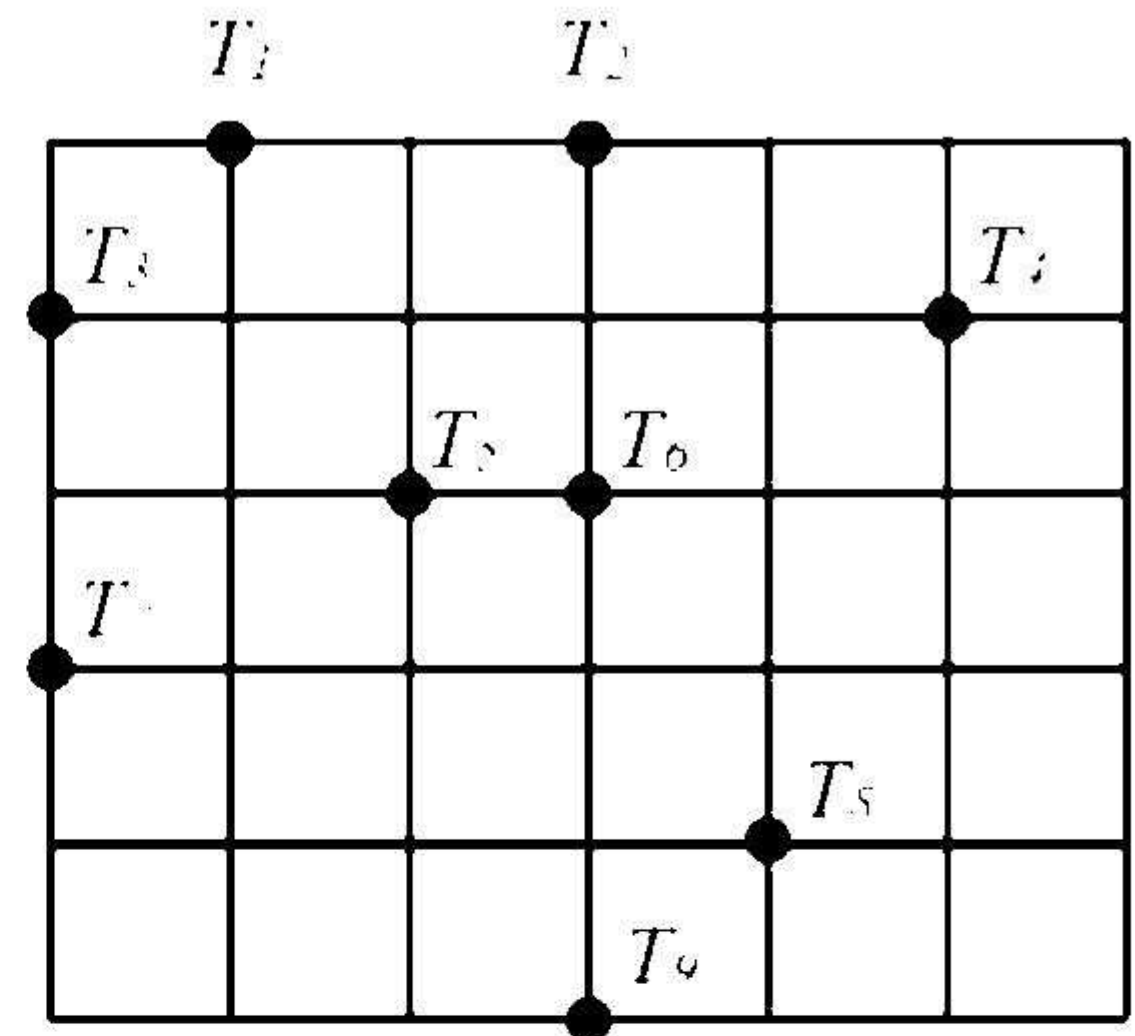
الف) نشان دهید رابطه R هم‌ارزی است.

ب) دسته هم‌ارزی [27] را به دست آورید.

۱.۲۰ نمره

۱.۲۰ نمره

۳- یک مهندس برق، مداری با 9 ترمینال مطابق شکل زیر را طراحی نموده است. این مدار باید به ولتاژی معادل 5 ولت متصل گردد. فرض کنید 5 ولت به یکی از ترمینال‌ها وصل است. برای اینکه سیم‌کشی در مدار به کار رود، چقدر سیم لازم است (به‌طوریکه فاصله هر سطر و ستون یک سانتی‌متر باشد)؟



۱.۲۰ نمره

۴- فرض کنید مجموعه A برابر $\{1,2,3,4\}$ داده شده است، رابطه‌ای روی A بنویسید بازتابی و متقارن باشد ولی متعدی نباشد.

۵- با استفاده از الگوریتم وارشال بستار متعدی رابطه ای که ماتریس رابطه آن در زیر نشان داده شده است را به دست آورید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

نمبر رد سوال	ياسخ صحيح
1	الف
2	ب
3	الف
4	د
5	ج
6	د
7	ب
8	الف
9	ب
10	الف
11	د
12	الف
13	ب
14	ج
15	الف
16	ج
17	الف
18	د
19	ج
20	د
21	ب
22	د
23	ج
24	الف
25	ب

سوالات تشریحی

نمره ۱.۲۰

۱- به ازای $n=0$ ، شرط حلقه برآورده نمی‌شود، در نتیجه دستورات داخل حلقه اجرا نمی‌شود و فقط x به $answer$ نسبت داده می‌شود که در حقیقت $answer=x=xy^0$ خواهد بود. در نتیجه $S(0)$ درست است.

حال، فرض کنیم $S(k)$ به ازای عدد صحیح نامنفی $k < n$ درست باشد، یعنی $answer=xy^k$ در مورد $S(k+1)$:

$(k+1)$ مقدار $x = (xy^k) \times y = xy^{(k+1)}$ در مرحله

نمره ۱.۲۰

۲- صفحه 78

نمره ۱.۲۰

۳- فصل 4

نمره ۱.۲۰

۴- فصل 2

نمره ۱.۲۰

۵- فصل 2

۱- عبارات زیر را در نظر بگیرید، کدامیک گزاره هستند؟

p: مریخ جزء منظومه شمسی است.

z: علی حاتمی یک کارگردان ایرانی است.

q: آن معادله را حساب کن.

r: درس ساختمان گسسته آسان است.

۱. Z, P

۲. همه عبارات گزاره هستند

۳. P, Z, r

۴. q, r

۲- قطعه برنامه زیر با مقادیر $m=2$ و $n=3$ و $k=6$ و $x=0$ را در $\sqrt{a^2 + b^2}$ نظر بگیرید. مقدار متغیر x پس از اجرای قطعه برنامه برابر است با:

x=10;

if ((m<n) || (k>41))

x--;

else

x++;

۱. ۱۰

۲. ۹

۳. ۱۱

۴. ۱۲

۳- گزاره های زیر را در نظر بگیرید.

□ p: هر بایت از ۷ بیت تشکیل شده است.

□ q: فروردین ۳۱ روز است.

□ ارزش گزاره مرکب $p \oplus q$ و $p \rightarrow q$ به ترتیب برابر است با:

۱. هر دو F هستند

۲. هر دو T هستند

۳. $p \oplus q$ ارزش T و $p \rightarrow q$ ارزش F دارد

۴. $p \oplus q$ ارزش F دارد ولی در مورد ارزش $p \rightarrow q$ نمی توان صحبت کرد

۴- گزاره‌های زیر در عالم سخن مجموعه اعداد صحیح \mathbb{Z} در نظر بگیرید:

$$p(x) : x \geq 0$$

$$r(x) : x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$s(x) : x^2 - 3 > 0$$

کدام گزاره درست است؟

۱. $\forall x \ p(x)$

۲. $\forall x \ r(x)$

۳. $\forall x \ p(x) \rightarrow r(x)$

۴. $\exists x \ [p(x) \wedge r(x)]$

۵- روابط زیر را در نظر بگیرید:

$$R_1 = \{(a, b) \mid a \leq b\}$$

$$R_2 = \{(a, b) \mid a \mid b\}$$

$$R_3 = \{(a, b) \mid a = |b|\}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱. همگی دارای خاصیت بازتابی هستند

۲. همگی دارای خاصیت ضدبازتابی هستند

۳. همگی دارای خاصیت ضدتقارن هستند

۴. همگی دارای خاصیت تقارن هستند

۶- درمورد ماتریس رابطه مقابل، کدام گزینه صحیح است؟

$$M_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۱. رابطه دارای خاصیت بازتابی و ضدتقارن است

۲. رابطه خاصیت ضدبازتابی ندارد

۳. رابطه خاصیت تقارن دارد ولی ضدتقارن ندارد

۴. رابطه هم ارزی است

۷- کدامیک از روابط زیر ترتیب جزئی است؟

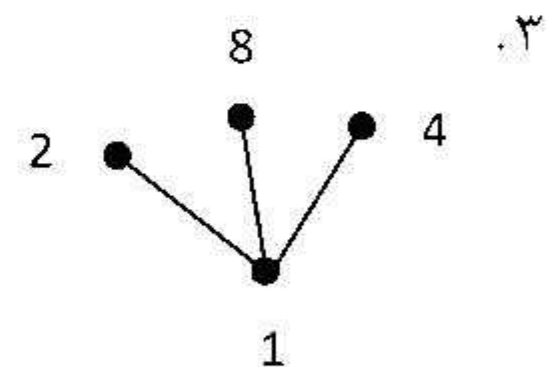
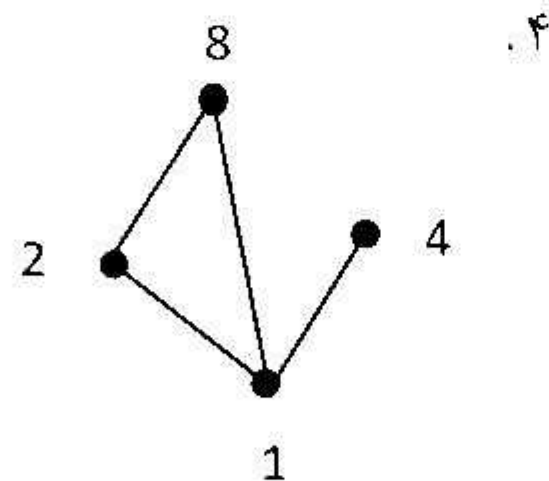
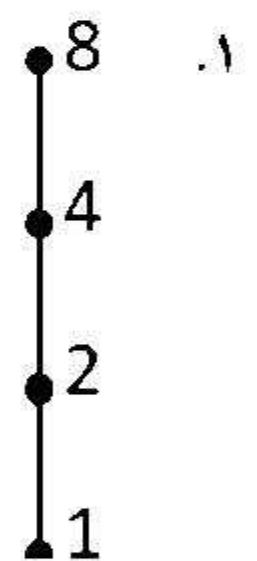
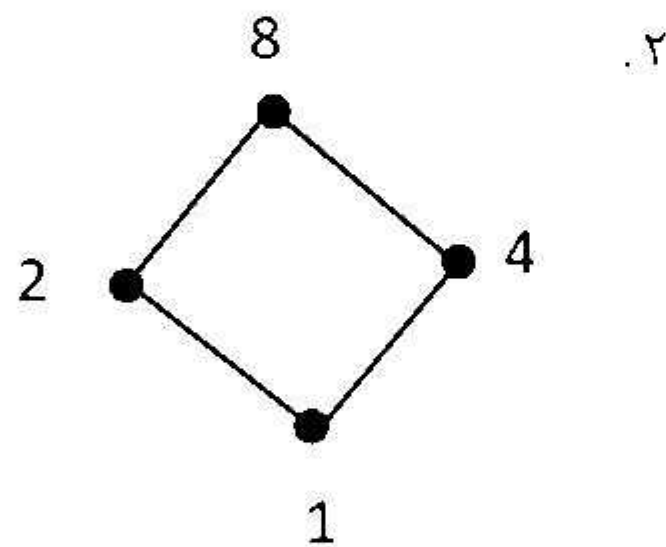
۱. رابطه هم نهشت بودن به پیمانه n

۲. مجموعه $P(A)$ (مجموعه شامل زیرمجموعه های A) با رابطه \subseteq

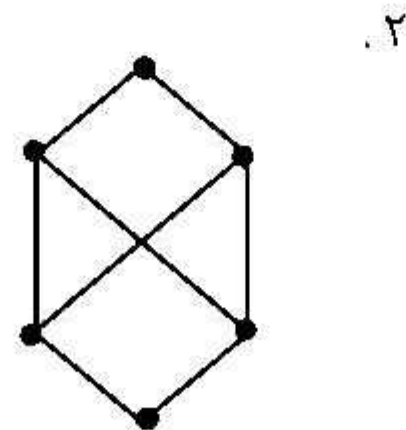
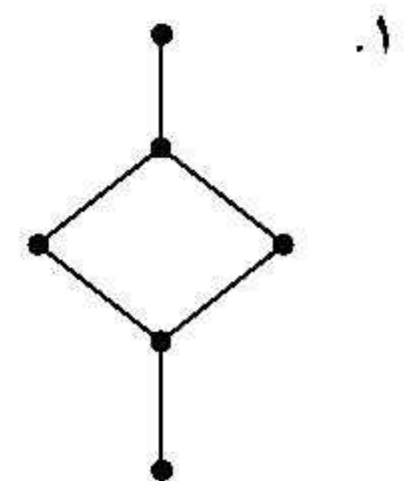
۳. رابطه عاد کردن روی مجموعه اعداد صحیح (Z)

۴. رابطه $(Z, <)$

۸- فرض کنید $A = \{1, 2, 4, 8\}$ و رابطه عاد کردن بر روی مجموعه اعداد A مفروض باشد. کدام گزینه نمودار هاس رابطه را نشان می دهد؟



۹- کدام گزینه شبکه نیست؟



۳. D_{20} (مقسوم علیه های عدد ۲۰) و رابطه عاد کردن

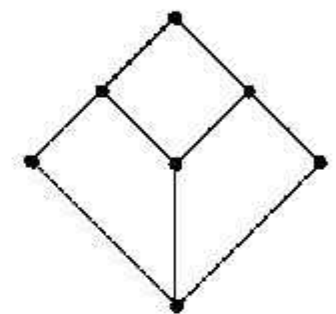
۴. $P(A)$ مجموعه زیر مجموعه ها و رابطه \subseteq

۱۰- کدام شبکه توزیع پذیر نیست؟

۱. $(P(S), \subseteq)$

۲. مجموعه اعداد صحیح مثبت و خاصیت عاد کردن

۳.



۴. D_6 (مجموعه مقسوم علیه های عدد ۶) و رابطه عاد کردن

۱۱- تابع $f = a + bc'$ به صورت $d.n.f$ کدام گزینه است؟

۲. $a'bc' + ab'c' + ab'c + abc' + a'b'c'$

۱. $a'bc' + ab'c' + ab'c + abc' + abc$

۴. $ab'c' + a'b'c'$

۳. $a'bc' + ab'c' + a'b'c'$

۱۲- عبارت بولی $x y z + x \bar{y} z + \bar{x} y z + \bar{x} \bar{y} z + \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ به صورت ساده شده کدام گزینه است؟

۴. $\bar{x} z + \bar{y} \bar{z}$

۳. $\bar{x} z + \bar{y}$

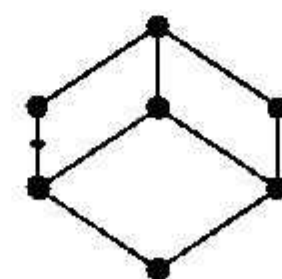
۲. $z + \bar{x} \bar{y}$

۱. $\bar{x} z \bar{y} + \bar{x} \bar{y}$

۱۳- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. هر شبکه یکرخت با یک شبکه $(P(A), \subseteq)$ جبر بول است.

۲.



مشبکه مقابل جبر بول است.

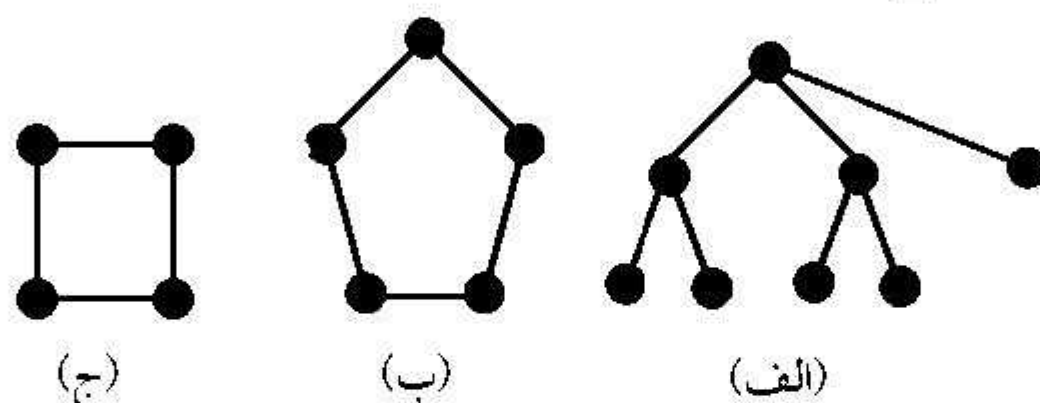
۳. جبر بول، مشبکه ای محدود، توزیع پذیر و متمم پذیر است

۴. در هر جبر بول رابطه $x + xy = x$ برقرار است

۱۴- رابطه بخش پذیری روی مجموعه اعداد اول $S = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ را در نظر بگیرید. عضو مینیمال و ماکسیمال در این مجموعه کدام است؟

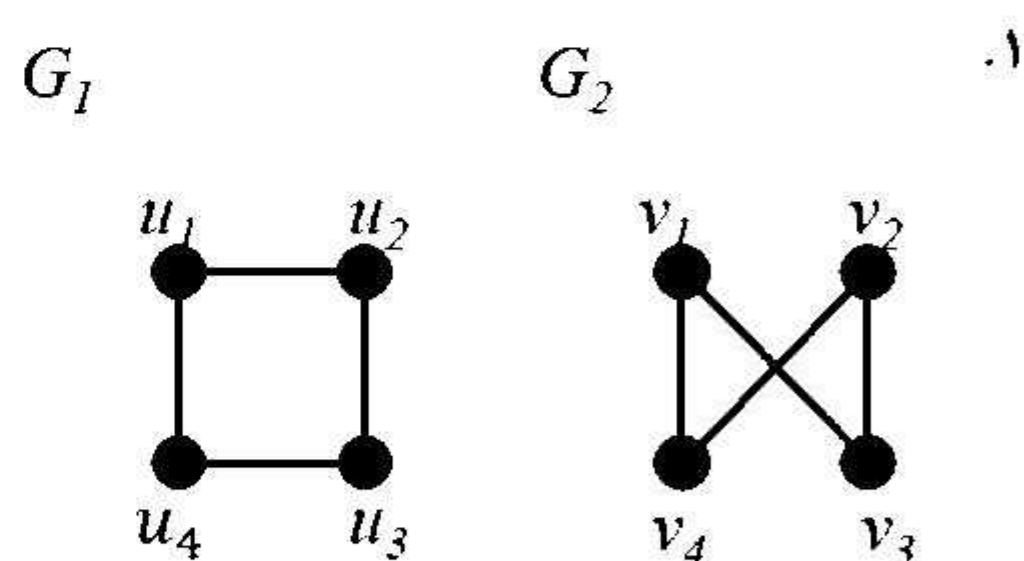
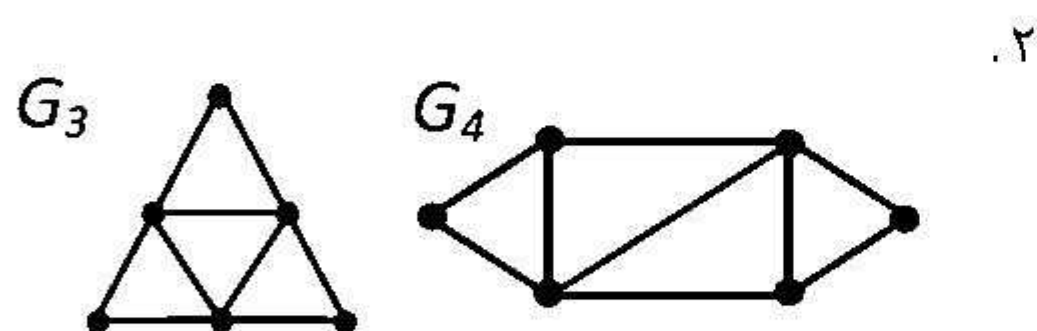
۱. عضو مینیمال ۲ است و عضو ماکسیمال ندارد
۲. عضو مینیمال و ماکسیمال ندارد
۳. هر عضو هم مینیمال و هم ماکسیمال است
۴. عضو ۲ هم مینیمال و هم ماکسیمال است

۱۵- گرافهای زیر را در نظر بگیرید. کدام دو بخشی است؟

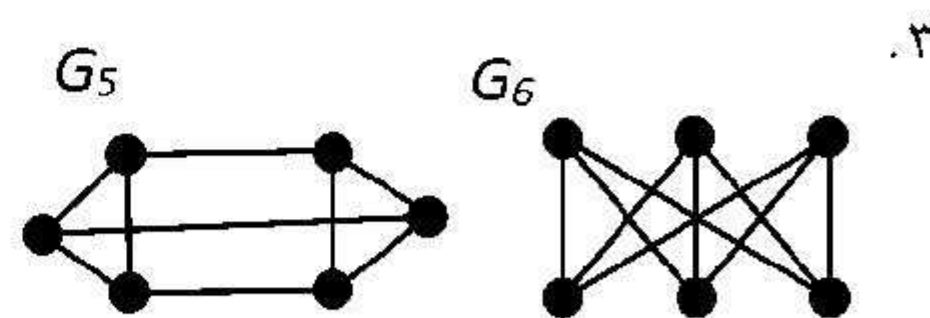


۱. الف و ج
۲. هر سه
۳. ب و ج
۴. فقط الف

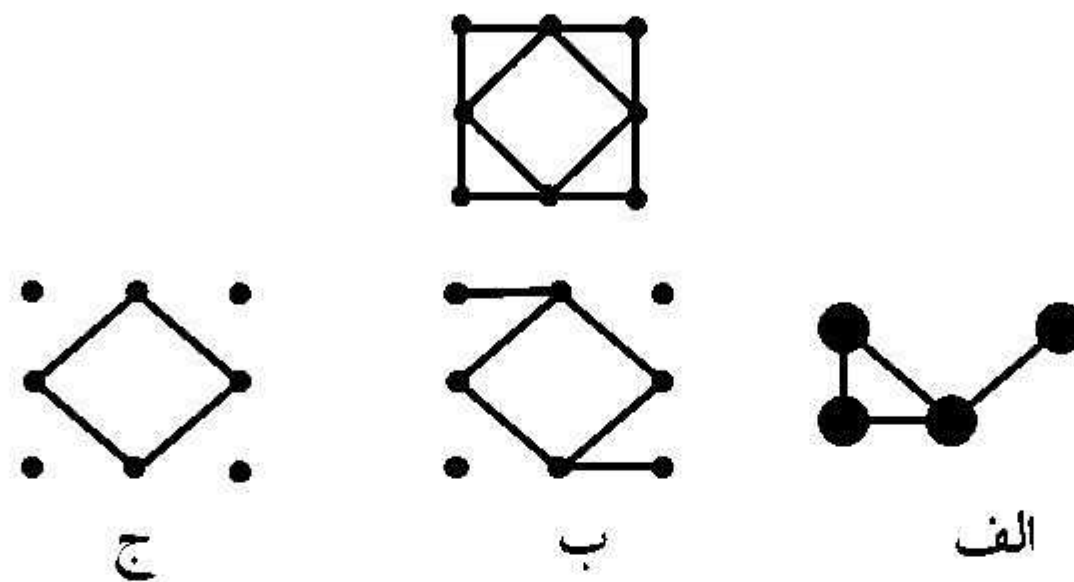
۱۶- کدام زوج گراف، یکرخت هستند؟



۴. گراف $K_{3,3}$ و K_6



۱۷- گراف و زیرگرافهای آن را در نظر بگیرید:



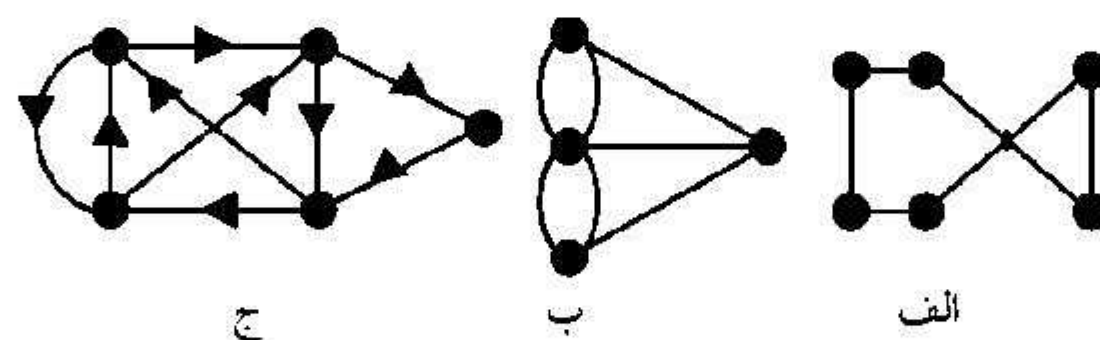
۱. گرافهای ب و ج، زیرگراف فراگیر هستند

۲. هر سه زیرگراف فراگیر هستند

۳. گرافهای الف و ب فراگیر هستند

۴. فقط گراف ب فراگیر است

۱۸- کدام گراف اویلری است؟



۱. هر سه گراف مدار اویلری دارند

۲. گرافهای الف و ج مداری اویلری دارند

۳. فقط الف مدار اویلری دارد

۴. فقط ب مدار اویلری دارد

۱۹- کدام گزینه در مورد گرافهای مسطح صحیح نیست؟

۱. گراف K_1 و K_2 و K_3 و K_4 مسطح هستند.

۲. در گراف مسطح رابطه $|R| - |E| + |V| = 2$ بین تعداد رئوس و یالهای و تعداد نواحی برقرار است.

۳. گراف K_5 مسطح است

۴. گراف Q_3 مسطح است

۲۰- عبارت ریاضی $t + (u * v) / (w + x - y \uparrow z)$ را به صورت پسوندی کدام گزینه است (عمل به معنی توان است)؟

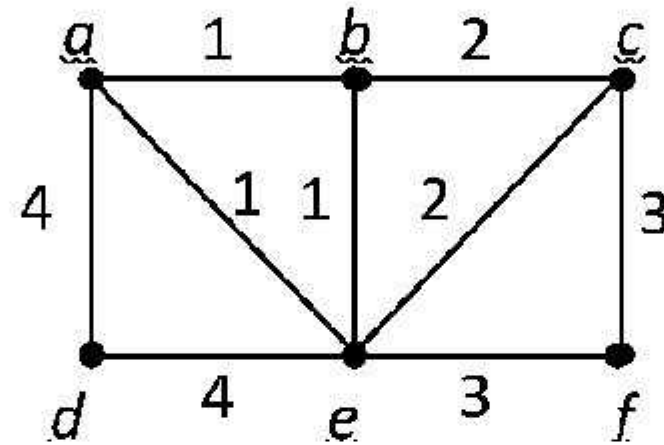
۲. $tuv * wx + yz \uparrow - / +$

۱. $tu * vw + xyz \uparrow - / +$

۴. $*tu / vw - xy \uparrow z + +$

۳. $*tu + vw - xyz \uparrow / +$

۲۱- وزن درخت فراگیر مینیمم با استفاده از الگوریتم کروسکال کدام گزینه است؟



۴. ۹

۳. ۱۵

۲. ۱۱

۱. ۱۰

۲۲- درخت عبارت ریاضی $t + (u * v) / (w + x - y \uparrow z)$ چه ارتفاعی دارد (علامت \uparrow به معنی توان است)؟

۴. ۴

۳. ۳

۲. ۵

۱. ۶

۲۳- درختی با ۱۰ رأس را در نظر بگیرید. حداقل تعداد مسیرهای موجود در این درخت چند تا است؟

۴. ۹۰

۳. ۴۰

۲. ۴۵

۱. ۱۰

۲۴- کدام رابطه بازگشتی، تعداد یالهای گراف کامل K_n را محاسبه می کند؟

۲.
$$\begin{cases} E(n) = 2 * E(n-1) & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۱.
$$\begin{cases} E(n) = (n-1) * \frac{E(n-1)}{2} & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۴.
$$\begin{cases} E(n) = E(n-1) + (n-1) & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۳.
$$\begin{cases} E(n) = E(n-1) + \frac{(n-1)}{2} & n > 1 \\ E(1) = 0 \end{cases}$$

۲۵- جمله عمومی رابطه بازگشتی $\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} \\ a_0 = 3 \end{cases}$ کدام است؟

۱. $a_n = 2^n$

۲. $a_n = 3 * 2^n$

۳. $a_n = 3 * n^2$

۴. $a_n = 3n^2 + 2$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- فرض کنید \mathbb{N} یک عدد صحیح است. نشان دهید اگر n^2 فرد باشد آن گاه \mathbb{N} نیز فرد است.

۱.۲۰ نمره

۲- رابطه R روی مجموعه اعداد حقیقی به این صورت است که x و y در رابطه اند اگر و فقط اگر:

$$x^2 - y^2 = x - y$$

تعریف شده است.

الف) نشان دهید رابطه R هم‌ارزی است.

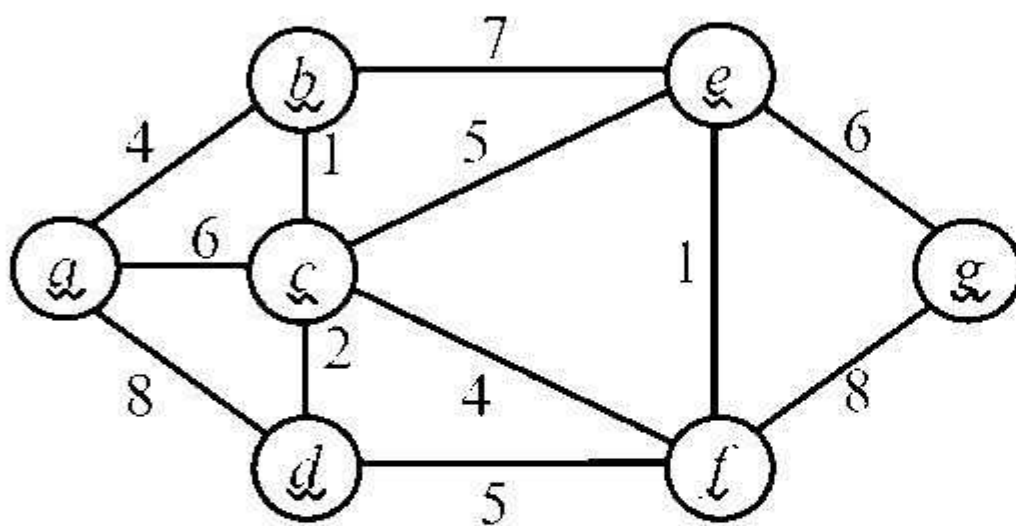
ب) دسته هم‌ارزی $[۲۷]$ را به دست آورید.

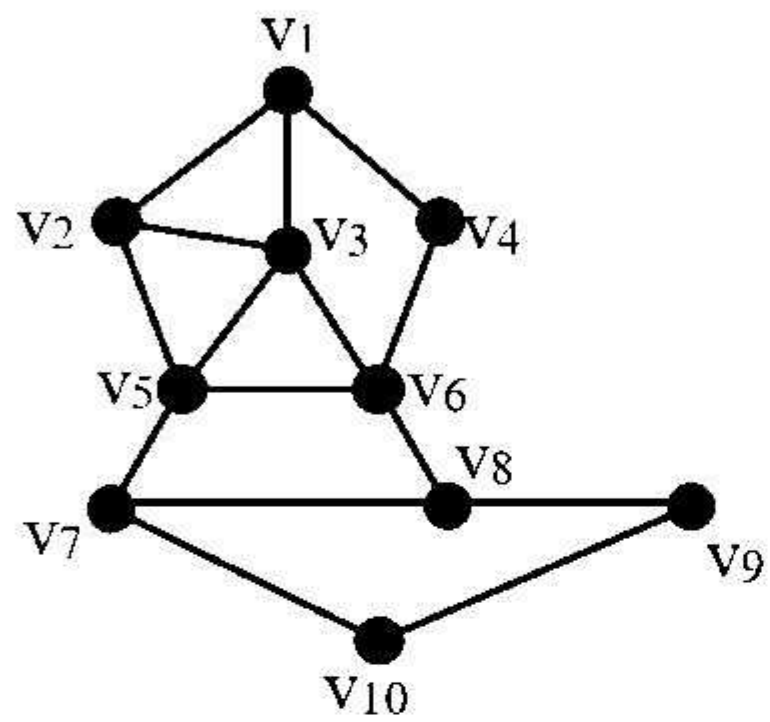
۱.۲۰ نمره

۳- گراف خودمکمل چه گرافی است؟ آیا گراف با ۱۰ راس می تواند خودمکمل باشد؟

۱.۲۰ نمره

۴- با استفاده از الگوریتم دیجکسترا کوتاهترین مسیر بین رئوس a و g را بدست آورید.





نمبر سوال	ياسخ صحيح
1	الف
2	ب
3	ب
4	د
5	ج
6	ب
7	ب
8	الف
9	ب
10	ج
11	الف
12	ب
13	ب
14	ج
15	الف
16	الف
17	الف
18	ب
19	ج
20	ب
21	ب
22	د
23	ب
24	د
25	ب