

عنوان درس: مبانی منطق و نظریه مجموعه ها

۱- کدام گزینه یک فرمول درست ساخت (ف.د.س) است؟

۱. $((\neg A) \rightarrow B)$ ۲. $(A \wedge (\neg B))$ ۳. $\neg A$ ۴. $(\neg A) \leftrightarrow B)$

۲- کدام گزینه می تواند طول یک ف.د.س باشد؟

۱. 2 ۲. 3 ۳. 5 ۴. 6

۳- فرض کنید U مجموعه اعداد حقیقی باشد و $B = \{0\}$. دو عمل P, S را به صورت $P(x) = x - 1$ و $S(x) = x + 1$ انتخاب می کنیم. در این صورت عدد 3 برابر کدام گزینه است؟

۱. $S(S(0))$ ۲. $S(P(S(0)))$ ۳. $S(S(S(P(S(0)))))$ ۴. $S(P(S(S(0))))$

۴- فرض کنید $v(A) = v(B)$. در این صورت $v(A \leftrightarrow B)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. F ۲. T ۳. $v(\neg A \vee B)$ ۴. $v(A \vee \neg B)$

۵- کدام گزینه درست است؟

۱. $P \wedge Q \models P$ ۲. $P \vee Q \models P$ ۳. $P \rightarrow Q \models P$ ۴. $P \leftrightarrow Q \models P$

۶- هرگاه $\Sigma \models \alpha$ یا $\Sigma \models \beta$ ، آنگاه

۱. $\Sigma \models \alpha \vee \beta$ ۲. $\Sigma \models \alpha \wedge \beta$ ۳. $\Sigma \models \alpha \rightarrow \beta$ ۴. $\Sigma \models \alpha \leftrightarrow \beta$

۷- پنج عمل فرمول ساز وقتی که به مجموعه ف.د.س ها محدود می شود، آنگاه

۱. یک به یک هستند. ۲. دارای برد یکسان هستند. ۳. دوسویی هستند. ۴. پوشا هستند

۸- کدام مجموعه زیر تمام است؟

۱. $\{\wedge, \vee\}$ ۲. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۳. $\{\neg, \rightarrow\}$ ۴. $\{\wedge, \rightarrow, \vee\}$

۹- فرض کنید $\alpha = A \rightarrow B$ و $\beta = \neg A \vee B$ و B تابع دو موضعی باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. $ran B_\alpha < ran B_\beta$ ۲. $ran B_\alpha = ran B_\beta$ ۳. $ran B_\beta < ran B_\alpha$ ۴. $ran B_\beta = \{F\}$

۱۰- فرض کنید α فرمول $\neg \forall y x \approx y$ باشد. در این صورت عبارت $\forall x \alpha \rightarrow \alpha_v^x$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\forall x \neg \forall y x \approx y \rightarrow \neg \forall x x \approx y$ ۲. $\neg \forall x \forall y x \approx y \rightarrow \forall y y \approx y$ ۳. $\forall x \neg \forall y x \approx y \rightarrow \neg \forall y \neg (y \approx y)$ ۴. $\forall x \neg \forall y x \approx y \rightarrow \neg \forall y y \approx y$

۱۱- فرض کنید $\Gamma; \beta \vdash \neg \alpha$ باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. $\Gamma; \neg \alpha \vdash \beta$ ۲. $\Gamma; \neg \alpha \vdash \neg \beta$ ۳. $\Gamma \vdash (\beta \rightarrow \neg \alpha)$ ۴. $\Gamma \vdash (\neg \alpha \rightarrow \beta)$

۱۲- هر قطعه آغازی سره از یک ف.د.س.

۱. یک ف.د.س. است.

۲. تعداد پرانتزهای چپ آن بیشتر از تعداد پرانتزهای راست آن است.

۳. تعداد پرانتزهای راست آن بیشتر از تعداد پرانتزهای راست آن است.

۴. تعداد پرانتزهای چپ با راست برابر است.

۱۳- کدام گزینه در مورد گزاره $p \rightarrow (q \wedge (\neg q))$ برقرار است؟

۱. همواره درست است.

۲. همواره نادرست است.

۳. اگر P درست باشد، درست است.

۴. اگر P نادرست باشد، درست است.

۱۴- کدام عبارت زیر یک ترم است؟

۱. $+v_1SSS0$

۲. $\approx v_1v_2$

۳. $< v_1v_2$

۴. $\forall v_1 \exists v_2 v_2 \in v_1$

۱۵- به ازای هر n ، چند تابع n -موضعی وجود دارد؟

۱. n

۲. $\frac{n}{2}$

۳. 2^n

۴. 2^{2^n}

۱۶- کدام ف.د.س. متغیر آزاد دارد؟

۱. $(\forall x Px \rightarrow Qx)$

۲. $\forall y (Py \rightarrow Qy)$

۳. $\forall y (Py \rightarrow \forall x Qx)$

۴. $\forall x (\neg \approx x0)$

۱۷- کدام قضیه عکس قضیه تمامیت است؟

۱. درستی

۲. تعمیم

۳. جایگزینی

۴. گودل

۱۸- اگر $\Gamma; \alpha$ ناسازگار باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. $\Gamma \vdash \alpha$

۲. $\Gamma \vdash \neg \alpha$

۳. $\Gamma; \neg \alpha$ سازگار است.

۴. $\vdash \alpha$

۱۹- هر قطعه آغازی سره یک ترم

۱. $K(t) \geq 1$

۲. $K(t) = 1$

۳. $K(t) < 1$

۴. یک ترم است.

۲۰- گزاره "یک مجموعه از ف.د.س. ها ارضا شوند است اگر و تنها اگر هر زیرمجموعه متناهی آن ارضا شوند باشد" کدام قضیه زیر است؟

۱. تصمیم پذیری
۲. فشردگی
۳. تمامیت
۴. تعمیم

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید α, β ف.د.س. هایی باشند که نمادهای جمله‌ای آن‌ها از میان A_1, A_2, \dots, A_n انتخاب شده باشند. در این صورت نشان دهید

$\alpha \models \beta$ اگر و تنها اگر به ازای هر $\bar{X} \in \{T, F\}^n$ داشته باشیم $B_\alpha(\bar{X}) \leq B_\beta(\bar{X})$.

۲- ترجمه عبارت "به ازای هر دو مجموعه، مجموعه ای وجود دارد که اعضایش دقیقاً همان دو مجموعه داده شده است" را بیان کنید.

۳- نشان دهید

$\Gamma; \alpha \models \varphi$ اگر و تنها اگر $\Gamma \models (\alpha \rightarrow \varphi)$.

۴- یک استنتاج برای α از Γ وجود دارد اگر و تنها اگر α قضیه‌ای از Γ باشد.

۵- نشان دهید

$\vdash \exists x \forall y \varphi \rightarrow \forall y \exists x \varphi$

سوال	باسخ صحيح
1	ج
2	ج
3	ج
4	ب
5	الف
6	الف
7	الف
8	ج
9	ب
10	د
11	ج
12	ب
13	د
14	الف
15	د
16	الف
17	الف
18	ب
19	ج
20	ب

۱- اگر A یک مجموعه و a عضوی از این مجموعه باشد برای نمایش عضویت a در A از کدام نماد ریاضی استفاده می شود؟

۱. $a \in A$ ۲. $a \subseteq A$ ۳. $a \subset A$ ۴. $a \notin A$

۲- کدام یک از گزاره های زیر بیانگر اصل گسترش می باشد؟

۱. اگر $A \subseteq B$ آنگاه هر عضو A در B است.
 ۲. $A \subseteq B$ اگر و تنها اگر هر عضو A در B باشد.
 ۳. اگر A و B دو مجموعه باشند و به ازای هر شیء t داشته باشیم $t \in A$ اگر و تنها اگر $t \in B$ آنگاه $A = B$.
 ۴. اگر A و B دو مجموعه باشند و به ازای هر شیء t داشته باشیم؛ $B \supseteq A$.

۳- اگر \varnothing مجموعه تهی باشد در اینصورت $P(\{\varnothing\})$ (مجموعه توان) کدام گزینه است؟

۱. $\{\varnothing\}$ ۲. $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$ ۳. \varnothing ۴. $\{\{\varnothing\}\}$

۴- اگر A یک مجموعه متناهی باشد در اینصورت $\bigcup P(A)$ کدام گزینه است؟

۱. A ۲. \varnothing ۳. A'' ۴. $A^{2''}$

۵- در مورد تساوی $\langle x_1, \dots, x_m \rangle = \langle y_1, \dots, y_m, \dots, y_{m+k} \rangle$ ، کدام گزاره صحیح می باشد؟

۱. $y_1 = \langle y_1, \dots, y_{k+1} \rangle$ ۲. $y_1 = \langle y_1, \dots, y_{m+k} \rangle$ ۳. $x_1 = \langle y_1, \dots, y_{m+k} \rangle$ ۴. $x_1 = \langle y_1, \dots, y_{k+1} \rangle$

۶- اگر R یک رابطه ترتیبی در مجموعه A باشد، در اینصورت کدام گزینه درست می باشد؟

۱. R صرفاً متعدی است.
 ۲. R متقارن است.
 ۳. R متعدی و در A تابع اصل تثلیث است.
 ۴. R در A فقط تابع اصل تثلیث می باشد.

۷- اگر $\aleph_0 = \text{card}(N)$ (مجموعه اعداد طبیعی)، $2^{\aleph_0} = \text{card}(R)$ (مجموعه اعداد حقیقی) و κ کاردینال نامتناهی

مجموعه X باشد؛ در اینصورت کدام گزاره در مورد حساب کاردینالها درست می باشد؟

۱. $\aleph_0 < 2^{\aleph_0}$ و $\aleph_0 \cdot \kappa < \kappa$ ۲. $\aleph_0 < 2^{\aleph_0}$ و $\aleph_0 \cdot \kappa = \kappa$ ۳. $\aleph_0 < 2^{\aleph_0}$ و $\aleph_0 \cdot \kappa > \kappa$ ۴. $\aleph_0 > 2^{\aleph_0}$ و $\aleph_0 \cdot \kappa > \kappa$

۸- کدام گزینه یک ف.د.س است؟

۱. $(A \rightarrow \neg B)$ ۲. $(A \rightarrow (\neg B))$ ۳. $(\neg A) \rightarrow B$ ۴. $(A \rightarrow \vee B)$

۹- کدام گزینه بیانگر اصل استقرا می باشد؟

۱. دنباله‌ای نامتناهی از نمادها یک ف.د.س است.

۲. هر مجموعه استقرایی از ف.د.س.ها در واقع مجموعه همه ف.د.س.هاست.

۳. هر مجموعه استقرایی از ف.د.س.ها در واقع مجموعه آغازین است.

۴. دنباله‌ای متناهی از نمادها یک ف.د.س است.

۱۰- کدام گزینه در مورد گزاره $(A \rightarrow \wedge B)$ درست می باشد؟

۱. معادل $(A \wedge \neg B)$ است

۲. طول ف.د.س 6 است.

۳. ف.د.س نیست.

۴. کوتاه‌نوشت $(A \rightarrow (\wedge B))$ است.

۱۱- کدام گزینه بیانگر عکس نقیض می باشد؟

۱. $((A \rightarrow B) \leftrightarrow ((\neg B) \rightarrow (A)))$

۲. $((A \rightarrow B) \leftrightarrow ((\neg A) \rightarrow (B)))$

۳. $((A \rightarrow B) \leftrightarrow ((\neg B) \rightarrow (\neg A)))$

۴. $((A \rightarrow B) \leftrightarrow ((\neg A) \rightarrow (\neg B)))$

۱۲- برای هر n ، چند تابع n تابع موضعی بولی وجود دارد؟

۱. 2^{2n}

۲. n^2

۳. 2^n

۴. 2^{2^n}

۱۳- کدام گزینه درست نمی باشد؟

۱. $\{\wedge, \rightarrow\}$ تمام است.

۲. $\{\downarrow\}$ و $\{\mid\}$ تمام هستند.

۳. $\{\perp, \rightarrow\}$ تمام است.

۴. هریک از دو مجموعه $\{\neg, \wedge\}$ و $\{\neg, \vee\}$ تمام است.

۱۴- مجموعه Σ از عبارتها چه زمانی تصمیم پذیر گفته می شود؟

۱. فقط و فقط وقتی که یک روش کارآمد وجود داشته باشد که به ازای هر عبارت α ی داده شده، تصمیم بگیرد که فقط $\alpha \in \Sigma$.

۲. فقط و فقط وقتی که یک روش کارآمد وجود داشته باشد که به ازای هر عبارت α ی داده شده، تصمیم بگیرد که $\alpha \in \Sigma$ یا $\alpha \notin \Sigma$.

۳. فقط و فقط وقتی که یک روش کارآمد وجود داشته باشد که به ازای هر عبارت α ی داده شده، تصمیم بگیرد که $\alpha \in \Sigma$ و $\alpha \notin \Sigma$.

۴. فقط و فقط وقتی که یک روش کارآمد وجود داشته باشد که به ازای هر عبارت α ی داده شده، تصمیم بگیرد که هیچگاه $\alpha \in \Sigma$.

۱۵- کدام گزاره قانون نفی توتولوژیها را بیان می کند؟

۱. $((\neg(A \rightarrow B)) \rightarrow (A \wedge (\neg B)))$
۲. $((\neg(A \rightarrow B)) \rightarrow (A \wedge B))$
۳. $((\neg(A \rightarrow B)) \leftrightarrow ((\neg A) \wedge B))$
۴. $((\neg(A \rightarrow B)) \leftrightarrow (A \wedge (\neg B)))$

۱۶- کدام گزینه کوتاهنوشت جمله $(\alpha \vee \beta)$ است؟

۱. $(\alpha \rightarrow (\neg \beta))$
۲. $((\neg \alpha) \rightarrow \beta)$
۳. $((\neg \alpha) \rightarrow (\neg \beta))$
۴. $(\alpha \wedge (\neg \beta))$

۱۷- معادل عبارت $\Gamma; \alpha \models \varphi$ کدام گزینه می باشد؟

۱. $\Gamma \models (\alpha \wedge \varphi)$
۲. $\Gamma \models (\alpha \leftrightarrow \varphi)$
۳. $\Gamma \models (\alpha \rightarrow \varphi)$
۴. $\Gamma \models (\alpha \vee \varphi)$

۱۸- اگر $\models_B \varphi[s]$ و φ عمومی باشد، در اینصورت کدام عبارت می تواند درست باشد؟

۱. $\models_U \varphi[B]$
۲. $\models_s \varphi[B]$
۳. $\models_s \varphi[s]$
۴. $\models_U \varphi[s]$

۱۹- کدام گزینه درست نیست؟

۱. به ازای هر ترم t ، $K(t) = 1$.
۲. هیچ قطعه آغازی سره ، یک ترم خود، ترم نیست.
۳. هر قطعه پایانی از یک ترم، زنجیره ای متشکل از یک یا چند ترم است.
۴. به ازای هر ترم نماد ثابت c ، $K(c) = 0$.

۲۰- اگر $T \vdash \neg \varphi$ و x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد، در اینصورت کدام گزاره راست است؟

۱. $\Gamma \vdash \neg \forall x \varphi$
۲. $\Gamma \vdash \exists \forall x \varphi$
۳. $\Gamma \vdash \neg \exists \forall x \varphi$
۴. $\Gamma \vdash \forall x \varphi$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنیم G یک تابع بولی n موضعی، $n \geq 1$ ، باشد. ثابت کنید می توان یک ف. د. س α بدست آورد به طوری که $G = B_\alpha^n$.

۲- نشان دهید $\{|\}$ و $\{\downarrow\}$ تمام هستند.

۳- ثابت کنید اگر $\sum \models \tau$ ، آنگاه یک زیر مجموعه متناهی \sum ، مانند \sum_0 ، وجود دارد به طوری که $\sum_0 \models \tau$.

۴- نشان دهید مجموعه ترمها، به طور آزاد، از مجموعه متغیرها و نمادهای ثابت با عملهای J_f پدید می آید.

۵- ثابت کنید اگر $\varphi; \Gamma$ ناسازگار باشد، آنگاه $\neg\varphi \vdash \Gamma$.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	الف
2	ج
3	ب
4	الف
5	د
6	ج
7	ب
8	الف
9	ب
10	ج
11	ج
12	د
13	الف
14	ب
15	د
16	ب
17	ج
18	د
19	د
20	الف

۱- دنباله ای متناهی از اشیاء متمایز را چه می نامیم؟

۱. ف.د.س ۲. نماد ۳. استقرا ۴. عبارت

۲- با کدام یک از طول های زیر می توان یک ف.د.س تولید کرد؟

۱. ۲ ۲. ۳ ۳. ۵ ۴. ۶

۳- اگر در ۵ موضع از یک ف.د.س رابط دوتایی ظاهر شود در چند موضع از همان ف.د.س نماد جمله ای ظاهر می شود؟

۱. ۶ ۲. ۷ ۳. ۵ ۴. ۴

۴- کدام گزینه بطور آزاد از مجموعه آغازین داده شده بدست آمده است؟

۱. اعداد صحیح از $\{0\}$ توسط دو عمل های $s(x) = x + 1$ و $p(x) = x - 1$

۲. توابع جبری از توابع ثابت و همانی توسط اعمال جمع و ضرب و تقسیم و ریشه یابی

۳. اعداد صحیح از $\{1\}$ توسط دو عمل های $s(x) = x + 1$ و $p(x) = x - 1$

۴. ف.د.س از نمادهای جمله ای توسط ۵ عمل فرمولساز

۵- اگر مجموعه آغازین B شامل نقاط a, b و مجموعه استقرائی C توسط توابع f, g بدست آید آنگاه طول دنباله ساختمانی $g(f(a, f(b, b)))$ کدام گزینه است؟

۱. ۲ ۲. ۳ ۳. ۴ ۴. ۵

۶- کدام یک از گزینه های زیر همان ف.د.س $A \wedge B \rightarrow \neg C \vee D$ است؟

۱. $((A \wedge B) \rightarrow ((\neg C \vee D)))$ ۲. $((A \wedge B) \rightarrow ((\neg C) \vee D))$

۳. $((A \wedge B \rightarrow \neg C) \vee D)$ ۴. $((A \wedge B) \rightarrow \neg(C \vee D))$

۷- مدار $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ دارای چند تاخیر است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴

۸- یک مجموعه از عبارتها تصمیم پذیر است اگر و تنها اگر.....

۱. آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد باشدولی متمم آن شمارش پذیر کارآمد نباشد.

۲. آن مجموعه و متمم آن هر دو شمارش پذیر کارآمد باشند.

۳. فقط متمم آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد باشد

۴. متمم آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد باشدولی خود آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد نباشد.

۹- کدامیک از گزینه های زیر یک ترم در زبان نظریه اعداد نیست؟

۱. $\forall v_2 So$ ۲. $+Ev_1SSoEv_2SSo$ ۳. $SSSSo$ ۴. $+SSSo$

۱۰- ترجمه (پدر بابک می تواند پدر هر بچه دیگر محله را بزند) کدام گزینه می تواند باشد؟ KX بمعنی X بچه محل است. b بمعنی بابک. Bxy یعنی x میتواند y را بزند. fx یعنی پدر x

۱. $\forall v_1(Kv_1 \rightarrow ((\neg \approx v_1 b) \rightarrow Bfbfv_1))$. ۲. $\forall v_1(Kv_1 \rightarrow ((\neg \approx v_1 b) \leftrightarrow Bfbfv_1))$.

۳. $\forall v_1(Kv_1 \leftrightarrow ((\neg \approx v_1 b) \leftrightarrow Bfbfv_1))$. ۴. $\exists v_1(Kv_1 \leftrightarrow ((\neg \approx v_1 b) \leftrightarrow Bfbfv_1))$.

۱۱- کدام گزینه درست است؟

۱. متغیر x در $\neg \alpha$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α رخ ندهد.

۲. متغیر x در فرمول بسیط α آزاد است اگر و تنها اگر x در α رخ دهد.

۳. متغیر x در $\alpha \rightarrow \beta$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α یا β آزاد نباشد.

۴. متغیر x در $\alpha \rightarrow \beta$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α و β آزاد نباشد.

۱۲- اگر x در α آزاد نباشد، آنگاه

۱. $\alpha \models \exists x \alpha$ ۲. $\alpha \models \forall x \alpha$ ۳. $\neg \alpha \models \forall x \alpha$ ۴. $\neg \alpha \models \exists x \alpha$

۱۳- به ازای هر ترم t ..

۱. $K(t) = 1$ ۲. $k(t) < 1$ ۳. $k(t) > 1$ ۴. $k(t) < 2$

۱۴- هر قطعه پایانی از یک ترم ...

۱. زنجیره ای متشکل از یک یا چند ترم است ۲. یک ترم است

۳. بیش از یک ترم است ۴. یک ترم نیست

۱۵- هیچ قطعه آغازی سره یک ترم خود

۱. یک ترم است ۲. بیش از یک ترم است ۳. یک ترم نیست ۴. یک ف د س است

۱۶- هر قطعه آغازی سره یک فرمول درست ساخت

۱. یک فرمول است ۲. بیش از یک فرمول است
۳. یک فرمول نیست ۴. یک ترم است

۱۷- در اثبات قاعده T از..... استفاده می شود

۱. برهان خلف ۲. عکس نقیض ۳. قاعده وضع مقدم ۴. تعمیم

۱۸- کدامیک از موارد زیر بخشی از قضیه تمامیت گودل است

۱. اگر مجموعه ای ارضا شدنی باشد سازگار است ۲. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضا شدنی است
۳. مجموعه فرمولهای معتبر را می توان شماره گذاری کرد ۴. هر اصل موضوع منطقی معتبر است

۱۹- برای یک زبان معقول ...

۱. ف د س را می توان شماره گذاری کرد ۲. ف د س معتبر را می توان شماره گذاری کرد
۳. ف د س را میتوان به طور کارآمد شماره گذاری کرد ۴. ف د س معتبر را می توان بطور کارآمد شماره گذاری کرد

۲۰- فرض کنید K یک کاردینال نامتناهی باشد، کدام گزینه درست است؟

۱. $K \aleph_0 = K$ ۲. $K \aleph_0 = \aleph_0$ ۳. $K \aleph_0 = \aleph_0$ ۴. $2^{\aleph_0} = K$

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید هر عبارتی که تعداد پرانتزهای چپ آن از تعداد پرانتزهای راست آن بیشتر باشد یک ف.د.س نیست. (یا به عبارتی ثابت کنید در هر ف.د.س تعداد پرانتزهای چپ و راست باهم برابرند).

۲- نشان دهید $\{\neg, \wedge\}$ تمام نیست ولی $\{\neg, \wedge\}$ تمام است

۳- ثابت کنید اگر $\Sigma \models \tau$ ، آنگاه یک زیرمجموعه متناهی Σ ، مانند Σ_0 ، وجود دارد به طوری که $\Sigma_0 \models \tau$

۴- ثابت کنید هر اصل موضوع منطقی معتبر است

۵- ثابت کنید اگر $\Gamma; \gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash (\gamma \rightarrow \varphi)$

باسمہ صحیح
نمبر درج
سواء

1	ب
2	ج
3	الف
4	د
5	د
6	ب
7	ج
8	ب
9	د
10	الف
11	ب
12	ب
13	الف
14	الف
15	ج
16	ج
17	ج
18	ب
19	د
20	الف

۱- اگر برای جمله فارسی ((نمونه شامل کلرین بود)) از نماد C و برای ((نشانه هایی از پتاسیم مشاهده شد)) از نماد K استفاده کنیم.

کدام گزاره صحیح است؟

۱. $\neg(C \vee K)$ ۲. $\neg C \vee K$ ۳. $\neg C \vee \neg K$ ۴. $C \wedge \neg K$

۲- کدامیک از اعداد زیر نمی تواند طول یک ف.س.د باشد؟

۱. 6 ۲. 4 ۳. 9 ۴. 11

۳- فرض کنید α یک ف.د.س.باشد و C تعداد موضعهایی باشد که رابطهای دوتایی ($\leftrightarrow, \rightarrow, \wedge, \vee$) در α ظاهر می شود
فرض کنید تعداد موضعهایی که نمادهای جمله ای در α ظاهر می شوند برابر با S باشد.انگاه:

۱. $S = C + 3$ ۲. $S = C + 2$ ۳. $S = C + 1$ ۴. $S = C - 1$

۴- فرض کنید $U = R, B = \{0\}$ دو عمل S, P را به شرح زیر انتخاب می کنیم :

$S(x) = x + 1, P(x) = x - 1$ در این صورت مجموعه C

۱. تمام اعداد طبیعی است. ۲. تمام اعداد صحیح است.

۳. تمام اعداد حقیقی است. ۴. تمام اعداد گویاست.

۵- در هر ف.د.س.

۱. تعداد پرانتزهای چپ نصف تعداد پرانتزهای راست است. ۲. تعداد پرانتزهای چپ ربع تعداد پرانتزهای راست است.
۳. تعداد پرانتزهای چپ دو برابر تعداد پرانتزهای راست است. ۴. تعداد پرانتزهای چپ برابر تعداد پرانتزهای راست است.

۶- درباره مدار $(\neg A) \vee (\neg C \wedge D)$ کدام گزینه صحیح است؟

۱. دارای 3 دستگاه و تاخیر آن 3 است. ۲. دارای 4 دستگاه و تاخیر آن 3 است.
۳. دارای 4 دستگاه و تاخیر آن 4 است. ۴. دارای 3 دستگاه و تاخیر آن 4 است.

۷- کدام مورد از پارامترهای زبان به حساب نمی آید؟

۱. نماد تساوی ۲. نمادهای محمولی ۳. نماد ثابت ۴. نماد \forall

۸- ترجمه ((هیچ مجموعه ای وجود ندارد که هر مجموعه عضو آن باشد.)) کدام است؟

۱. $V_2 \in V_1 \quad \neg \exists V_1 \forall V_2$
۲. $V_2 \in V_1 \quad \neg \forall V_1 \forall V_2$
۳. $V_2 \in V_1 \quad \neg \forall V_1 \exists V_2$
۴. $V_1 \in V_2 \quad \neg \forall V_1 \exists V_2$

۹- برای عبارت فارسی ((2 + 2)) کدام ترم را به کار می بریم؟

۱. $SS0 + SS0$
۲. $SS0 + SS0$
۳. $SS0 \quad SS0 + SS0$
۴. $SS0 \quad SS0 \approx + SS0$

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر هیچ نماد تابعی در زبان وجود نداشته باشد آنگاه ترمها فقط نمادهای ثابت و متغیرها نیستند لذا احتیاج به تعریف استقرایی دارد.
۲. در تقابل با ف.د.س.ها، که حکمهایی درباره اشیا هستند، ترمها عبارت هایی هستند که به عنوان نام اشیا (عبارات اسمی) ترجمه می شوند.
۳. مجموعه ترمها آزادانه تولید می شود
۴. ترمها دارای ویرگول و پرانتز هستند.

۱۱- عبارت $V_1 V_2 \approx$ یک فرمول بسیط است، زیرا \approx یک نماد محمولی --- و هر متغیر یک ترم است.

۱. بدون موضع
۲. 2موضعی
۳. 1 موضعی
۴. متغیر موضعی

۱۲- به ازای هر مجموعه \sum, τ از جمله ها داریم:

۱. $\sum | = \tau$ اگر و تنها اگر هر مدل برای \sum ، مدلی برای τ نیز باشد.
۲. $\sum | = \tau$ اگر و تنها اگر برای هر مدل از \sum ، مدلی برای τ موجود باشد.
۳. $\sum | = \tau$ اگر و تنها اگر برای هر مدل از τ مدلی برای \sum موجود باشد.
۴. $\sum | = \tau$ اگر و تنها اگر برای هر مدل از τ بیش از یک مدل برای \sum موجود باشد.

۱۳- فرض کنید $S: V \rightarrow N$ تابعی باشد که برای آن $S(V_i) = i - 1$ ، یعنی $S(V_1) = 0, S(V_2) = 1$ ، والی آخر.

$$\bar{s}(ffV_3) = S(S(2)) = 1 \quad .2 \qquad \bar{s}(ffV_3) = S(S(2)) = 3 \quad .1$$

$$\bar{s}(ffV_3) = S(S(2)) = 0 \quad .4 \qquad \bar{s}(ffV_3) = S(S(2)) = 4 \quad .3$$

۱۴- فرض کنید زبان موردنظر دارای تساوی و پارامترهای $\forall, 0, 1, +$ و \bullet باشد. هیاتها را می توان به عنوان ساختمانهای این زبان در نظر گرفت. رده.....

۱. همه هیاتها یک رده مقدماتی است

۲. هیاتهای با مشخه صفر، EC_{Δ} نیست.

۳. همه هیاتها EC است.

۴. هیاتهای با مشخه غیر صفر، EC_{Δ} نیست.

۱۵- در بخش تعریف پذیری در داخل یک ساخت اگر قسمتی از زبان مربوط به نظریه اعداد دارای پارامترهای $\forall, S, \circ, \cdot, +$ رادر اختیار داشته باشیم،

$$\exists V_3 \quad S \circ + SV_3 \approx V_1 \wedge \forall V_2 \forall V_3 (V_1 \approx V_2 \cdot V_3 \rightarrow V_2 \approx S \circ \vee V_1 \approx S \circ) \quad .1$$

$$\exists V_3 \quad S \circ + SV_3 \approx V_1 \wedge \forall V_2 \forall V_3 (V_1 \approx V_2 \cdot V_3 \rightarrow V_2 \approx S \circ \vee V_3 \approx S \circ) \quad .2$$

$$\exists V_3 \quad S \circ + SV_3 \approx V_2 \wedge \forall V_2 \forall V_3 (V_1 \approx V_2 \cdot V_3 \rightarrow V_1 \approx S \circ \vee V_3 \approx S \circ) \quad .3$$

$$\exists V_3 \quad S \circ + SV_3 \approx V_2 \wedge \forall V_2 \forall V_3 (V_2 \approx V_1 \cdot V_3 \rightarrow V_1 \approx S \circ \vee V_3 \approx S \circ) \quad .4$$

۱۶- به ازای هر ف.د.س. α ، و هر قطعه آغازی سره α' از یک ف.د.س. α ،

$$K(\alpha) = K(\alpha') = 1 \quad .1 \qquad K(\alpha) < 1, K(\alpha') = 1 \quad .2$$

$$K(\alpha) < 1, K(\alpha') < 1 \quad .3 \qquad K(\alpha) = 1, K(\alpha') < 1 \quad .4$$

۱۷- یک استنتاج برای α از Γ وجود دارد اگر و تنها اگر

۱. α استنتاجی از Γ باشد.

۲. Γ استنتاجی از α باشد.

۳. α قضیه ای از Γ باشد.

۴. Γ قضیه ای از α باشد.

۱۸- کدام گزینه درست است؟

۱. φ همواره نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ است.

۲. اگر $\Gamma \vdash \neg \varphi$ آنگاه می توان گفت φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ است.

۳. اگر φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ باشد نمی توان گفت $\Gamma \vdash \neg \varphi$ است.

۴. φ در هر حال نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ نیست..

۱۹- متغیر x در $(\alpha \rightarrow \beta)$ آزاد است. اگر و تنها اگر

۱. x در α و β آزاد باشد

۲. x در α یا β آزاد باشد

۳. x فقط در α آزاد باشد

۴. x فقط در β آزاد باشد

۲۰- گزاره ((اگر Γ ارضا شدنی باشد، آنگاه Γ سازگار است)) با کدام یک از قضایای زیر معادل است؟

۱. لون هایم-اسکولم ۲. استنتاج ۳. درستی ۴. تمامیت گودل

سوالات تشریحی

۱- هر عبارتی که تعداد پرانتزهای چپ آن از تعداد پرانتزهای راست آن بیشتر است یک ف.د.س نیست.

۱.۲۰ نمره

۲- ثابت کنید هریک از دو مجموعه $\{\neg, \vee\}$, $\{\neg, \wedge\}$ تمام است.

۱.۲۰ نمره

۳- اگر \sum مجموعه ای تصمیم پذیر از ف.د.س.ها باشد، آنگاه مجموعه نتایج توتولوژیک \sum شمارش پذیر کارآمد خواهد بود.

۱.۲۰ نمره

۴- ابتدا نشان دهید هر قطعه پایانی از یک ترم، زنجیره ای متشکل از یک یا چند ترم است. و با استفاده از آن ثابت کنید هیچ قطعه آغازی سره یک ترم خود ترم نیست.

۱.۲۰ نمره

۵- اگر $\Gamma \vdash \neg \varphi$ اگر و تنها اگر φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ باشد.

۱.۲۰ نمره

باسمہ صحیح
نمبر درج
سواء

- | | |
|----|-----|
| 1 | الف |
| 2 | الف |
| 3 | ج |
| 4 | ب |
| 5 | د |
| 6 | ج |
| 7 | الف |
| 8 | الف |
| 9 | ج |
| 10 | ج |
| 11 | ب |
| 12 | الف |
| 13 | ج |
| 14 | الف |
| 15 | ب |
| 16 | د |
| 17 | ج |
| 18 | ب |
| 19 | ب |
| 20 | ج |

۱- کدام نماد یک پارامتر است؟

۱. رابط جمله‌ای ۲. نماد جمله‌ای ۳. پرانتز ۴. نماد نفی

۲- "یک عبارت ف.د.س است اگر و تنها اگر از نمادهای جمله‌ای با به‌کارگیری تعدادی متناهی از عملهای فرمولساز روی عبارت‌ها به‌دست آید." کدام تعریف برای ف.د.س‌هاست؟

۱. از پایین به بالا ۲. از بالا به پایین
۳. تناظر یک به یک با توابع بولی ۴. اعضای مجموعه استقرائی

۳- طول ف.د.س $(A \wedge ((\neg B) \rightarrow C))$ چند است؟

۱. 3 ۲. 9 ۳. 12 ۴. 6

۴- مجموعه تولید شده توسط تابع $S(x) = x+1$ و $S(x) = x-1$ روی مجموعه آغازین $B = \{0\}$ در $U = R$ (اعداد حقیقی) کدام مجموعه است؟

۱. N ۲. $N \cup \{0\}$ ۳. R ۴. Z

۵- کدام مجموعه تمام نیست؟

۱. $\{\neg, \wedge\}$ ۲. $\{\neg, \wedge, \vee\}$ ۳. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۴. $\{\neg, \rightarrow\}$

۶- تاخیر ف.د.س $((\neg B) \rightarrow (A \wedge C))$ کدام گزینه است؟

۱. 1 ۲. 2 ۳. 3 ۴. 4

۷- ف.د.س متناظر با تابع بولی $B_a^2(T, T) = B_a^2(T, F) = B_a^2(F, T) = T$ و $B_a^2(F, F) = F$ کدام است؟

۱. $\alpha = A \vee B$ ۲. $\alpha = A \wedge B$ ۳. $\alpha = A \rightarrow B$ ۴. $\alpha = A \leftrightarrow B$

۸- $\Sigma; \alpha \models \beta$ اگر و تنها اگر

۱. $\Sigma; \beta \models \alpha$ ۲. $\Sigma \models \beta \leftrightarrow \alpha$ ۳. $\Sigma \models \beta \rightarrow \alpha$ ۴. $\Sigma \models \alpha \rightarrow \beta$

۹- اگر ف.د.س $((A \wedge B) \rightarrow (\neg C))$ بصورت P - ف.د.س نوشته شود کدام گزینه می‌باشد؟

۱. $\rightarrow \wedge AB \neg C$ ۲. $\rightarrow \wedge \neg ABC$ ۳. $\wedge \neg \rightarrow ABC$ ۴. $\wedge \rightarrow AB \neg C$

۱۰- کدام مجموعه تصمیم‌پذیر است؟

۱. مجموعه‌های شمارش‌پذیر ۲. مجموعه‌های نامتناهی
۳. نتایج توتولوژیک ۴. توتولوژی‌ها

۱۱- گزاره " یک مجموعه از ف.د.س ها ارضاشونده است اگر و تنها اگر هر زیرمجموعه متناهی آن ارضاشونده باشد." کدام قضیه است؟

۱. یگانه خوانی ۲. تصمیم پذیری ۳. فشردگی ۴. تعمیم

۱۲- برای هر ف.د.س که دارای n نماد جمله ای باشد چند تابع ارزش وجود دارد؟

۱. $2n$ ۲. 2^n ۳. n ۴. n^2

۱۳- کدام یک از ف.د.س های زیر معادل توتولوژیک ف.د.س $(\neg(A \rightarrow B))$ می باشد؟

۱. $A \vee \neg B$ ۲. $\neg A \vee B$ ۳. $A \wedge \neg B$ ۴. $\neg A \wedge B$

۱۴- کدام نماد جزء هر فرمول بسیط است؟

۱. نماد سور ۲. نماد محمولی ۳. نماد ربطی ۴. نماد تابعی

۱۵- اگر متغیر x در ف.د.س $(\alpha \rightarrow \beta)$ آزاد باشد آنگاه

۱. در α آزاد است. ۲. در β آزاد است.
۳. در α و β آزاد است. ۴. در α یا β آزاد است.

۱۶- عبارت $(\forall x P_x \rightarrow Q_x)$ بعد از جایگزینی کدام ف.د.س می شود.

۱. $\forall x P_x \rightarrow Q_x$ ۲. $\forall y P_y \rightarrow Q_y$ ۳. $\forall y P_y \rightarrow Q_x$ ۴. $\forall x P_x \rightarrow Q_x$

۱۷- کدام گزینه قضیه عکس نقیض است؟

۱. اگر $\Gamma; \varphi$ ناسازگار باشند آنگاه $\Gamma \vdash \neg \varphi$ ۲. اگر $\Gamma; \varphi \vdash \gamma$ آنگاه $\Gamma; \gamma \vdash \varphi$
۳. $\Gamma; \varphi \vdash \gamma$ اگر و تنها اگر $\Gamma; \neg \gamma \vdash \neg \varphi$ ۴. اگر $\Gamma; \varphi \vdash \gamma$ آنگاه $\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \gamma$

۱۸- اگر $\Gamma \vdash \gamma$ و x در هیچ فرمولی از Γ آزاد نباشد آنگاه

۱. $\vdash \forall x \gamma$ ۲. $\Gamma \vdash \forall x \gamma$ ۳. $\Gamma \vdash \neg \gamma$ ۴. $\Gamma \vdash \exists x \neg \gamma$

۱۹- کدام گزینه قضیه درستی می باشد؟

۱. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضاشدنی است. ۲. اگر $\Gamma \vdash \gamma \rightarrow \varphi$ و $\Gamma \vdash \gamma$ آنگاه $\Gamma \vdash \varphi$
۳. اگر $\Gamma \models \gamma$ آنگاه $\Gamma \vdash \gamma$ ۴. اگر $\Gamma \vdash \gamma$ ، آنگاه $\Gamma \models \gamma$

۲۰- کدام گزینه یک اصل موضوع منطقی نیست؟

۱. $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$ ۲. توتولوژی ها ۳. $\forall x \alpha \rightarrow \alpha_t$ ۴. $x \approx x$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- هر یک از احکام زیر را اثبات یا رد کنید.

الف) اگر $\Sigma \models \alpha$ یا $\Sigma \models \beta$ ، آنگاه $\Sigma \models \alpha \vee \beta$.

ب) اگر $\Sigma \models \alpha \vee \beta$ آنگاه $\Sigma \models \alpha$ یا $\Sigma \models \beta$.

۱.۲۰ نمره

۲- ثابت کنید مجموعه $\{\downarrow\}$ تمام است.

۱.۲۰ نمره

۳- ثابت کنید هر ف.د.س مانند φ ، با یک ف.د.س بطور فصلی نرمال مانند α معادل توتولوژیک است.

۱.۲۰ نمره

۴- فرض کنید S_1 و S_2 توابعی از مجموعه متغیرهای V در $|U|$ باشند بطوریکه روی همه متغیرهای آزاد ف.د.س

(در صورت وجود) هم مقدار باشند در این صورت ثابت کنید

$$\models_U \varphi[s_1] \text{ اگر و تنها اگر } \models_U \varphi[s_2]$$

۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید $\models -x \approx y \rightarrow \forall z P_{xz} \rightarrow \forall z P_{yz}$

پاسخ صحیح

شماره
سوال

1	ب
2	الف
3	ج
4	د
5	ج
6	ب
7	الف
8	د
9	الف
10	د
11	ج
12	ب
13	ج
14	ب
15	د
16	الف
17	ج
18	ب
19	د
20	الف

۱- کدام گزینه یک نماد ربطی می باشد؟

۱. پرانتز ۲. پارامتر ۳. نماد عطف ۴. نماد جمله‌ای

۲- کوچکترین مجموعه استقرائی در عبارت‌ها کدام گزینه است؟

۱. نمادهای جمله‌ای ۲. ف.د.س.ها ۳. توتولوژی‌ها ۴. جمله‌ها

۳- کدام گزینه می تواند طول یک ف.د.س باشد؟

۱. 1 ۲. 2 ۳. 3 ۴. 6

۴- در ساخت ف.د.س.ها به روش استقرائی به کمک 5 عمل فرمولساز ، مجموعه آغازین، کدام مجموعه است؟

۱. نمادهای منطقی ۲. نمادهای ربطی ۳. توتولوژی‌ها ۴. نمادهای جمله‌ای

۵- برای ف.د.س.ای که دارای 5 نماد جمله‌ای باشد چند ارزشدهی وجود دارد؟

۱. 10 ۲. 16 ۳. 25 ۴. 32

۶- اگر ϕ همان مجموعه تهی و α یک ف.د.س دلخواه باشد آنگاه

۱. $\phi = \alpha$ ۲. $\alpha = \phi$ ۳. $\alpha \neq \phi$ ۴. $\phi \neq \alpha$

۷- تابع بولی $C(T, F) = F$ و $C(F, X) = C(X, T) = T$ متناظر با کدام ف.د.س است؟

۱. $A \rightarrow B$ ۲. $A \leftrightarrow B$ ۳. $A \wedge B$ ۴. $A \vee B$

۸- کدام مجموعه ، یک مجموعه تمام است؟

۱. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۲. $\{\neg, \#\}$ ۳. $\{M\}$ ۴. $\{\wedge, \vee, \neg\}$

۹- در مدار راه‌گزین در کدام دروازه ، خروجی کمینه ورودی‌هاست؟

۱. AND ۲. OR ۳. NAT ۴. \perp

۱۰- خروجی مدار راه‌گزین $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ با کدام گزینه موافق است؟

۱. اقلیت A و B و C ۲. اکثریت A و B و C ۳. T در صورت تساوی A و B و C ۴. F در صورت مساوی نبودن A و B و C

۱۱- گزاره "یک مجموعه از ف.د.س ها ارضاشونده است اگر و تنها اگر هر زیرمجموعه متناهی آن ارضاشونده باشد." کدام قضیه می باشد؟

۱. قضیه یگانه خوانی ۲. قضیه بازگشت ۳. قضیه شمارش پذیری ۴. قضیه فشردگی

۱۲- در زبان منطق مرتبه اول برای صرفه جویی و بدون کاهش گویایی زبان، بجای $\exists x$ ، معادل آن از کدام نماد می توان استفاده کرد؟

۱. $\forall x$ ۲. $\forall x \neg$ ۳. $\neg \forall x \neg$ ۴. $\neg \forall x$

۱۳- اگر x در ف.د.س α رخ دهد در کدام گزینه همواره آزاد است؟

۱. در α ، اگر α فرمول بسیط باشد. ۲. در $(\neg \alpha)$ ۳. در $(\alpha \rightarrow \beta)$ ۴. در $\forall V_i \alpha$

۱۴- کدام ف.د.س ها جمله اند؟

۱. ف.د.س هایی که همه ترمها نماد ثابت باشند. ۲. ف.د.س هایی که نماد ثابت نداشته باشند. ۳. ف.د.س هایی که همه متغیرها آزاد باشند. ۴. ف.د.س هایی که هیچ متغیر آزادی نداشته باشد.

۱۵- کدام گزینه درست است؟

۱. هر قطعه آغازی سره از یک ترم، خود یک ترم است. ۲. هر قطعه پایانی از یک ترم، زنجیری متشکل از یک یا چند ترم است. ۳. هر قطعه آغازی سره از یک فرمول خود یک فرمول است. ۴. فرمولی وجود دارد که قطعه آغازی سره از آن، خود یک فرمول است.

۱۶- در ف.د.س $\forall V_2 B V_1 V_2$ کدام جایگزینی امکان پذیر است؟

۱. V_2 به جای V_1 ۲. V_1 به جای V_2 ۳. x به جای V_1 ۴. x به جای V_2

۱۷- $\Gamma; \varphi \vdash \neg \neg \psi$ اگر و تنها اگر

۱. $\Gamma; \psi \vdash \neg \neg \varphi$ ۲. $\Gamma; \neg \psi \vdash \neg \neg \varphi$ ۳. $\Gamma; \neg \psi \vdash \varphi$ ۴. $\Gamma \vdash (\neg \psi \rightarrow \varphi)$

۱۸- اگر $\Gamma; \varphi$ ناسازگار باشد آنگاه

۱. β ای موجود است که $\Gamma; \beta \vdash \neg \varphi$ و $\Gamma; \beta \vdash \varphi$

۲. β ای موجود است که $\Gamma \vdash \beta \rightarrow \varphi$ و $\Gamma \vdash \beta \rightarrow \neg \varphi$

۳. $\Gamma \vdash \neg \varphi$

۴. $\Gamma \vdash \varphi$

۱۹- کدام گزینه، قضیه تمامیت است؟

۱. هر مجموعه ارضاشدنی از فرمولها سازگار است.

۲. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضا شدنی است.

۳. هر اصل موضوع منطقی، معتبر است.

۴. اصول موضوع منطقی نتیجه منطقی هر چیزی است.

۲۰- کدام نوع از مجموعه ف.د.س تصمیم پذیرند؟

۱. شمارشپذیرها

۲. توتولوژیها

۳. نامتناهیها

۴. نتایج توتولوژیک ف.د.سها

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید هر عبارتی که تعداد پرانتزهای چپ آن از تعداد پرانتزهای راست آن بیشتر باشد یک ف.د.س نیست.

۱.۲۰ نمره

۲- ثابت کنید مجموعه $\{ \mid \}$ تمام است.

۱.۲۰ نمره

۳- فرض کنید S_1 و S_2 توابعی از V در $|U|$ باشند که به ازای همه متغیرهایی (در صورت وجود) که در ف.د.س φ آزاد هستند هم مقدار باشند ثابت کنید

$$\models_u \varphi[s_1] \text{ اگر و تنها اگر } \models_u \varphi[s_2]$$

۱.۲۰ نمره

۴- ثابت کنید اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$

۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید $\vdash \forall x \forall y (x \approx y \rightarrow y \approx x)$

۱.۲۰ نمره

پاسخ صحیح

شماره
سوال

- | | |
|-----|----|
| ج | 1 |
| ب | 2 |
| الف | 3 |
| د | 4 |
| د | 5 |
| ب | 6 |
| الف | 7 |
| د | 8 |
| الف | 9 |
| ب | 10 |
| د | 11 |
| ج | 12 |
| الف | 13 |
| د | 14 |
| ب | 15 |
| ج | 16 |
| الف | 17 |
| ج | 18 |
| ب | 19 |
| ب | 20 |

۱- فرض کنید $card(N) = \aleph_0$ و $K \neq \aleph_0$ یک عدد کاردینال نامتناهی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. $K\aleph_0 = K$ ۲. $K\aleph_0 = \aleph_0$ ۳. $2^{\aleph_0} = \aleph_0$ ۴. $2^{\aleph_0} = K$

۲- اگر مجموعه A شمارش پذیر باشد، آنگاه کدام مورد زیر شمارش پذیر است؟

۱. مجموعه A تمام زیرمجموعه های A ۲. مجموعه A تمام دنباله های نامتناهی از عناصر A
۳. مجموعه A تمام دنباله های متناهی از عناصر A ۴. مجموعه B بطوریکه $A \prec B$

۳- کدام عبارت زیر یک ف.د.س. است؟

۱. $A \rightarrow (C \neg B)$ ۲. $(A \rightarrow (B \wedge C))$ ۳. $(A \rightarrow (\neg C))$ ۴. $(A \rightarrow (\vee B))$

۴- کدام یک از مجموعه های زیر تمام نیست؟

۱. $\{\neg, \wedge\}$ ۲. $\{\neg, \rightarrow\}$ ۳. $\{\vee, \rightarrow\}$ ۴. $\{\neg, \wedge\}$

۵- اگر α یک ف.د.س باشد در این صورت طول آن برابر است با:

۱. ۲ ۲. ۳ ۳. ۵ ۴. ۶

۶- فرض کنید ارزش هر دو ف.د.س $(p_1 \vee (p_2 \vee p_3))$ و $\neg(p_2 \vee p_3)$ درست باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\bar{v}(\neg p_2) = F$ ۲. $\bar{v}(\neg p_1) = T$ ۳. $v(p_1) = T$ ۴. $v(p_3) = T$

۷- کدام گزینه فقط شامل نمادهای منطقی است؟

۱. $\rightarrow, \forall, \neg$ ۲. \neg, \approx, \neg
۳. $\rightarrow, \exists, \approx$ ۴. $\neg, \rightarrow, \forall$

۸- اگر متغیر x در فرمول α آزاد باشد، آنگاه x در کدام فرمول زیر نیز آزاد است؟

۱. $\neg \alpha \wedge \beta$ ۲. $\exists x(\alpha \wedge \beta)$ ۳. $\exists x \alpha \wedge \beta$ ۴. $\forall x \alpha$

۹- اگر $H(x)$ به معنای " x انسان است" و $M(x)$ به معنای " x فناپذیر است" باشند، آنگاه صورت مرتبه ی اول جمله ی "انسان فناپذیری وجود ندارد" کدام است؟

- ۱. $\neg \exists x(H(x) \wedge M(x))$
- ۲. $\forall x(H(x) \wedge M(x))$
- ۳. $\neg \exists x(H(x) \rightarrow M(x))$
- ۴. $\forall x(H(x) \rightarrow M(x))$

۱۰- کدام مورد از پارامترهای زبان به حساب نمی آید؟

- ۱. نمادهای معمولی
- ۲. نمادهای ثابت
- ۳. \forall نماد
- ۴. نماد تساوی

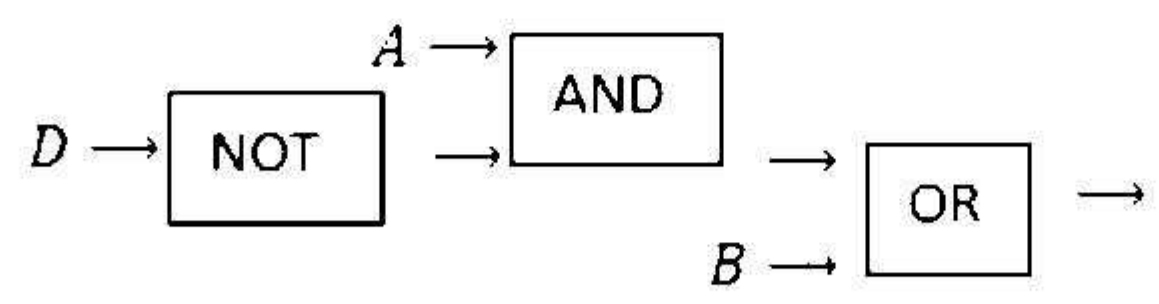
۱۱- کدام عبارت زیر ترجمه ی دقیق این جمله می باشد: "عالم سخن دو عضوی است."

- ۱. $\exists v_1 v_2 (\forall v_3 (v_3 \approx v_1) \vee (v_3 \neq v_1))$
- ۲. $\exists v_1 v_2 (v_1 \neq v_2) \wedge (\forall v_3 (v_3 \approx v_1) \vee (v_3 \approx v_2))$
- ۳. $\exists v_1 v_2 (\forall v_3 (v_3 \approx v_1) \rightarrow (v_3 \neq v_2))$
- ۴. $\forall v_1 v_2 v_3 (v_3 \approx v_1 \vee v_3 \approx v_2)$

۱۲- فرض کنید $\models_u \exists v_1 \forall v_2 v_2 \approx v_1$ در اینصورت درباره ی $|u|$ چه می توان گفت؟

- ۱. $|u| = \emptyset$
- ۲. $|u| = N$
- ۳. $|u|$ دو عضوی است.
- ۴. $|u|$ تک عضوی است.

۱۳- مدار زیر نمایشگر کدام فرمول است؟



- ۱. $((A \wedge (\neg D)) \Rightarrow B)$
- ۲. $((((\neg D) \wedge A) \vee B)$
- ۳. $((A \vee (\neg D)) \vee B)$
- ۴. $((\neg D) \rightarrow A) \rightarrow B)$

۱۴- مدار مربوط به فرمول $(A_3 \rightarrow (\neg(A_1 \wedge (\neg A_2))))$ دارای چند دستگاه و چند تاخیر است؟

- ۱. 3 دستگاه و 3 تاخیر
- ۲. 3 دستگاه و 4 تاخیر
- ۳. 4 دستگاه و 4 تاخیر
- ۴. 4 دستگاه و 3 تاخیر

۱۵- کدام مورد زیر یک توتولوژی نیست؟

۱. $(p \wedge q) \rightarrow p$ ۲. $p \vee \neg p$ ۳. $p \rightarrow (p \vee q)$ ۴. $p \wedge p$

۱۶- برای مجموعه ی A از عبارت ها، روشی کارآمد وجود دارد که به ازای هر عبارت \mathcal{E} ، بعد از تعداد متناهی مرحله تعیین می کند که $\mathcal{E} \in A$ یا $\mathcal{E} \notin A$. کدام مورد نادرست است؟

۱. A استقرایی است. ۲. A شماره پذیر کارآمد است.
۳. A تصمیم پذیر است. ۴. A متمم شماره پذیر کارآمد است.

۱۷- مجموعه ی Σ از ف.د.س ها شماره پذیر کارآمد است؛ یعنی:

۱. Σ مجموعه ای متناهی از ف.د.س هاست که ارضاشونده نیز هست.
۲. زیرمجموعه ای متناهی از ف.د.س ها در Σ وجود دارد که ارضاشونده است.
۳. هیچ زیرمجموعه ای از Σ که نامتناهی باشد، ارضاشونده نیست.
۴. هر زیرمجموعه ی متناهی Σ ارضاشونده است.

۱۸- گزاره ی "اگر Γ ارضاشدنی باشد، آنگاه Γ سازگار است." با کدام یک از قضایای زیر معادل است؟

۱. لون هایم-اسکولم ۲. استنتاج ۳. تمامیت گودل ۴. درستی

۱۹- فرض کنید A از عبارت ها شماره پذیر کارآمد است اما تصمیم پذیر نیست؛ در اینصورت کدام مورد نادرست است؟

۱. می توان روشی کارآمد معرفی کرد که اعضای A را فهرست کند.
۲. می توان روشی کارآمد معرفی کرد که به ازای هر \mathcal{E} بعد از تعداد متناهی مرحله جواب "بلی" بدهد اگر $\mathcal{E} \in A$.
۳. می توان روشی کارآمد معرفی کرد که به ازای هر \mathcal{E} بعد از تعداد متناهی مرحله جواب "خیر" بدهد اگر $\mathcal{E} \notin A$.
۴. برای تعیین $\mathcal{E} \in A$ می توان روشی کارآمد معرفی کرد ولی برای تعیین $\mathcal{E} \notin A$ نمی توان چنین روشی معرفی کرد.

۲۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱. هیچ قطعه ی آغازی سره ای از یک ترم، خود یک ترم نیست.
۲. هیچ قطعه ی پایانی از یک ترم، خود یک ترم نیست.
۳. مجموعه ی ترم ها از مجموعه ی متغیرها به طور آزاد با اعمال برخی توابع به دست می آید.
۴. مجموعه ی ترم ها از مجموعه ی نمادهای ثابت به طور آزاد با اعمال برخی توابع به دست می آید.

سوالات تشریحی

- ۱.۲۰ نمره ۱- با روش درختی ف.د.س بودن $((B \rightarrow (A \rightarrow C)) \leftrightarrow ((B \wedge A) \rightarrow C))$ را بررسی کنید.
- ۱.۲۰ نمره ۲- نمایش لهستانی فرمول درست ساخت زیر را بنویسید:
 $((A \wedge D) \rightarrow ((\neg B) \vee (C \leftrightarrow B)))$
- ۱.۲۰ نمره ۳- قضیه ی استنتاج را اثبات کنید: اگر $\Gamma; \gamma \vdash \varphi$ آنگاه $\Gamma \vdash (\gamma \rightarrow \varphi)$.
- ۱.۲۰ نمره ۴- قاعده ی برهان خلف را به عنوان نتیجه ای از قضیه ی استنتاج اثبات کنید: اگر $\Gamma; \varphi$ ناسازگار باشد، آنگاه $\Gamma \vdash \neg \varphi$.
- ۱.۲۰ نمره ۵- قضیه ی تمامیت گودل را فقط بیان کنید.

نمبر رد سواب	ياسخ صحيح
1	الف
2	ج
3	ج
4	ج
5	ج
6	ج
7	ب
8	الف
9	د
10	د
11	ج
12	د
13	ب
14	ج
15	د
16	الف
17	د
18	د
19	ج
20	الف

۱- هر دنباله متناهی از نمادها چه نامیده می‌شود؟

۱. ف.د.س ۲. عبارت ۳. رابط جمله‌ای ۴. نماد منطقی

۲- عبارتی که عضو هر مجموعه استقرائی باشد چه نام دارد؟

۱. ف.د.س ۲. نماد منطقی ۳. نماد جمله‌ای ۴. توتولوژی

۳- اگر در یک ف.د.س فقط رابطهای $\neg, \rightarrow, \wedge, \vee$ و هر کدام فقط یک بار ظاهر شوند آنگاه تعداد موضعهایی که نماد جمله‌ای در آن ف.د.س ظاهر می‌شود کدام گزینه است؟

۱. 3 ۲. 4 ۳. 5 ۴. 8

۴- در ساخت کوچکترین مجموعه استقرائی اگر C_n مجموعه تمام نقاط X ی باشد که دست کم یک دنباله ساختمانی به طول n به X ختم می‌شود آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$1. C_* = \bigcup_{n=1} C_n \quad 2. C_* = \bigcap_{n=1} C_n$$

۳. مجموعه اعداد طبیعی ۴. مجموعه اعداد صحیح

۵- این نتیجه که "به ازای هر ارزشدهی ν برای نمادهای جمله‌ای یک تابع منحصر بفرد $\bar{\nu}$ روی ف.د.س موجود است که ارزش تمام ف.د.س ها را مشخص می‌کند." توسط کدام قضایا به دست می‌آید؟

۱. اصل استقرا ۲. یگانه‌خوانی و استقرا
۳. بازگشت و یگانه خوانی ۴. بازگشت و استقرا

۶- اگر هیچ عضو \sum نتیجه توتولوژیک بقیه اعضای \sum نباشد آنگاه

۱. \sum مستقل است. ۲. \sum تمام است.
۳. هر عضو \sum توتولوژی است. ۴. \sum با زیرمجموعه محضی از خودش هم ارز است.

۷- کدام گزینه درست است؟

۱. قطعه اولیه سره از یک ف.د.س ، ف.د.س است.
۲. در هر قطعه اولیه سره از یک ف.د.س، تعداد پرانتز راست نسبت به چپ بیشتر است.
۳. برای ف.د.س‌های α و β و γ و δ ، $(\alpha \wedge \beta) = (\gamma \wedge \delta)$ نتیجه می‌دهد $\alpha = \gamma$
۴. ف.د.س‌هایی مانند α و β و γ و δ وجود دارد بطوریکه $(\alpha \wedge \beta) = (\gamma \rightarrow \delta)$

۸- کدام ف.د.س معادل $p -$ ف.د.س $\rightarrow \wedge AB \vee \neg B \leftrightarrow CB$ است؟

۱. $((A \wedge B) \leftrightarrow ((\neg B) \vee (C \rightarrow B)))$ ۲. $((A \wedge B) \rightarrow ((\neg B) \vee (C \leftrightarrow B)))$

۳. $((A \wedge B) \vee ((\neg B) \rightarrow (C \leftrightarrow B)))$ ۴. $((A \vee B) \wedge ((\neg B) \rightarrow (C \leftrightarrow B)))$

۹- تابع بولی 2-موضعی $E(X, X) = T, E(T, F) = E(F, T) = F$ وابسته به کدام رابط دوتایی زیر است؟

۱. \wedge ۲. \vee ۳. \rightarrow ۴. \leftrightarrow

۱۰- کدام مجموعه از نماد های ربطی تمام است؟

۱. $\{M\}$ ۲. $\{\neg, \neq\}$ ۳. $\{\wedge, \perp, +^3\}$ ۴. $\{\wedge, \leftrightarrow, +\}$

۱۱- کدام گزینه در مدار راه گزین درست است؟

۱. برای دروازه OR ولتاژ خروجی برابر حداقل ولتاژهای ورودی است.

۲. مدارهای ف.د.س های معادل توتولوژیک، یک کار انجام می دهند.

۳. تاخیر هر نماد جمله ای در 1 است.

۴. تاخیر $\alpha \wedge \beta$ بیشینه تأخیر دو ف.د.س α و β است.

۱۲- کدام یک از مجموعه های زیر ممکن است تصمیم پذیر نباشد؟

۱. متمم مجموعه شماره پذیر کارآمد

۲. مجموعه های متناهی

۳. مجموعه تمام توتولوژی ها

۴. مجموعه نتایج توتولوژیک یک مجموعه تصمیم پذیر متناهی

۱۳- در منطق مرتبه اول نقیض فرمول $\forall x \exists n \in N \left(x > 0 \rightarrow \frac{1}{n} < x \right)$ کدام گزینه می باشد؟

۱. $\exists x \exists n \in N \left(x > 0 \rightarrow \frac{1}{n} < x \right)$ ۲. $\exists x \forall n \in N \left(x > 0 \rightarrow \frac{1}{n} \geq x \right)$

۳. $\exists x \forall n \in N \left(x > 0 \wedge \frac{1}{n} \geq x \right)$ ۴. $\exists x \forall n \in N \left(x > 0 \vee \frac{1}{n} \geq x \right)$

۱۴- کدام گزینه در مورد فرمول $\forall x \exists n \in N (x > 0 \rightarrow 1 < nx)$ درست است؟

۱. یک جمله است.
۲. یک فرمول بسیط است.
۳. n در آن متغیر آزاد است.
۴. x در آن متغیر آزاد است.

۱۵- در منطق مرتبه اول اگر $\models_u \varphi[s]$ یا $\models_u \psi[s]$ و یا هر دو آنگاه

۱. $\models_u (\varphi \leftrightarrow \psi)[s]$
۲. $\models_u (\varphi \leftrightarrow \psi)[s]$
۳. $\models_u (\varphi \rightarrow \psi)[s]$
۴. $\models_u (\varphi \rightarrow \psi)[s]$

۱۶- در ساخت $(N, o, S, +, \cdot)$ فرمول $\exists z (x + Sz = y)$ کدام گزینه را تعریف می کند؟

۱. رابطه ترتیبی $\{\langle m, n \rangle : m \leq n\}$
۲. رابطه ترتیبی $\{\langle m, n \rangle : m < n\}$
۳. مجموعه $\{y\}$
۴. مجموعه اعداد طبیعی

۱۷- اگر برای هر ترم $K(t) = 1 \cdot t$ و برای هر نماد تابعی n موضعی f ، $K(f) = 1 - n$ آنگاه $K(f_{t_1, \dots, t_n})$ برابر است با

۱. 1
۲. $1 - n$
۳. $1 + n$
۴. $n - 1$

۱۸- اگر $\Gamma; \varphi$ ناسازگار باشد آنگاه

۱. $\Gamma \vdash \varphi$
۲. $\Gamma \vdash \neg \varphi$
۳. $\Gamma \vdash \forall x \varphi$
۴. $\Gamma \vdash \exists x \varphi$

۱۹- اگر نماد ثابت C در φ و ψ و Γ ظاهر نشود و $\Gamma; \varphi_c \vdash \psi$ ، آنگاه

۱. $\Gamma; \varphi \vdash \forall x \psi$
۲. $\Gamma; \varphi \vdash \exists x \psi$
۳. $\Gamma; \exists x \varphi \vdash \psi$
۴. $\Gamma; \forall x \varphi \vdash \psi$

۲۰- قضیه درستی کدام یک گزینه ها است؟

۱. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ آنگاه $\Gamma \models \varphi$
۲. اگر $\Gamma \models \varphi$ آنگاه $\Gamma \vdash \varphi$
۳. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضاشدنی است.
۴. هر اصل موضوع منطقی ، معتبر است.

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید ف.د.س $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$ یک توتولوژی است.

۱.۲۰ نمره

۲- برای تابع بولی 3 موضعی زیر ف.د.س به صورت فصلی نرمالی به دست آورید بطوریکه $G = B_{\alpha}^3$

$$G(F, F, F) = G(F, T, T) = G(T, F, T) = G(T, T, F) = F$$

$$G(F, F, T) = G(F, T, F) = G(T, F, F) = G(T, T, T) = T$$

۱.۲۰ نمره

۳- ثابت کنید اگر توابع $s_1, s_2 : V \rightarrow |U|$ به ازای تمام متغیرهایی (در صورت وجود) که در ف.د.س φ آزاد هستند هم مقدار باشند آنگاه

$$|=_{\alpha} \varphi[s_1] \text{ اگر و تنها اگر } |=_{\alpha} \varphi[s_2]$$

۱.۲۰ نمره

۴- ثابت کنید اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$

۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر هر زیر مجموعه متناهی Γ_0 از Γ ارضا شدنی باشد، آنگاه Γ نیز ارضا شدنی است.

نمبر رد سواب	ياسخ صحيح
1	ب
2	الف
3	ج
4	الف
5	ج
6	الف
7	ج
8	ب
9	د
10	د
11	ب
12	الف
13	ج
14	الف
15	د
16	ب
17	الف
18	ب
19	ج
20	الف

۱- کدامیک از موارد زیر یک ف د س است

۱. نماد جمله ای
۲. ترکیبی از دو ف د س
۳. هر عبارت غیر استقرایی
۴. اعضای مجموعه های غیر استقرایی

۲- با کدام طول فرمول درست ساخت موجود است

۱. 3
۲. 4
۳. 6
۴. 2

۳- در قضیه حساب کاردینالها کدام تساوی درست است.

۱. $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$
۲. $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_1$
۳. $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$
۴. $1397 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$

۴- کدامیک از موارد زیر نمی تواند توتولوژی باشد

۱. قوانین انجمنی
۲. قوانین پخشی
۳. قانون نفی
۴. هر فرمول درست ساخت

۵- در هر قطعه اولیه سره ...

۱. تعداد پارانتهزهای چپ بیش از راست است
۲. تعداد پارانتهزهای راست بیش از چپ است
۳. تعداد پارانتهزهای چپ و راست برابر است
۴. تعداد پارانتهزهای راست دو برابر تعداد پارانتهزهای چپ است

۶- برای یک زبان معقول ...

۱. ف د س را می توان شماره گذاری کرد
۲. ف د س معتبر را می توان شماره گذاری کرد
۳. ف د س را میتوان به طور کارآمد شماره گذاری کرد
۴. ف د س معتبر را می توان بطور کارآمد شماره گذاری کرد

۷- به ازای هر n ، تابع n موضعی بولی وجود دارد.

۱. 3^{2^n}
۲. 3^{3^n}
۳. 2^{3^n}
۴. 2^{2^n}

۸- تعداد رابطهای دوتایی که به خودی خود تمام هستند برابر است با:

۱. 1 ۲. 2 ۳. 3 ۴. 4

۹- کدامیک از نمادهای زیر جزو نمادهای منطقی نمی باشد.

۱. پرانتزها ۲. ربطها ۳. متغیرها ۴. سورها

۱۰- کدامیک از نمادهای زیر جزو پارامترها محسوب نمیشود

۱. سورها ۲. نمادهای محمولی ۳. ربطها ۴. نمادهای ثابت

۱۱- اگر مجموعه ای تصمیم پذیر باشد

۱. کارآمد است ۲. شماره پذیر کارآمد است
۳. نتایج توتولوژیکش کارآمد است ۴. نتایج توتولوژیکش شماره پذیر کارآمد است

۱۲- اگر یک مجموعه ارضا شونده باشد...

۱. هر زیر مجموعه ان ارضا شونده است ۲. هر زیر مجموعه متناهی ان ارضا شونده است
۳. تصمیم پذیر است ۴. کارآمد است

۱۳- به ازای هر ترم t ..

۱. $K(t)=1$ ۲. $k(t) < 1$ ۳. $k(t) > 1$ ۴. $k(t) < 2$

۱۴- هر قطعه پایانی از یک ترم ...

۱. زنجیره ای متشکل از یک یا چند ترم است ۲. یک ترم است
۳. بیش از یک ترم است ۴. یک ترم نیست

۱۵- هیچ قطعه آغازی سره یک ترم خود

۱. یک ترم است ۲. بیش از یک ترم است ۳. یک ترم نیست ۴. یک ف د س است

۱۶- هر قطعه آغازی سره یک فرمول درست ساخت

۱. یک فرمول است ۲. بیش از یک فرمول است
۳. یک فرمول نیست ۴. یک ترم است

۱۷- یک استنتاج برای α از Γ وجود دارد اگر

۱. α قضیه ای از Γ باشد
۲. Γ قضیه ای از α باشد
۳. α و Γ معادل باشند
۴. Γ نتیجه توتولوژیک α باشد

۱۸- در اثبات قاعده T از..... استفاده می شود

۱. برهان خلف
۲. عکس نقیض
۳. قاعده وضع مقدم
۴. تعمیم

۱۹- کدام عبارت نادرست است

۱. هر اصل موضوع منطقی معتبر است
۲. تساوی متعلق به گروه پنجم اصل موضوع است
۳. اگر a نتیجه توتولوژیک b باشد آنگاه b بطور منطقی a را نتیجه می دهد
۴. اگر a یک گونه الفبایی از b باشد آنگاه a و b لزوما معادل نیستند

۲۰- کدامیک از موارد زیر بخشی از قضیه تمامیت گودل است

۱. اگر مجموعه ای ارضا شدنی باشد سازگار است
۲. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضا شدنی است
۳. مجموعه فرمولهای معتبر را می توان شماره گذاری کرد
۴. هر اصل موضوع منطقی معتبر است

سوالات تشریحی

۱- مفهوم ارزش دهی را در یک زبان به اختصار توضیح دهید

۱.۲۰ نمره

۲- قضیه یگانه خوانی را بیان واثبات کنید.

۱.۲۰ نمره

۳- نشان دهید اگر Σ مجموعه ای تصمیم پذیر از ف.د.س.ها باشد، آنگاه مجموعه نتایج توتولوژیک Σ شماره پذیر کارآمد است.

۱.۲۰ نمره

۴- با ذکر یک مثال مفهوم همریختی مانند h از ساخت A در ساخت B برای یک زبان مورد نظر را توضیح دهید.

۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید هر اصل موضوع منطقی معتبر است

۱.۲۰ نمره

۱- نماد \neq را رابط سه تایی اکثریت در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه های زیر تمام است؟

۱. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۲. $\{\perp, \rightarrow\}$ ۳. $\{\perp, \rightarrow\}$ ۴. $\{\neg, \neq\}$

۲- $\exists x (Ax \wedge Bx)$ کوتاهنوشت کدام گزینه زیر است؟

۱. $(\neg \forall x (\neg(\neg(Ax \rightarrow (\neg Bx))))))$ ۲. $(\neg \forall x ((\neg Ax) \rightarrow (\neg Bx)))$
۳. $(\forall x (\neg(\neg(Ax \rightarrow Bx))))$ ۴. $(\neg \forall x (\neg((\neg Ax) \rightarrow (Bx))))$

۳- کدام گزینه درست است؟

۱. $Qv_1 \models \forall v_1 Qv_1$ ۲. $\forall y \exists x Pxy \models \exists x \forall y Pxy$
۳. $\models \exists x (Qx \rightarrow \forall x Qx)$ ۴. $\exists v_2 Qv_2 \models \forall v_1 Qv_1$

۴- طبق قضیه یگانه خوانی، پنج عمل فرمول ساز وقتی به مجموعه ف.د.س محدود می شوند آنگاه

۱. یک به یک هستند ۲. پوشا هستند
۳. دوسویی هستند ۴. دارای برد یکسان هستند

۵- کدام گزینه درست است؟

۱. متغیر x در $\neg \alpha$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α رخ ندهد.
۲. متغیر x در فرمول بسیط α آزاد است اگر و تنها اگر x در α رخ دهد.
۳. متغیر x در $\alpha \rightarrow \beta$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α یا β آزاد نباشد.
۴. متغیر x در $\alpha \rightarrow \beta$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α و β آزاد نباشد.

۶- مدار $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ دارای چند تاخیر است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴

۷- کدام یک از گزینه های زیر یک توتولوژی است؟

۱. $p \vee q \rightarrow p$ ۲. $p \wedge q \rightarrow p$ ۳. $q \rightarrow p$ ۴. $q \leftrightarrow p$

۸- یک مجموعه از عبارتها تصمیم پذیر است اگر و تنها اگر.....

۱. آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد باشد ولی متمم آن شمارش پذیر کارآمد نباشد.

۲. آن مجموعه و متمم آن هر دو شمارش پذیر کارآمد باشند.

۳. فقط متمم آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد باشد

۴. متمم آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد باشد ولی خود آن مجموعه شمارش پذیر کارآمد نباشد.

۹- کدامیک از گزینه های زیر یک ترم در زبان نظریه اعداد نیست؟

۱. $+v_2So$ ۲. $+Ev_1SSoEv_2SSo$ ۳. $SSSSo$ ۴. $+SSSo$

۱۰- ترجمه (پدر بابک می تواند پدر هر بچه دیگر محله را بزند) کدام گزینه می تواند باشد؟ (KX بمعنی x بچه محل است. b بمعنی بابک. Bxy یعنی x میتواند y را بزند. fx یعنی پدر x)

۱. $\forall v_1(Kv_1 \rightarrow ((\neg \approx v_1 b) \rightarrow Bfbfv_1))$ ۲. $\forall v_1(Kv_1 \rightarrow ((\neg \approx v_1 b) \leftrightarrow Bfbfv_1))$

۳. $\forall v_1(Kv_1 \leftrightarrow ((\neg \approx v_1 b) \leftrightarrow Bfbfv_1))$ ۴. $\exists v_1(Kv_1 \leftrightarrow ((\neg \approx v_1 b) \leftrightarrow Bfbfv_1))$

۱۱- اگر x در α آزاد نباشد، آنگاه

۱. $\alpha \models \exists x \alpha$ ۲. $\alpha \models \forall x \alpha$ ۳. $\neg \alpha \models \forall x \alpha$ ۴. $\neg \alpha \models \exists x \alpha$

۱۲- به ارای هر ترم t،

۱. $K(t) = 0$ ۲. $K(t) = 1$ ۳. $K(t) = 2$ ۴. $K(t) = 3$

۱۳- اگر $\Gamma, \gamma \vdash \phi$ ، آنگاه-----.

۱. $\Gamma \rightarrow (\gamma \rightarrow \phi)$ ۲. $\Gamma \wedge (\gamma \rightarrow \phi)$ ۳. $\Gamma \vdash (\gamma \rightarrow \phi)$ ۴. $\neg \Gamma \rightarrow (\phi \rightarrow \gamma)$

۱۴- اگر τ ارضاشدنی باشد، آنگاه----- است.

۱. $\neg \tau$ سازگار است ۲. $\neg \tau, \tau$ به طور منطقی معادلند

۳. $\neg \tau$ ارضاشدنی است ۴. τ سازگار است.

۱۵- کدام قضیه عکس قضیه درستی است؟

۱. تمامیت ۲. تعمیم ۳. گودل ۴. جایگزینی

۱۶- کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

۱. هر نماد جمله ای یک ف.د.س است.

۲. هر عبارتی که تعداد پرانتزهای چپ آن از تعداد پرانتزهای راست آن بیشتر باشد یک ف.د.س نیست

۳. طول یک ف.د.س یکی از اعداد 2 و 3 و 6 است.

۴. یک ف.د.س نمی تواند دارای طول 6 باشد.

۱۷- ترجمه {این کالا ثروت محسوب می شود (w) اگر و تنها اگر انتقال پذیر (T)، با عرضه محدود (L)، [یا مولد شادی (P) یا مانع درد (Q)] باشد.

۱. $(w \rightarrow (T \wedge (L \rightarrow (P \vee Q))))$

۲. $(w \rightarrow (T \wedge (L \rightarrow (P \vee Q))))$

۳. $(w \Leftrightarrow (T \wedge (L \rightarrow (P \vee Q))))$

۴. $(w \Leftrightarrow (T \wedge (L \wedge (P \vee Q))))$

۱۸- در زبان منطق نمادهای \neg, \rightarrow چه نام دارند؟

۱. شرطی-نفی

۲. فصلی-عطفی

۳. عطفی-فصلی

۴. شرطی-عطفی

۱۹- فرض کنید K یک کاردینال نامتناهی باشد، کدام گزینه درست است؟

۱. $K \aleph_0 = K$

۲. $K \aleph_0 = \aleph_0$

۳. $K^{\aleph_0} = \aleph_0$

۴. $2^{\aleph_0} = K$

۲۰- اگر u مجموعه اعداد حقیقی و C مجموعه پدید آمده از $B = \{0\}$ توسط توابع $p(x) = x - 1, S(x) = x + 1$ باشد آنگاه

۱. $C = N$ و به طور آزاد پدید آمده است.

۲. $C = Z$ و به طور آزاد پدید آمده است.

۳. $C = N$ ولی به طور آزاد پدید نیامده است.

۴. $C = Z$ ولی به طور آزاد پدید نیامده است.

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید هیچ قطعه آغازی سره یک ترم، یک ترم نیست

۱،۲۰ نمره

۲- قضیه استنتاج را بیان و اثبات کنید.

۱،۲۰ نمره

۳- نشان دهید $\{\rightarrow, \wedge\}$ تمام نیست ولی $\{\neg, \wedge\}$ تمام است

۱،۲۰ نمره

۴- ثابت کنید که $\Gamma \vdash \phi$ اگر و تنها اگر ϕ نتیجه تاتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ باشد.

۱،۲۰ نمره

۵- ثابت کنید هر اصل موضوع منطقی، معتبر است

۱،۲۰ نمره

باسمہ صحیح

شماره
سوال

1	الف
2	الف
3	ج
4	الف
5	ب
6	ج
7	ب
8	ب
9	د
10	الف
11	ب
12	ب
13	ج
14	د
15	الف
16	ج
17	د
18	الف
19	الف
20	د

۸- نابرابری $(\alpha \wedge \beta) \neq (\gamma \rightarrow \delta)$ برای هر ف.د.س α و β و γ و δ بیانگر کدام خاصیت پنج عمل فرمولساز $\{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ می باشد؟

۱. یک به یک می باشند.

۲. وقتی روی ف.د.س ها محدود شوند دارای بردهای مجزاهستند.

۳. مجموعه استقرائی منحصر بفرد است.

۴. مجموعه $\{\wedge, \rightarrow\}$ تمام نیست.

۹- در بحث حذف پرانتزها ف.د.س $A \wedge B \rightarrow \neg C \vee D$ کدام یک از ف.د.س های زیر است؟

۱. $(A \wedge B) \rightarrow ((\neg C) \vee D)$ ۲. $A \wedge (B \rightarrow (\neg C)) \vee D$

۳. $A \wedge (B \rightarrow \neg(C \vee D))$ ۴. $A \wedge B \rightarrow \neg(C \vee D)$

۱۰- اگر α و β و γ سه ف.د.س باشند ف.د.س جدید $(\# \alpha \beta \gamma)$ معادل توتولوژیک کدام ف.د.س است؟

۱. $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \lambda)$ ۲. $(\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \lambda)$

۳. $(\alpha \vee \beta \vee \lambda)$ ۴. $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)$

۱۱- اگر B_α^n تابع بولی n موضعی وابسته به ف.د.س α باشد که دارای n نماد جمله ای است آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. برای هر تابع بولی n موضعی G ف.د.س منحصر بفردی مانند α موجود است بطوریکه $G = B_\alpha^n$

۲. $ran B_\alpha^n = ran B_\beta^n$ اگر و تنها اگر $B_\alpha^n = B_\beta^n$

۳. $ran B_\alpha^n = ran B_\beta^n$ اگر و تنها اگر $\alpha \models \beta$

۴. $B_\alpha^n(X_1, \dots, X_n) = \bar{v}(\alpha)$

۱۲- کدام گزینه مجموعه تمام از رابطها است؟

۱. $\{+, \leftrightarrow\}$ ۲. $\{\wedge, \vee\}$ ۳. $\{\perp, \rightarrow\}$ ۴. $\{\neg, \#\}$

۱۳- اگر A و B و C نمادهای جمله‌ای مفروض باشند ف.د.س $((\neg A \wedge B) \vee (B \wedge C))$ دارای چند دستگاه و چند تاخیر می‌باشد؟

۱. 2 دستگاه و 2 تاخیر ۲. 4 دستگاه و 3 تاخیر ۳. 2 دستگاه و 4 تاخیر ۴. 3 دستگاه و 2 تاخیر

۱۴- اگر A و B دو نماد محمولی یک موضعی در زبان مرتبه اول باشند ف.د.س $\exists x(A(x) \wedge B(x))$ کوتاه‌نوشت کدام فرمول درست ساخت است؟

۱. $\neg \forall x(A(x) \rightarrow (\neg B(x)))$ ۲. $\forall x(A(x) \rightarrow (\neg B(x)))$
۳. $\neg \forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ ۴. $\neg \forall x((\neg A(x)) \rightarrow B(x))$

۱۵- اگر A و B دو نماد محمولی دو موضعی باشد کدام یک از ف.د.س‌های زیر یک جمله است؟

۱. $(\forall y(\neg A(x, y)) \rightarrow \forall x B(x, y))$ ۲. $\forall y \neg \forall x((\neg A(x, y)) \rightarrow B(x, y))$
۳. $\neg \forall x(\forall y(\neg A(x, y)) \rightarrow B(x, y))$ ۴. $\forall x(\forall y(\neg A(x, y)) \rightarrow B(x, y))$

۱۶- در ساخت $U = (N, \leq, S, 0)$ که S (بزرگ) همان تابع تالی و S (کوچک) باضابطه $S(v_i) = i - 1$ است کدام گزینه ترجمه عبارت $Pcfv_i[s] \models_u$ می‌باشد؟

۱. عدد یک بزرگتر از صفر است.
۲. اگر i عدد طبیعی باشد $i - 1 \geq 0$.
۳. هر عدد طبیعی بزرگتر از صفر است.
۴. یک بزرگتر یا مساوی صفر است.

۱۷- اگر s_1 و s_2 و ... و s_n ترم باشند آنگاه مقدار $K(s_1 s_2 \dots s_n)$ کدام گزینه است؟

۱. $n!$ ۲. $1 - n$ ۳. n ۴. n^2

۱۸- کدام یک از ف.د.س‌های زیر ممکن است جزء اصول موضوع منطقی نباشد؟

۱. توتولوژی‌ها ۲. $\forall x \alpha \rightarrow \alpha_i^x$
۳. $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$ ۴. $\forall x(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta)$

۱۹- $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$ اگر و تنها اگر

۱. $\Gamma \vdash \neg \psi \rightarrow \varphi$ ۲. $\Gamma; \psi \vdash \forall x \varphi$ ۳. $\Gamma; \varphi \vdash \psi$ ۴. $\Gamma; \neg \varphi \vdash \neg \psi$

۲۰- "قضیه درستی" کدام یک از گزینه های زیر است؟

۱. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \models \varphi$.
۲. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضاشدنی است.

۳. اگر $\Gamma; \varphi$ ناسازگار باشد، آنگاه $\Gamma \vdash \neg \varphi$.
۴. اگر $\Gamma \models \varphi$ آنگاه $\Gamma \vdash \varphi$.

سوالات تشریحی

۱- اگر U مجموعه همه عبارتها و $f: U \times U \rightarrow U$ و $g: U \rightarrow U$ به ترتیب عمل های دوتایی و یک تایی و $B \subseteq U$ باشد

الف) مجموعه استقرایی و کوچکترین مجموعه استقرایی را تعریف کنید.

ب) اگر کوچکترین مجموعه استقرایی را با نماد C^* و از طرفی C_n به مفهوم نقاط $x \in U$ باشد که دست کم

یک دنباله ساختمانی به طول n به x ختم شود، قرار دهید $C_* = \bigcup_{n=1}^{\infty} C_n$ و ثابت کنید $C^* = C_*$

۲- ثابت کنید به ازای هر ف.د.س φ یک ف.د.س به صورت فصلی نرمال مانند α موجود است، بطوریکه α معادل توتولوژیک φ است.

۳- اگر Λ مجموعه تمام اصول منطقی باشد ثابت کنید $\Gamma \vdash \varphi$ اگر و تنها اگر φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ باشد.

۴- ثابت کنید هر اصل موضوع منطقی، معتبر است. (اثبات یک اصل از گروه اول اصول تا ششم کافی است)

۵- ثابت کنید اگر $\Gamma \vdash \alpha_1$ و \dots و $\Gamma \vdash \alpha_n$ و β نتیجه توتولوژیک $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ باشد، آنگاه ثابت کنید که $\Gamma \vdash \beta$

باسمہ صحیح
شماره
سوال

- | | |
|----|-----|
| 1 | الف |
| 2 | ج |
| 3 | ب |
| 4 | د |
| 5 | ج |
| 6 | ج |
| 7 | د |
| 8 | ب |
| 9 | الف |
| 10 | الف |
| 11 | د |
| 12 | ج |
| 13 | ب |
| 14 | الف |
| 15 | ب |
| 16 | د |
| 17 | ج |
| 18 | ج |
| 19 | د |
| 20 | الف |

۱- فرض کنید W = این کالا ثروت محسوب می شود، T = انتقال پذیر است، L = با عرضه محدود است، P = مولد شادی است، Q = مانع درد است. در این صورت ترجمه عبارت " این کالا ثروت محسوب می شود اگر و تنها اگر انتقال پذیر و با عرضه محدود، و مولد شادی یا مانع درد باشد." کدام گزینه زیر است؟

۱. $(W \rightarrow (T \wedge (L \wedge (P \wedge Q))))$ ۲. $(W \leftrightarrow (T \wedge (L \wedge (P \vee Q))))$

۳. $(W \leftrightarrow (T \wedge (L \wedge P)) \vee Q)$ ۴. $(W \rightarrow (T \wedge (L \wedge P)) \vee Q)$

۲- کدام یک از عبارت های زیر یک ف. د. س. است؟

۱. $(\rightarrow A)$ ۲. $\neg(B \rightarrow A)$ ۳. $(\neg B) \wedge \neg A$ ۴. $A \rightarrow (\neg B \wedge C)$

۳- طول یک ف. د. س. کدام گزینه زیر نمی تواند باشد؟

۱. 1 ۲. 3 ۳. 5 ۴. 7

۴- فرض کنید U مجموعه اعداد حقیقی باشد و $B = \{0\}$. عمل S ، که $S(x) = x+1$ ، روی آن تعریف شده باشد. در این صورت C_* برابر کدام مجموعه زیر است؟

۱. مجموعه اعداد طبیعی ۲. مجموعه اعداد صحیح
۳. مجموعه اعداد گویا ۴. مجموعه اعداد حقیقی

۵- هرگاه ارزش گزاره P درست باشد، آنگاه ارزش گزاره $(P \leftrightarrow (\neg Q))$ کدام گزینه زیر است؟

۱. همواره درست است. ۲. همواره نادرست است.
۳. اگر ارزش گزاره Q درست باشد، نادرست است. ۴. اگر ارزش گزاره Q درست باشد، درست است.

۶- کدام یک از گزینه های زیر همواره صحیح است؟

۱. $(p \wedge \neg p) \wedge q$ ۲. $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
۳. $(p \vee \neg p) \rightarrow q$ ۴. $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow q$

۷- B نتیجه توتولوژیک کدام مجموعه زیر می تواند باشد؟

۱. $\{B, A \rightarrow B\}$ ۲. $\{B, (A \rightarrow B)\}$ ۳. $\{B, (A \rightarrow \neg B)\}$ ۴. $\{A \vee \neg B\}$

۸- هر قطعه اولیه سره از یک ف. د. س.

۱. یک ف.د. س. نیست

۲. یک ف. د. س. است

۳. تعداد پرانتزهای چپ آن با تعداد پرانتزهای راست آن برابرند

۴. تعداد پرانتزهای راست آن بیشتر از تعداد پرانتزهای چپ است

۹- کدام یک از مجموعه های زیر تمام است؟

۱. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۲. $\{\wedge, \rightarrow, \vee\}$ ۳. $\{\wedge, \leftrightarrow\}$ ۴. $\{\downarrow\}$

۱۰- اگر $\Sigma \models \tau$ ، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱. هر زیر مجموعه متناهی Σ_0 از Σ داریم، $\Sigma_0 \models \tau$.

۲. $\Sigma; \neg \tau$ ارضا شونده است.

۳. یک زیرمجموعه متناهی Σ_0 از Σ وجود دارد که $\Sigma_0 \models \tau$.

۴. $\Sigma; \tau$ ارضا شونده نیست.

۱۱- ترجمه جمله "هیچ مجموعه ای وجود ندارد که هر مجموعه عضو آن باشد" کدام گزینه زیر است؟

۱. $(\forall v_1 (\forall v_2 \in v_2 v_1))$ ۲. $(\neg(\neg \forall v_1 (\neg \forall v_2 \in v_2 v_1)))$

۳. $(\neg(\forall v_1 (\neg \forall v_2 \in v_2 v_1)))$ ۴. $(\neg(\neg \forall v_1 (\forall v_2 \in v_2 v_1)))$

۱۲- $\exists x \alpha$ کوتاهنوشت کدام عبارت زیر است؟

۱. $(\forall x (\neg \alpha))$ ۲. $(\neg \forall x (\alpha))$

۳. $(\neg \forall x (\neg \alpha))$

۴. $(\neg \exists x (\neg \alpha))$

۱۳- متغیر x در کدام عبارت زیر آزاد نیست؟

۱. $\exists y Qy \rightarrow Px$

۲. $\forall y (Qy \rightarrow Px)$

۳. $(\forall x Px) \rightarrow Qx$

۴. $\exists x (\forall y (Px \rightarrow Qy))$

۱۴- کدام یک از عبارت های زیر یک ترم است؟

۱. $\exists v_1 \forall v_2 \in v_1 v_2$
۲. $\approx v_1 v_2$
۳. $< v_1 v_2$
۴. $+v_1 SSS 0$

۱۵- فرض کنید $S : V \rightarrow N$ تابعی باشد که در آن $s(v_i) = i-1$ ، آنگاه $s(ffv_2)$ برابر کدام گزینه زیر است؟
تابع تالی

۱. 2
۲. 3
۳. 4
۴. 5

۱۶- فرض کنید t_1 یک قطعه آغازی سره از یک ترم t باشد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱. $K(t_1) < 1$
۲. $K(t_1) > 1$
۳. $K(t_1) = 1$
۴. $K(t_1) \leq 1$

۱۷- کدام گزینه زیر یک اصل موضوع منطقی است؟

۱. $(\forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta) \rightarrow \forall x (\alpha \rightarrow \beta)$
۲. $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$ که در آن x در α آزاد است.
۳. $\forall x (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta)$
۴. $\alpha_i^x \rightarrow \forall x \alpha$

۱۸- کدام یک از گزینه های زیر قضیه تعمیم را بیان می کند؟

۱. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$
۲. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمولی از Γ آزاد نباشد، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$
۳. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash \exists x \varphi$
۴. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هر فرمولی از Γ آزاد باشد، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$

۱۹- اگر $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$ ، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱. $\Gamma; \varphi \vdash \neg \psi$
۲. $\Gamma; \neg \psi \vdash \varphi$
۳. $\Gamma; \neg \varphi \vdash \psi$
۴. $\Gamma \vdash (\neg \varphi \rightarrow \psi)$

۲۰- کدام گزینه قضیه تمامیت را بیان می کند؟

۱. اگر Γ ارضا شدنی باشد، آنگاه Γ سازگار است.

۲. هر مجموعه ای از فرمول ها که ارضا شدنی باشد، آنگاه سازگار است.

۳. هر زیر مجموعه متناهی از مجموعه های ارضا شدنی، ارضا شدنی است.

۴. هر مجموعه از فرمول ها که سازگار باشد، ارضا شدنی است.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید $\Sigma, \alpha \models \beta$ اگر و تنها اگر $\Sigma \models (\alpha \rightarrow \beta)$.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید α ف. د. س. ای باشد که نمادهای جمله ای آن از میان A_1, \dots, A_n انتخاب شده باشد. در این

صورت نشان دهید

$$\alpha \models \text{ اگر و تنها اگر } \text{ran} B_\alpha = \{T\}$$

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید برای هر ترم $K(t) = 1$ ، \uparrow

۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید $\vdash x \approx y \rightarrow \forall z Pxz \rightarrow \forall z Pyz$

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید $\Gamma \vdash \varphi$ اگر و تنها اگر φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Lambda$ است.

شماره سوال	پاسخ صحیح
۱	ب
۲	د
۳	ب
۴	الف
۵	د
۶	ب
۷	ب
۸	الف
۹	د
۱۰	ج
۱۱	ب
۱۲	ج
۱۳	د
۱۴	د
۱۵	ج
۱۶	الف
۱۷	ج
۱۸	ب
۱۹	الف
۲۰	د

۱- کدام یک از عبارت های زیر یک فرمول درست ساخت (ف. د. س.) است؟

۱. $((\rightarrow A))$ ۲. $\neg(A \rightarrow B)$ ۳. $(\neg A) \wedge B$ ۴. $(A \rightarrow (\neg B \wedge A))$

۲- فرض کنید α یک ف. د. س. باشد. طول α می تواند کدام گزینه زیر باشد؟

۱. ۲ ۲. ۳ ۳. ۵ ۴. ۶

۳- فرض کنید U مجموعه همه اعداد حقیقی باشد و $B = \{o\}$. دو عمل $P(x) = x-1$ و $S(x) = x+1$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه زیر نشان دهنده عدد ۲ می باشد؟

۱. $S(S(S(o)))$ ۲. $P(S(S(o)))$ ۳. $S(P(S(S(o))))$ ۴. $S(S(P(o)))$

۴- کدام گزینه زیر در مورد گزاره $P \rightarrow (Q \wedge (\neg Q))$ برقرار است؟

۱. همواره درست است. ۲. همواره نادرست است.
۳. اگر P درست باشد، درست است. ۴. اگر P نادرست باشد، درست است.

۵- اگر $\Sigma; \alpha \models \beta$ ، آنگاه کدام گزینه زیر درست است؟

۱. $\Sigma \models (\alpha \rightarrow \beta)$ ۲. $\Sigma \models (\beta \wedge \alpha)$ ۳. $\Sigma \models (\alpha \leftrightarrow \beta)$ ۴. $\Sigma \models (\beta \rightarrow \alpha)$

۶- کدام گزینه زیر نتیجه توتولوژیک مجموعه $\{\neg A, (B \rightarrow A)\}$ است؟

۱. A ۲. B ۳. $\neg A$ ۴. $\neg B$

۷- هر قطعه اولیه سره از یک ف. د. س.

۱. یک ف. د. س. است.
۲. تعداد پرانتزهای چپ آن بیشتر از تعداد پرانتزهای راست آن است.
۳. تعداد پرانتزهای راست آن بیشتر از تعداد پرانتزهای چپ آن است.
۴. تعداد پرانتزهای چپ آن با تعداد پرانتزهای راست آن برابر است.

۸- کدام یک از مجموعه های زیر تمام است؟

۱. $\{\wedge, \vee\}$ ۲. $\{\neg, \rightarrow\}$ ۳. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۴. $\{\wedge, \rightarrow, \vee\}$

۹- ترجمه عبارت "تنها یک عدد طبیعی وجود دارد" کدام گزینه زیر است؟

۱. $\forall v_1 \exists v_2 \forall v_3 v_1 \approx v_2$ ۲. $\exists v_1 \forall v_2 \forall v_3 v_1 \approx v_2$ ۳. $\exists v_1 \exists v_2 v_1 \approx v_2$ ۴. $\forall v_1 \forall v_2 v_1 \approx v_2$

۱۰- x در کدام یک از عبارت های زیر متغیر آزاد است؟

۱. $\forall x (Py \rightarrow Qx)$ ۲. $\exists x (\forall y (Px \rightarrow Qy))$ ۳. $\forall x Px \rightarrow Qx$ ۴. $\forall y (\exists x Px \rightarrow Qy)$

۱۱- کدام یک از عبارت های زیر یک ترم است؟

۱. $\approx v_1 v_2$

۲. $+v_2 SS^\circ$

۳. $< v_1 v_2$

۴. $\forall v_1 \exists v_2 \in v_1 v_2$

۱۲- فرض کنید f'' مساوی تابع تالی S ؛ $f''(n) = n+1$ ، $s: V \rightarrow N$ تابعی باشد که $s(v_i) = i-1$. در این صورت $\bar{s}(fffv_2)$ برابر کدام گزینه زیر است؟

۱. ۷

۲. ۶

۳. ۵

۴. ۴

۱۳- فرض کنید t_1 یک قطعه آغازی سره از ترم t باشد، آنگاه کدام گزینه زیر همواره درست است؟

۱. $K(t_1) = 1$

۲. $K(t_1) > 1$

۳. $K(t_1) \leq 1$

۴. $K(t_1) < 1$

۱۴- کدام یک از گزینه های زیر از اصول موضوع منطقی نیست؟

۱. $(\forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta) \rightarrow \forall x (\alpha \rightarrow \beta)$

۲. $\forall x \alpha \rightarrow \alpha_t^x$ که در آن t می تواند (تحت شرایط معینی) جایگزین x در α شود.

۳. توتولوژی ها

۴. $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$ که در آن x در α آزاد نیست.

۱۵- اگر α فرمول $\neg \forall y x \approx y$ باشد، آنگاه فرمول $\forall x \alpha \rightarrow \alpha_t^x$ برابر کدام گزینه زیر است؟

۱. $\forall x \neg \forall y x \approx y \rightarrow \neg \forall t y \approx t$

۲. $\forall x \neg \forall y x \approx y \rightarrow \neg \forall y t \approx y$

۳. $\forall x \neg \forall y x \approx y \rightarrow \forall t y \approx t$

۴. $\forall x \neg \forall y x \approx y \rightarrow \forall y t \approx y$

۱۶- کدام گزینه زیر قضیه تعمیم را بیان می کند؟

۱. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$

۲. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash \exists x \varphi$

۳. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمولی از Γ آزاد نباشد، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$

۴. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمولی از Γ آزاد نباشد، آنگاه $\Gamma \vdash \exists x \varphi$

۱۷- اگر $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$ ، آنگاه کدام گزینه زیر همواره درست است؟

۱. $\Gamma; \neg \psi \vdash \varphi$

۲. $\Gamma; \neg \varphi \vdash \psi$

۳. $\Gamma \vdash (\neg \varphi \rightarrow \psi)$

۴. $\Gamma; \varphi \vdash \neg \psi$

۱۸- فرض کنید نماد ثابت c در φ ، ψ و Γ ظاهر نشود، و داشته باشیم $\Gamma; \varphi_c^x \vdash \psi$. در این صورت کدام گزینه زیر درست است؟

۱. $\Gamma; \exists x \varphi \vdash \psi$

۲. $\Gamma; \psi \vdash \exists x \varphi$

۳. $\Gamma; \psi \vdash \forall x \varphi$

۴. $\Gamma; \exists x \psi \vdash \varphi$

۱۹- کدام گزینه زیر قضیه تمامیت را بیان می کند؟

۱. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \models \varphi$.

۲. هر مجموعه ارضا شدنی از فرمولها، سازگار است.

۳. هر مجموعه سازگار از فرمولها، ارضا شدنی است.

۴. هر زیر مجموعه متناهی از مجموعه ارضا شدنی، ارضا شدنی است.

۲۰- کدام گزینه زیر همواره درست است؟

۱. $\vdash \forall x(Px \rightarrow \forall x Px)$

۲. $\vdash (\alpha \rightarrow \exists x \beta) \leftrightarrow \exists x (\alpha \rightarrow \beta)$

۳. $\vdash \exists x(Px \rightarrow \forall x Px)$

۴. $\alpha \rightarrow \beta \models \forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta$

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید یک مجموعه از ف. د. س. ها ارضا شوند است اگر و تنها اگر هر زیر مجموعه متناهی آن ارضا شوند باشد. ۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید $\{\forall x(\alpha \rightarrow \beta), \forall x \alpha\} \models \forall x \beta$ ۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید هیچ قطعه آغازی سره یک ترم، یک ترم نیست. ۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید $\Gamma \vdash \varphi$ اگر و تنها اگر φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup \Delta$ است. ۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر x در α مورد آزاد نداشته باشد، آنگاه $\vdash (\alpha \rightarrow \forall x \beta) \leftrightarrow \forall (\alpha \rightarrow \beta)$ ۱.۴۰ نمره

شماره سوال	پاسخ صحیح
۱	د
۲	ج
۳	ج
۴	د
۵	الف
۶	د
۷	ب
۸	ب
۹	ب
۱۰	ج
۱۱	ب
۱۲	الف
۱۳	د
۱۴	الف
۱۵	ب
۱۶	ج
۱۷	د
۱۸	الف
۱۹	ج
۲۰	ج

۱- در زبان منطق نماد های \neg و \rightarrow چه نام دارند ؟

۱. نفی - فصلی ۲. عاطفی - نفی ۳. نفی - شرطی ۴. فصلی - دوشروطی

۲- کدام گزینه در مورد ف.د.س ها درست است ؟

۱. هر مجموعه استقرائی زیر مجموعه ف. د. س است .
۲. هر مجموعه استقرائی شامل مجموعه ای آغازین است.
۳. هر عبارت یک فرمول درست ساخت است.
۴. هر عبارت دارای تعداد پرانتزهای چپ و راست است.

۳- کدام گزینه در مورد مجموعه ف.د.س ها درست است؟

۱. تعداد پرانتزهای چپ و راست با هم برابرند.
۲. در هر قطعه اولیه سره تعداد پرانتزهای چپ کمتر از راست است.
۳. هر قطعه اولیه سره از یک ف. د.س ، ف.د.س است.
۴. پرانتزهای چپ و راست را می توان حذف کرد.

۴- کدام یک از مجموعه های زیر تمام نیست ؟

۱. $\{\neg, \wedge\}$ ۲. $\{\neg, \vee\}$ ۳. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۴. $[\neg, \rightarrow]$

۵- به ازای هر n ، چند تابع n موضوعی بولی وجود دارد؟

۱. 2^n ۲. 2^{2^n} ۳. n ۴. $\frac{n}{2}$

۶- طبق قضیه یگانه خوانی ، پنج عمل فرمول ساز وقتی به مجموعه ف.د.س ها محدود می شوند آنگاه

۱. یک به یک هستند.
۲. پوشا هستند.
۳. دوسویی هستند.
۴. دارای برد یکسان هستند.

۷- B نتیجه توتولوژیک کدام یک از مجموعه های زیر است ؟

۱. $\{B \rightarrow A, A \rightarrow B\}$ ۲. $\{B \rightarrow A, A\}$
۳. $\{A \vee B, A\}$ ۴. $\{A, \neg A\}$

۸- کدام یک از مجموعه های زیر همگی نماد منطقی اند ؟

۱. \neg, \exists, \approx ۲. $\neg, (,)$ ۳. $\rightarrow, \neg, (,)$ ۴. $\neg, \rightarrow, \forall$

۹- کدام ف. د. س. متغیر آزاد دارد؟

۱. $(\forall v_1 Av_1 \rightarrow Bv_1)$

۲. $\forall v_2 (Av_2 \rightarrow Bv_2)$

۳. $\forall v_3 (Pv_3 \rightarrow \forall v_3 Qv_3)$

۴. $\forall v_1 ((\neg \approx v_1 0))$

۱۰- ترجمه ((همه انسان ها فانی اند)) کدام است؟

۱. $\exists v_1 \forall v_2 (v_1 \approx v_2)$

۲. $\forall v_1 (Hv_1 \wedge Mv_1)$

۳. $\forall v_1 (Hv_1 \rightarrow Mv_1)$

۴. $\forall v_2 (v_1 \approx v_2)$

۱۱- در ساخت $U = (N, 0, S, +, \cdot)$ که در آن N و S به ترتیب مجموعه اعداد طبیعی و تابع تالی می باشد رابطه ترتیبی $\{ \langle m, n \rangle : m < n \}$ با کدام فرمول تعریف می شود؟

۱. $\forall V_3 V_1 + SV_3 \approx V_2$ ۲. $\exists V_3 V_1 + SV_3 \approx V_2$ ۳. $\exists V_2 V_1 + SV_3 \approx V_2$ ۴. $\forall V_2 V_1 + SV_3 \approx V_2$

۱۲- کدام گزینه درست است ؟

۱. $\Gamma \models (\alpha \rightarrow \beta)$ اگر و تنها اگر $\Gamma, \alpha \models \varphi$

۲. $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)$ اگر و تنها اگر $\varphi \models \psi$

۳. $\{ \forall x(\alpha \rightarrow \beta), \forall x\beta \} \models \forall x\alpha$

۴. $\alpha \models \forall x\alpha$ اگر x در α آزاد باشد آنگاه

۱۳- کدام گزینه درست می باشد؟

۱. به ازای هر ترم t ، $k(t) = 1$

۲. اگر \mathcal{E} زنجیره ای از m ترم باشد آنگاه $K(m) = m + 1$

۳. قطعه آغازی سره یک ترم، خود نیز یک ترم است

۴. به ازای هر ف.د.س α ، $k(\alpha) = 2$

۱۴- جدول ارزشدهی فرمول $(\forall y \neg p_y \rightarrow \neg p_x) \rightarrow (p_x \rightarrow \neg \forall y \neg p_y)$ دارای چند سطر می باشد ؟

۱۵- گزاره "اگر $\Gamma; \varphi$ ناسازگار باشد آنگاه $\Gamma \vdash \neg \neg \varphi$ ". کدام قضیه می باشد؟

۱. عکس نقیض ۲. استنتاج ۳. برهان خلف ۴. تمامیت

۱۶- کدام یک از استنتاج های زیر نادرست است ؟

۱. $\exists x (\alpha \vee \beta) \leftrightarrow \exists x \alpha \vee \exists x \beta$
 ۲. $\forall x \alpha \vee x \beta \rightarrow \forall x (\alpha \vee \beta)$
 ۳. $\exists x (\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow \exists x \alpha \vee \exists x \beta$
 ۴. $(\alpha \rightarrow \exists x \beta) \leftrightarrow \exists x (\alpha \rightarrow \beta)$

۱۷- کدام قضیه عکس قضیه درستی می باشد؟

۱. گودل ۲. تعمیم ۳. تمامیت ۴. جایگزینی

۱۸- گزاره " یک مجموعه از ف. د.س ها ارضا شونده است اگر و تنها اگر هر زیر مجموعه متناهی آن ارضا شونده باشد " کدام یک از قضیه های زیر است ؟

۱. تصمیم پذیری ۲. فشردگی ۳. لوکاسیویچ ۴. تمامیت

۱۹- کدام گزینه حاصل جایگزینی در عبارت $(Q_x \rightarrow \forall x P_x \wedge R_x)^x_y$ می باشد ؟

۱. $(Q_x \rightarrow \forall y P_y \wedge R_x)$
 ۲. $(Q_x \rightarrow \forall x P_x \wedge R_y)$
 ۳. $(Q_y \rightarrow \forall x P_x \wedge R_x)$
 ۴. $(Q_y \rightarrow \forall x P_x \wedge R_y)$

۲۰- درباره مدار $(\neg A) \vee (\neg C \wedge D)$ کدام گزینه درست است ؟

۱. دارای ۳ دستگاه و تاخیر ۴ است
 ۲. دارای ۴ دستگاه تاخیر آن ۳ است
 ۳. دارای ۴ دستگاه و تاخیر آن ۴ است
 ۴. دارای ۳ دستگاه تاخیر آن ۴ است

سوالات تشریحی

۱- قضیه یگانی خوانی برای ترمها را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید هر اصل موضوع منطقی ، معتبر است.

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه استنتاج را بیان و آنرا اثبات کنید. و مشخص نمایید آیا وارون این قضیه برقرار است ؟ وارون آنرا در صورتی که جواب شما مثبت است فقط بیان کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید اگر Σ مجموعه ای تصمیم پذیر از ف.د.س.ها باشد آنگاه مجموعه نتایج توتولوژیک Σ شماره پذیر کار آمد خواهد بود.

۵- ثابت کنید اگر Γ یک مجموعه تصمیم پذیر از فرمولها در یک زبان معقول باشد و همچنین به ازای هر جمله σ یا $\Gamma \models \sigma$ یا $\Gamma \models \neg \sigma$ در این صورت مجموعه جمله های منتج از Γ تصمیم پذیر است.

شمار سوال	پاسخ صحيح
1	ج
2	ب
3	الف
4	ج
5	ب
6	الف
7	د
8	ج
9	الف
10	ج
11	ب
12	الف
13	الف
14	ب
15	ج
16	د
17	ج
18	ب
19	د
20	ب

۱- کدام یک از عبارتهای زیر (با رعایت قوانین حذف پرانتز) یک ف.د.س نیست؟

$$A_1 \wedge A_2 \rightarrow A_1 \quad .1 \quad A_1 \rightarrow \neg A_2 \vee A_3 \quad .2 \quad A_2 \vee \neg A_3 \wedge A_1 \quad .3 \quad A_2 \rightarrow \neg A_1 \neg A_3 \quad .4$$

۲- اگر تعداد موضع هایی که رابط های دوتایی ($\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$) در ف.د.س α ظاهر می شوند برابر ۹ باشد، در این صورت تعداد موضع هایی که نمادهای جمله ای در آن ظاهر می شوند برابر با کدام گزینه است؟

$$۸ .1 \quad ۹ .2 \quad ۱۰ .3 \quad ۱۱ .4$$

۳- کدام گزینه درست است؟

۱. هر عبارتی که تعداد پرانتزهای چپ و راست آن برابر باشد ف.د.س است.

۲. هیچ ف.د.س با طول ۸ وجود ندارد.

۳. مجموعه ف.د.س ها زیر مجموعه هر مجموعه استقرایی است.

۴. ف.د.س ها از نمادهای جمله ای به وسیله پنج عمل فرمول ساز پدید می آیند ولی نه به طور آزاد.

۴- اگر U مجموعه اعداد حقیقی و C مجموعه پدید آمده از $B = \{0\}$ توسط توابع $s(x) = x+1$ و $p(x) = x-1$ باشد آنگاه

۱. $C = N$ و به طور آزاد پدید آمده است.

۲. $C = Z$ و به طور آزاد پدید آمده است.

۳. $C = N$ ولی به طور آزاد پدید نیامده است.

۴. $C = Z$ ولی به طور آزاد پدید نیامده است.

۵- کدام یک از ارزشدهی های زیر ف.د.س $\neg((C \vee (B \rightarrow A)) \rightarrow (A \wedge \neg B))$ را ارضا می کند؟

$$v(B) = v(A) = v(C) = T \quad .1 \quad v(A) = v(C) = T, v(B) = F \quad .2$$

$$v(B) = T, v(A) = v(C) = F \quad .3 \quad v(A) = T, v(B) = v(C) = F \quad .4$$

۶- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. اگر $\Sigma \models \alpha \vee \beta$ ، آنگاه $\Sigma \models \alpha$ یا $\Sigma \models \beta$.

۲. $\Sigma \models \beta \rightarrow \alpha$ اگر و تنها اگر $\Sigma \models \alpha$.

۳. $\Sigma \models \alpha \rightarrow \beta$ اگر و تنها اگر $\Sigma \models (\alpha \rightarrow \beta)$.

۴. $\Sigma \models \beta$ اگر و تنها اگر $\Sigma \models \alpha$.

۷- کدام یک از مجموعه های زیر تمام است؟

$$\{\wedge, \leftrightarrow\} .1 \quad \{\perp, \rightarrow\} .2 \quad \{\neg, \leftrightarrow\} .3 \quad \{\rightarrow, \wedge\} .4$$

۸- در ف.د.س $(A \wedge (B \vee C)) \vee (B \wedge C)$ چند دستگاه به کار رفته و ف د س دارای چند تاخیر آن است؟

$$۴ دستگاه و ۳ تأخیر .1 \quad ۳ دستگاه و ۴ تأخیر .2 \quad ۴ دستگاه و ۵ تأخیر .3 \quad ۴ دستگاه و ۴ تأخیر .4$$

۹- اگر Σ یک مجموعه از ف.د.س ها باشد، کدام گزینه درست است؟

۱. اگر Σ ارضاشونده متناهی باشد، آنگاه دست کم یکی از مجموعه های $\Sigma; \alpha$ و $\Sigma; \neg \alpha$ نیز چنین است.
۲. اگر زیرمجموعه ای متناهی از Σ مانند Σ_0 ارضاشدنی باشد، آنگاه Σ نیز ارضا شدنی است.
۳. $\Sigma \models \tau$ اگر و تنها اگر $\Sigma; \tau$ ارضا شونده باشد.
۴. اگر $\Sigma \models \tau$ ، آنگاه برای هر زیرمجموعه متناهی از Σ مانند Σ_0 ، $\Sigma_0 \models \tau$.

۱۰- کدام یک از مجموعه های زیر شماره پذیر کار آمد است ولی لزوماً تصمیم پذیر نیست؟

۱. مجموعه نتایج توتولوژیک یک مجموعه متناهی
۲. مجموعه تمام توتولوژی ها
۳. مجموعه نتایج توتولوژیک یک مجموعه تصمیم پذیر
۴. اگر مجموعه و متمم آن شماره پذیر کار آمد باشند

۱۱- کدام یک از گزینه های زیر یک ترم در زبان نظریه اعداد نیست؟

۱. $+v_2S0$
۲. $<S0SS0$
۳. $SSS0$
۴. Ev_1SS0

۱۲- $\exists x(Ax \wedge Bx)$ کوتاهنوشت کدام گزینه زیر است؟

۱. $(\neg \forall x(\neg(\neg(Ax \rightarrow (\neg Bx))))))$
۲. $(\neg \forall x((\neg Ax) \rightarrow (\neg Bx)))$
۳. $(\forall x(\neg(\neg(Ax \rightarrow Bx))))$
۴. $(\neg \forall x(\neg((\neg Ax) \rightarrow Bx)))$

۱۳- کدام گزینه درست است؟

۱. $Qv_1 \models \forall v_1 Qv_1$
۲. $\forall y \exists x Pxy \models \exists x \forall y Pxy$
۳. $\models \exists x(Qx \rightarrow \forall x Qx)$
۴. $\exists v_2 Qv_2 \models \forall v_1 Qv_1$

۱۴- کدام گزینه رابطه ترتیبی $\{\langle m, n \rangle : m < n\}$ را در مجموعه اعداد طبیعی تعریف می کند؟

۱. $\exists x x + Sy \approx z$
۲. $\exists y x + Sz \approx y$
۳. $\forall z x + Sz \approx y$
۴. $\exists z x + Sz \approx y$

۱۵- کدام گزینه درست است؟

۱. یک همریختی روابط تعریف پذیر را حفظ می کند.
۲. به ازای مجموعه $\Sigma; \tau$ از جمله ها داریم $\Sigma \models \tau$ هرگاه وجود داشته باشد مدلی از Σ که مدل τ نیز باشد.
۳. $\{\forall x(\alpha \rightarrow \beta), \forall x \beta\} \models \forall x \alpha$
۴. اگر x در α آزاد نباشد، آنگاه $\alpha \models \forall x \alpha$.

۱۶- K را تابعی قرار دهید که روی مجموعه شامل نمادهای ثابت، متغیرها و نمادهای تابعی به گونه ای تعریف شده است که برای هر نماد s از این مجموعه داریم $K(s) = 1 - n$ ، که در آن n تعداد نمادهایی است که برای به دست آوردن یک ترم باید به دنبال s بیاید. در این صورت کدام گزینه درست نیست؟

۱. به ازای هر متغیر x ، $K(x) = 1$ ۲. به ازای هر نماد ثابت c ، $K(c) = 1$

۳. به ازای هر نماد تابعی n موضعی f ، $K(f) = 0$ ۴. به ازای هر ترم t ، $K(t) = 1$

۱۷- با توجه به تعریف جایگزینی ترم t به جای متغیر x در فرمول α کدام گزینه درست نیست؟

۱. در فرمول بسیط α ، ترم t همیشه به جای متغیر x جایگزین شدنی است.

۲. $(\forall y \alpha)_t^x = \forall y (\alpha_t^x)$

۳. $(Qx \rightarrow \forall x Px)_t^x = (Qy \rightarrow \forall x Px)$

۴. $(\neg \forall y x \approx y)_t^x = \neg \forall y x \approx y$

۱۸- کدام گزینه بیانگر "عکس نقیض" است؟

۱. اگر $\Gamma; \varphi$ ناسازگار باشد، آنگاه $\Gamma \vdash \neg \varphi$

۲. اگر $\Gamma; \gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash (\gamma \rightarrow \varphi)$

۳. $\Gamma; \varphi \vdash \neg \psi$ اگر و تنها اگر $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$

۴. $\Gamma; \neg \psi \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma; \varphi \vdash \neg \neg \psi$

۱۹- اگر $\Gamma \vdash \varphi_c^x$ ، که در آن نماد ثابت c در Γ یا در φ ظاهر نشده است. آنگاه

۱. $\Gamma \vdash \forall x \varphi$

۲. $\Gamma \vdash \neg \exists x \varphi$

۳. $\Gamma \vdash \exists x \neg \varphi$

۴. $\Gamma \vdash \forall x \neg \varphi$

۲۰- کدام گزینه قضیه تمامیت گودل می باشد؟

۱. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \models \varphi$

۲. اگر Γ ارضا شدنی باشد، آنگاه Γ سازگار است.

۳. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضا شدنی است.

۴. هر اصل موضوع منطقی معتبر است.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- فرض کنید α و β ف.د.س هایی باشند که نمادهای جمله ای آنها از میان A_1, \dots, A_n انتخاب شده باشند.

همچنین B_α و B_β را به ترتیب توابع بولی متناظر با α و β قرار دهید. نشان دهید:

$\alpha \models \beta$ اگر و تنها اگر به ازای هر $X \in \{T, F\}^n$ داشته باشیم $B_\alpha(X) \leq B_\beta(X)$

۱.۴۰ نمره

۲- قضیه فشردگی را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید که هیچ یک از جمله های زیر منطقاً از دو جمله دیگر نتیجه نمی شود.

الف. $\forall x \forall y \forall z (Pxy \rightarrow Pyz \rightarrow Pxz)$

ب. $\forall x \forall y (Pxy \rightarrow Pyx \rightarrow x \approx y)$

پ. $\forall x \exists y Pxy \rightarrow \exists y \forall x Pxy$

۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$.

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید Γ یک مجموعه تصمیم پذیر از فرمولها در یک زبان معقول باشد، و همچنین فرض کنید به ازای هر جمله σ یا $\Gamma \models \sigma$ یا $\Gamma \models \neg \sigma$. نشان دهید که مجموعه جمله های منتج از Γ تصمیم پذیر است.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- قضیه ۱۵ الف قسمت (الف) صفحه ۵۴ کتاب درسی.

۱.۴۰ نمره

۲- صفحه ۶۸ کتاب درسی.

۱.۴۰ نمره

۳- باید ساختهای ارئه شود که در آن دو جمله صادق و جمله دیگر کاذب باشد.
جمله (الف) تعدی بودن و جمله (ب) پادتقارنی بودن را بیان می دارند.
ساخت U را به گونه ای در نظر بگیرید که تعبیر P در آن تعدی و پادتقارنی باشد ولی جمله (پ) در آن کاذب باشد.
به عنوان مثال U را ساختار زیر قرار دهید:
 $A = \{1,2,3\}$ $P^A = \{(1,1), (2,1), (3,3)\}$
در این ساختار (الف) و (ب) به انتفای مقدم صادق و (پ) کاذب است.
مشابهها برای بقیه حالت ها می توان مثال نقض ساخت.
در ساختار M که به صورت
 $M = \{1,2\}$, $P^M = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$
است جمله (الف) و (پ) صادق و جمله (ب) کاذب است.
در ساختار N که به صورت
 $N = \{1,2,3\}$, $P^N = \{(1,2), (2,3)\}$
است جمله (الف) کاذب و جمله های (ب) و (پ) به انتفای مقدم صادق هستند.

۱.۴۰ نمره

۴- قضیه تعمیم، صفحه ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی.

۱.۴۰ نمره

۵- نتیجه ۲۵ چ صفحه ۱۵۴ کتاب درسی.

۱- مجموعه A زیر سلطه B است هرگاه

۱. تابعی پوشا مجموعه A را در مجموعه B بنگارد.

۲. تابعی یک به یک مجموعه A را در مجموعه B بنگارد.

۳. A شمارش پذیر باشد.

۴. B شمارش پذیر باشد.

۲- کدامیک از نمادهای زیر رابط جمله ای بای مانعةالجمع است؟

۱. \downarrow

۲. $|$

۳. \neg

۴. $+$

۳- کدامیک از عبارتهای زیر (بدون علامت گذاری فشرده) یک ف. د. س. است؟

۱. $\rightarrow A$

۲. $A_1 \wedge A_2$

۳. $(\neg A)$

۴. $A_1 \rightarrow A_2$

۴- در مورد تعداد پرانتز در یک ف. د. س کدام گزینه درست است؟

۱. تعداد پرانتزهای راست بیشتر از چپ است.

۲. تعداد پرانتزهای راست کمتر از چپ است.

۳. تعداد پرانتزهای راست و چپ برابرند.

۴. نمی توان در خصوص پرانتزهای راست و چپ صحبت کرد.

۵- کدامیک از گزینه های زیر می تواند طول یک ف. د. س. باشد؟

۱. ۲

۲. ۳

۳. ۴

۴. ۶

۶- اگر α یک ف. د. س. و c تعداد موضعهایی باشد که رابطهای دوتایی $\{\leftrightarrow, \rightarrow, \wedge, \vee\}$ در α ظاهر می شود در این صورت تعداد موضعهایی که نمادهای جمله ای در α ظاهر می شوند کدام گزینه است؟

۱. $c-1$

۲. c

۳. $c+1$

۴. $2c$

۷- اگر U مجموعه همه اعداد حقیقی و $B = \{0\}$ باشند و دو عمل S و P به صورت $S(x) = x+1$ و $P(x) = x-1$ باشند در آن صورت C^+ کدام گزینه است؟

۱. $\{0\}$

۲. N

۳. $N \cup \{0\}$

۴. Z

۸- اگر C از مجموعه $B = \{a, b\}$ با عمل دوتایی f و عمل یک تایی g پدید آمده باشد در این صورت C_2 چند عضو دارد؟

۱. ۳

۲. ۴

۳. ۵

۴. ۶

۹- کدام گزینه درمورد ارزش فرمول $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ درست است؟

۱. همواره درست است.
۲. همواره نادرست است.
۳. فقط زمانی درست است که A درست باشد.
۴. فقط زمانی درست است که B درست باشد.

۱۰- پرویز، جمشید و هوشنگ متهم به جنایتی هستند. پرویز می گوید: «من مرتکب قتل نشده ام مقتول یکی از آشنایان قدیمی جمشید بود اما هوشنگ از او نفرت داشت.» جمشید می گوید: «من مرتکب قتل نشده ام من حتی او را نمی شناختم بعلاوه من تمام آن هفته خارج شهر بودم.» هوشنگ می گوید: «من مرتکب قتل نشده ام من جمشید و پرویز را در آن روز همراه مقتول در جنوب شهر دیدم یکی از آن دو باید مرتکب این عمل شده باشد.» فرض کنید دو نفری که بیگناه هستند راست می گویند ولی قاتل ممکن است راست نگوید قاتل کیست؟

۱. پرویز
۲. جمشید
۳. هوشنگ
۴. اطلاعات کافی نیست.

۱۱- پنج عمل فرمول ساز وقتی که به مجموعه ف. د. س. ها محدود شوند

۱. یک به یک هستند.
۲. پوشا هستند.
۳. بردهایی دارند که شامل مجموعه نمادهای جمله ای هستند.
۴. دارای برد و دامنه یکسان هستند.

۱۲- چند تابع ۲ موضعی بولی وجود دارد؟

۱. ۲
۲. ۴
۳. ۸
۴. ۱۶

۱۳- کدام مجموعه زیر تمام است؟

۱. $\{\wedge, \rightarrow\}$
۲. $\{\vee, \rightarrow\}$
۳. $\{\downarrow\}$
۴. $\{T, F, \wedge\}$

۱۴- تاخیر هر نماد جمله ای برابر است با

۱. ۰
۲. ۱
۳. ۲
۴. ۳

۱۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱. متغیر x در فرمول بسیط α آزاد است اگر و تنها اگر x در α رخ دهد.
۲. متغیر x در $(\neg\alpha)$ آزاد است اگر و تنها اگر در α آزاد نباشد.
۳. متغیر x در $(\alpha \rightarrow \beta)$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α یا β آزاد باشد.
۴. متغیر x در $\forall v_i \alpha$ آزاد است اگر و تنها اگر x در α آزاد باشد و $x \neq v_i$.

۱۶- شرط اینکه ساخت (A, R) یک مدل برای جمله $\forall x \exists y Pxy$ باشد آن است که

۱. $R = \emptyset$

۲. $dom R = A$

۳. $R = A \times A$

۴. A دارای یک عضو باشد.

۱۷- در گزاره $\{ \forall x (\alpha \rightarrow \beta), \forall x \alpha \} \models \varphi$ ف.د.س φ کدام گزینه است؟

۱. α

۲. β

۳. $\forall x \alpha$

۴. $\forall x \beta$

۱۸- اگر α یک ف.د.س باشد در این صورت $K(\alpha)$ برابر است با:

۱. -1

۲. 1

۳. 0

۴. 2

۱۹- کدام گزینه جز اصول موضوع منطقی نیست؟

۱. $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$

۲. $x \approx x$

۳. توتولوژیها

۴. $\forall x \alpha \rightarrow \alpha_i^x$ که در آن i می تواند جایگزین x در α شود.

۲۰- اگر $u, \gamma \models \neg \varphi$ آنگاه

۱. $u \models (\gamma \rightarrow \varphi)$

۲. $u \models (\gamma \vee \varphi)$

۳. $u \models (\gamma \wedge \varphi)$

۴. $u \models (\varphi \rightarrow \gamma)$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید هیچ یک از دو فرمول زیر نتیجه توتولوژیک دیگری نیست:

$$(A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C))$$

$$((A \wedge (B \wedge C)) \vee ((\neg A) \wedge ((\neg B) \wedge (\neg C))))$$

۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید که یک مجموعه از ف.د.س. ها ارضا شوند است اگر و تنها اگر هر زیرمجموعه متناهی آن ارضا شوند باشد.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید هیچ قطعه آغازی سره یک ترم خود ترم نیست.

۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید $\mu \vdash \varphi$ اگر و تنها اگر φ نتیجه توتولوژیک $\mu \cup \Lambda$ باشد.

۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید هر اصل موضوع منطقی، معتبر است.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ب
2	د
3	ج
4	ج
5	ج
6	ج
7	د
8	د
9	الف
10	ب
11	الف
12	د
13	ج
14	الف
15	ب
16	ب
17	د
18	ب
19	الف
20	الف